Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème

Edith Petitfour

UNIVERSITÉ PARIS.DIDEROT (Paris 7)

ÉCOLE DOCTORALE : Savoirs scientifiques :
épistémologie, histoire des sciences et didactique des disciplines

DOCTORAT

Didactique des mathématiques

Édith PETITFOUR

Enseignement de la géométrie à des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6ème

Thèse dirigée par Corine CASTELA

Soutenue publiquement le jeudi 8 octobre 2015

Membres du jury :

Teresa ASSUDE, professeure Université Aix-Marseille	Rapporteure
Isabelle BLOCH, professeure émérite Université de Bordeaux	Examinatrice
Corine CASTELA, maître de conférence émérite Université de Rouen	Directrice de thèse
Alain KUZNIAK, professeur Université Paris Diderot	Examinateur
Michèle MAZEAU, médecin de rééducation, spécialiste en neuropsychologie infantile (dyspraxies et troubles non verbaux)	Invitée
Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN, professeure émérite Université d'Artois	Co-directrice de thèse
Luis RADFORD, professeur Université Laurentienne	Rapporteur

Merci

à **Corine Castela** pour avoir accepté de diriger cette thèse, pour ses conseils avisés, les pistes de travail proposées et ses encouragements ; à **Marie-Jeanne Perrin-Glorian** pour avoir accepté de poursuivre son accompagnement de mon travail de recherche démarré en MASTER, pour l'apport de son expertise en didactique de la géométrie ; **à toutes deux** pour les échanges très riches et fructueux lors de nos réunions de travail.

à **Michèle Mazeau** pour l'intérêt qu'elle a porté à ma recherche, pour sa confiance et pour l'apport de son expertise en neuropsychologie infantile sur les enfants dyspraxiques.

à **Teresa Assude** et à **Luis Radford** pour leur travail de rapporteurs et pour l'intérêt qu'ils ont témoigné pour ma recherche ; à **Isabelle BLOCH** et à **Alain KUZNIAK** pour avoir accepté d'être membres du Jury.

aux membres de l'équipe du **LDAR**, aux membres du groupe des **Jeunes Chercheurs**, aux membres de la **COPIRELEM**, aux chercheurs de l'**ARDM**, pour leur contribution à ma formation à la recherche en didactique des mathématiques.

à **l'ESPE de l'Université de Lorraine** pour les heures de décharge de service accordées ces deux dernières années ; à **mes collègues** pour avoir contribué à ce que cet aménagement de service soit effectivement possible.

à tous les **enseignants** qui m'ont ouvert leur classe, à **leurs élèves** et aux **Auxiliaires de Vie Scolaire**, pour avoir accepté d'être filmés ; **aux principaux et principaux adjoints de collège** pour l'accueil au sein de leur établissement.

à l'**ergothérapeute** qui m'a accueillie en stage d'observation dans son service, pour m'avoir initiée à la passation de tests de dépistage de la dyspraxie ; à **l'ergothérapeute** qui a accepté d'évaluer certains de mes tests, pour l'apport de son expertise.

à la dyade **Élève M - Élève Bm,** actrice dans mon expérimentation et aux dyades « cobayes » **Laura-Lucas** et **Manon-Marin**, pour leur enthousiasme dans le travail et pour leur coopération ; à **leurs parents**, pour la confiance qu'ils m'ont accordée.

aux **adultes dyspraxiques** rencontrés, pour les entretiens qu'ils m'ont accordés.

à **Véronique BANCEL,** membre des associations DFD et FFDYS, à la **directrice de la MDPH de la Meuse,** pour les renseignements transmis.

à **Claire, Pierre et Anne,** relecteurs de mes chapitres, d'une partie ou de tous, dans l'ordre ou dans le désordre, pour leur relecture attentive.

à mes **amis**, à ma **famille**, pour leur soutien et leurs encouragements.

« Chacun d'entre nous est un génie.
Mais si vous jugez un poisson à sa capacité à grimper aux arbres,
Il croira toute sa vie qu'il est stupide. »
Albert Einstein

Table des matières

DEUXIÈME PARTIE ÉTUDE DE LA PRISE EN COMPTE DE L'ÉLÈVE DYSPRAXIQUE EN CLASSE

CHAPITRE 5

CHAPITRE 6

CHAPITRE 8

TROISIÈME PARTIE EXPÉRIMENTATION

CHAPITRE 9

CHAPITRE 10

Introduction générale

La dyspraxie est un trouble du développement gestuel chez l'enfant. Elle peut être définie comme un trouble de la planification spatiale et temporelle de l'action intentionnelle et finalisée, qui se traduit par une anomalie de la réalisation gestuelle. En dépit d'un apprentissage habituel, l'enfant dyspraxique ne parvient pas à une réalisation automatisée et harmonieuse du geste, et ce, en l'absence d'une déficience mentale, de trouble psychiatrique ou d'un trouble neuromoteur, neurosensoriel ou neuromusculaire. Des troubles visuo-spatiaux peuvent être associés aux troubles du développement des gestes : ils résultent d'anomalies des traitements automatiques des données spatiales et conduisent à des difficultés de repérage spatial : l'enfant ne parvient pas à se construire une représentation fiable de son environnement. Ils peuvent aussi être accompagnés d'un déficit de la perception, en particulier de celle des obliques (Mazeau, 2008 ; Mazeau et Le Lostec, 2010).

> Être dyspraxique, c'est donc être dans l'incapacité (totale ou partielle) d'inscrire cérébralement certains « programmes gestuels », en dépit d'une exposition et/ou d'un apprentissage normal des gestes considérés.
> Il en découle donc, lorsque le diagnostic de dyspraxie est porté, qu'il est inutile de continuer à proposer sans fin les mêmes apprentissages à l'enfant par les techniques habituelles, puisque justement, sa pathologie consiste en ce fait que, malgré la répétition et l'entraînement, il ne peut engrammer la ou les praxie(s) correspondantes.
> (Mazeau, 2008, p.95)

Dans la thèse, nous parlerons de l'élève dyspraxique comme d'un élève dyspraxique générique, pouvant avoir ou non des troubles visuo-spatiaux. Il est bien entendu que chaque élève diagnostiqué dyspraxique a son profil propre, avec des degrés divers dans les difficultés

que provoquent ses troubles, et des compensations plus ou moins développées et efficaces pour les atténuer.
Les apprentissages géométriques peuvent sembler inaccessibles pour l'élève dyspraxique, maladroit et lent dans l'accomplissement de ses gestes, si l'enseignement qu'il reçoit fait appel à un travail avec des objets matériels. L'élève dyspraxique aura par exemple des difficultés à organiser ses gestes pour réaliser un tracé avec des instruments géométriques (règle, équerre, compas) dans des tâches de construction ou de reproduction de figures, mais aussi des difficultés à organiser son regard pour percevoir ou reconnaître des objets géométriques ou des propriétés s'il a en plus des troubles visuo-spatiaux. Par ailleurs, du fait de la non automatisation de ses gestes, il sera en permanence en situation de double tâche, devant à la fois élaborer la mise en œuvre d'une technique de construction en utilisant ses connaissances géométriques et manipuler les instruments. Dans les faits, des actions manipulatoires telles que maintenir la règle tout en traçant le long ou faire tourner le compas en exerçant une pression adaptée mobilisent toutes ses ressources attentionnelles et cognitives au détriment du raisonnement qu'il serait en capacité d'exercer. Les capacités de raisonnement et de conceptualisation sont en effet préservées chez l'élève dyspraxique, de même que ses capacités langagières et mnésiques.
Ainsi, les activités d'enseignement qui exploitent le tracé instrumenté nous laissent augurer des difficultés importantes pour l'élève dyspraxique. Elles ne peuvent que le conduire à l'échec, car, malgré la répétition et l'entraînement, les manipulations d'instruments lui sont et lui seront toujours coûteuses en temps et en énergie cognitive, puisque jamais automatisées. En outre, elles seront rarement susceptibles d'aboutir à une réalisation acceptable au niveau de la précision, empêchant parfois en cela l'élève dyspraxique de valider la technique qu'il met en œuvre lorsqu'elle est correcte ou le conduisant à recommencer sans cesse un tracé jusqu'à épuisement ou énervement sans réussir la plupart du temps à l'améliorer et le rendre exploitable pour mener un raisonnement géométrique.

Or, pour permettre aux élèves d'acquérir des connaissances en géométrie, l'enseignement actuel à l'école primaire et en début de collège s'appuie sur des expériences dans le monde sensible (manipulation de formes, pliage, utilisation de calque) et sur des problèmes de construction avec les instruments de géométrie. Dans les programmes de l'école primaire (BO n°3 du 19 juin 2008, p.23), il est en effet spécifié que « l'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure. » Et ce travail se poursuit au collège : « Les constructions géométriques, avec leurs instruments traditionnels – règle, équerre, compas, rapporteur – aussi bien qu'avec un logiciel de géométrie, constituent une étape essentielle à la compréhension des situations géométriques » (BO Spécial n°6 du 28 Août 2008, p.2). Ainsi, la construction instrumentée prend une place importante dans l'enseignement élémentaire de la géométrie si l'on s'en réfère aux programmes de 2008. Dans le chapitre 1 de la thèse, nous chercherons à déterminer ce qui justifie cela et s'il en a toujours été ainsi. Nous nous intéresserons donc à la place accordée au dessin géométrique réalisé avec les instruments, et à son rôle déclaré par la noosphère (concepteurs des programmes, auteurs de manuels, pédagogues) dans l'histoire de l'enseignement de la géométrie, du début du dix-neuvième siècle au début du vingt-et-unième siècle. Nous relèverons également les prescriptions concernant la précision des constructions le cas échéant et ce qui la motive. Cette étude nous donnera des informations sur les apports attendus de la construction instrumentée dans les apprentissages géométriques des élèves.

Dans notre recherche, nous nous intéressons à l'enseignement de la géométrie plane à des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2 - sixième. Nous avons choisi de nous situer dans les apprentissages géométriques au moment du passage à la géométrie déductive où des changements de regard sur les figures sont nécessaires et où des déconstructions dimensionnelles doivent être mises en œuvre : ce passage est délicat pour les élèves en général et plus encore pour les élèves dyspraxiques visuo-spatiaux.
Les méthodes d'enseignement de la géométrie par la construction instrumentée ont des conséquences néfastes sur les apprentissages géométriques de l'élève dyspraxique. Nous l'illustrerons dans le chapitre 3, en donnant un aperçu des difficultés et obstacles auxquels il est confronté en classe, lors de séances de géométrie plane, en fin d'école primaire et début de collège. Ces difficultés portent à penser que tout tracé dans l'environnement papier-crayon, avec le matériel scolaire classique de géométrie, est à proscrire des méthodes d'enseignement à l'élève dyspraxique, si aucune aide spécifique ne lui est apportée en classe.
Est-il alors vraiment nécessaire de s'acharner dans cet enseignement au vu de toutes les difficultés rencontrées par l'élève dyspraxique ? D'ailleurs, ne serait-il pas finalement plus judicieux de le dispenser d'un enseignement en géométrie au regard de ses incapacités préjudiciables à ses apprentissages ?
Nous présenterons ce qui peut motiver le choix de faire acquérir des connaissances géométriques à l'élève dyspraxique dans la deuxième partie du chapitre 1.

Notre conviction que l'enseignement de la géométrie n'est pas secondaire, et que les difficultés en géométrie éprouvées par l'élève dyspraxique du fait de son handicap peuvent être contournées en préservant des apprentissages essentiels, est à l'origine de la thèse. Il ne s'agit évidemment pas de nier le handicap en cherchant à faire de l'élève dyspraxique un expert en géométrie, mais bien de l'initier à la démonstration, de développer sa rigueur et son esprit critique. Il s'agit aussi de lui permettre d'accéder à des connaissances et d'acquérir des compétences géométriques, nécessaires pour tout individu dans des situations de la vie courante et aussi dans certaines professions, en tenant compte de ses fonctions cognitives atteintes et en s'appuyant sur celles qui sont préservées. Y renoncer, et dispenser un élève de ces acquisitions le prive d'une certaine autonomie ou indépendance dans sa vie quotidienne, restreint le domaine des possibles pour son avenir professionnel, mais surtout, le handicape fortement pour une poursuite d'études scientifiques.
Nous tenterons donc d'établir les moyens de permettre à l'élève dyspraxique d'accéder à des apprentissages géométriques par des chemins, en particulier langagiers, qui tiennent compte de son handicap. Nos observations et analyses préalables de séquences d'enseignement sur la symétrie axiale en sixième (Petitfour, 2014) et sur la symétrie centrale en cinquième à des élèves dyspraxiques inclus en milieu ordinaire corroborent ce que nous avons pu lire sur les difficultés de ces élèves liées à leur handicap (Mazeau et Le Lostec, 2010 ; Pouhet, 2011). Nous pensons donc qu'il est préférable de ne pas avoir recours à la construction instrumentée manuelle avec règle, équerre, compas dans les activités d'apprentissage proposées à ces élèves. Nous pensons également que la recherche de la précision du tracé instrumenté manuel est à exclure des compétences visées.

Nous faisons l'hypothèse que les apports de l'exécution des manipulations instrumentées à l'appropriation de la géométrie abstraite, visée par l'enseignement en début de collège, peuvent être obtenus autrement.

La construction instrumentée dans laquelle l'élève dyspraxique est défaillant n'est en effet pas un but en soi pour l'apprentissage de la géométrie : ce n'est qu'un moyen qui doit conduire à une conceptualisation des notions géométriques. Nous ne chercherons donc pas à obtenir la réussite de l'élève dyspraxique dans des activités de construction instrumentée réalisée en autonomie et qui pourraient être proposées à tout un chacun dans une classe « normale » ; nous réfléchirons seulement aux moyens pouvant permettre à l'élève dyspraxique d'accéder a minima aux mêmes apprentissages géométriques que ceux que peut procurer la pratique de la construction instrumentée pour l'élève standard.

Dans le chapitre 2, nous étudions le processus d'accès à la géométrie par la construction instrumentée. Notre but est de distinguer ce qui, dans les actions avec les instruments, est en lien avec des connaissances géométriques de ce qui ne l'est pas. Pour cela, nous élaborons un cadre théorique d'analyse de la construction instrumentée en nous appuyant sur des travaux en didactique de la géométrie, complétés par deux approches des sciences cognitives : l'approche instrumentale en ergonomie cognitive (Rabardel, 1995) et le développement du geste en neuropsychologie (Mazeau et Pouhet, 2014). La décomposition de l'action instrumentée en différentes composantes rend possible une dissociation des aspects cognitifs liés à la conceptualisation en géométrie, des aspects pratiques sources de difficultés pour l'élève dyspraxique.
Cette étude nous permet, dans le chapitre 3, d'explorer des voies d'accès à la géométrie pour l'élève dyspraxique compte tenu de ses incapacités et capacités potentielles, puis d'émettre des hypothèses sur des modalités de travail favorables à des apprentissages géométriques pour cet élève. Nos propositions s'ancrent dans une conception vygotskienne de l'apprentissage comme phénomène social : elles sont basées sur un travail en dyade dans le cadre des constructions instrumentées, où l'élève dyspraxique n'aura pas à sa charge l'exécution des actions avec les instruments. Ce travail est de deux types : d'une part, l'élève dyspraxique est amené à collaborer avec un pair en lui donnant ou recevant de lui des instructions ; d'autre part, il peut recevoir d'un tiers, l'Auxiliaire de Vie Scolaire ou l'enseignant, des aides qui ne mettent pas en jeu de connaissances géométriques.
Nous développons alors dans le chapitre 4 des outils théoriques d'analyse des ressources sémiotiques activées dans des activités de constructions géométriques réalisées dans un travail en dyade, où les deux membres sont amenés à communiquer par une répartition des tâches organisée entre donneur d'instructions et exécutant. Ces outils nous permettent d'une part d'étudier le langage et les gestes produits en lien avec l'action instrumentée dans les échanges au sein de la dyade, et ainsi d'identifier les visées poursuivies dans l'action par les deux membres, et d'autre part de déterminer les formes de langage susceptibles de permettre à l'élève dyspraxique de participer à la réalisation de l'action instrumentée dans sa conception plutôt que dans son exécution physique et matérielle.

Dans la deuxième partie de la thèse, nous utilisons le cadre théorique d'analyse de la construction instrumentée pour étudier la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe lors de séances de géométrie, en classe de CM2 ou de sixième, dans différents dispositifs de scolarisation : scolarisation ordinaire avec Projet Personnalisé de Scolarisation mais sans aide humaine, inclusion en milieu ordinaire avec Auxiliaire de Vie Scolaire, scolarisation en classe spécialisée.
Nous exposons la méthodologie de l'étude dans le chapitre 5, en présentant les données et le cadre d'analyse des aides susceptibles d'être apportées à l'élève dyspraxique en classe. L'objectif de l'étude est de déterminer les modalités de fonctionnement en classe et les aides qui pallient le handicap de l'élève dyspraxique sans amoindrir ses possibilités d'acquérir des connaissances géométriques. Pour cela, nous repérons les obstacles aux apprentissages géométriques rencontrés par six élèves dyspraxiques et analysons les aides reçues le cas échéant dans des types de tâches de construction réalisés dans l'environnement papier-crayon :

- dans le chapitre 6, nous nous intéressons à l'activité de deux élèves dyspraxiques, l'un recevant de l'aide de la part d'une Auxiliaire de Vie Scolaire, l'autre de la part de l'enseignante de la classe,
- dans le chapitre 7, nous nous intéressons à l'activité d'une triade d'élèves dyspraxiques et à celle de deux élèves dyspraxiques dans un travail en dyade « élève dyspraxique - élève non dyspraxique ».

Dans le chapitre 8 enfin, nous nous intéressons à l'activité de deux élèves dyspraxiques dans un environnement numérique, l'un utilisant des instruments virtuels de tracé (équerre, compas, crayon) d'une base d'exercices en ligne, l'autre un logiciel de géométrie dynamique. Nous dégageons alors les intérêts et obstacles qu'il peut y avoir pour l'élève dyspraxique à travailler dans un environnement numérique.

Prenant appui sur le cadre théorique construit dans la première partie de la thèse et sur les résultats des analyses de la deuxième partie, nous avons élaboré et expérimenté une méthode d'enseignement susceptible de permettre à l'élève dyspraxique des apprentissages géométriques, compte-tenu de son handicap et de ses capacités préservées.
La troisième partie de la thèse relate cette expérimentation d'un travail géométrique hors classe en dyade avec une élève dyspraxique, l'élève M, durant son année scolaire de sixième. Dans le chapitre 9, nous revenons sur notre problématique et exposons la méthodologie de l'expérimentation. Dans le chapitre 10, nous présentons les observations pré-expérimentales effectuées en fin de CM2 et début de sixième, dans le chapitre 11, nous analysons les différentes séances de l'expérimentation et dans le chapitre 12, nous exposons nos analyses post-expérimentales à partir de différents tests d'évaluation.

Dans notre expérimentation, nous n'avons étudié qu'un seul cas d'élève dyspraxique. Nous ne pourrons donc évidemment pas en tirer de conclusions générales sur l'enseignement de la géométrie plane à tous les élèves dyspraxiques. Notre recherche est exploratoire : elle contribue à déterminer des voies d'accès à la géométrie pour l'élève dyspraxique. Les résultats nous permettront de dégager des pistes pour une expérimentation future en classe. Par ailleurs, nous pensons que cette recherche peut déboucher aussi sur des résultats intéressants pour les élèves ordinaires, en particulier ceux qui éprouvent des difficultés dans des activités d'apprentissage qui nécessitent des manipulations.

Première partie

Problématique et cadre théorique

La première partie de la thèse a pour objet l'exposition de la problématique, ainsi que la présentation du cadre d'analyse qui sera utilisé dans les parties suivantes.
Nous étudions tout d'abord, dans le chapitre 1, la place et le rôle du dessin instrumenté dans les programmes, puis nous exposons la problématique et les premières hypothèses de la recherche.
Dans le chapitre 2, nous proposons un cadre théorique pour étudier le processus d'accès à la géométrie par la construction instrumentée, en considérant l'apprentissage de l'élève d'un point de vue cognitif.
À partir de cette étude, nous explorons, dans le chapitre 3, des voies d'accès à la géométrie pour un élève dyspraxique visuo-spatial.
Dans le chapitre 4, nous définissons un cadre d'analyse du langage et des gestes produits dans des situations de communication orale entre deux sujets à propos de la construction d'objets géométriques.

Chapitre 1

Place et rôle du dessin instrumenté dans les programmes . Problématique

Les activités géométriques, qui nécessitent diverses manipulations de matériels et qui s'appuient sur une perception fine des figures, sont source de grandes difficultés et d'échecs pour l'élève dyspraxique visuo-spatial. Que sa technique de construction soit géométriquement correcte ou non, il se focalise uniquement sur la recherche de la précision du résultat final, encouragé aussi à cela par les appréciations de l'enseignant sur ses productions. Ainsi, certains élèves semblent obnubilés par la recherche d'une précision rarement atteinte malgré leurs efforts. Leurs tracés ne sont jamais réussis du premier coup et sont à tout instant gommés et refaits. Ces états de fait conduisent l'élève dyspraxique à être plus lent que les autres dans la réalisation des mêmes tâches. Il épuise plus rapidement ses ressources attentionnelles sur des tâches de « bas niveau », automatisées pour les autres élèves ; il est alors plus fatigable qu'eux, et donc moins disponible, pour exercer son raisonnement alors que ses compétences à ce niveau sont préservées.

Le choix de ne pas enseigner la géométrie à des élèves en grande difficulté scolaire, et donc en particulier à des élèves dyspraxiques, est un choix que nous avons souvent vu adopter par des enseignants à l'école primaire. Ceux-ci privilégient en effet pour ces élèves un enseignement en mathématiques dans les domaines de la numération et des opérations : ils renoncent à la géométrie au profit d'apprentissages qui leur semblent plus essentiels pour contribuer à rendre l'élève autonome dans sa vie quotidienne, par exemple lorsqu'il devra faire des achats ou lorsque plus tard, il aura un budget à gérer. Un des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux, dont nous avons étudié les travaux en mathématiques tout au long de sa scolarité, n'a, par exemple, plus fait d'activités géométriques à l'école primaire après le cours préparatoire quand il a suivi une scolarité partagée entre classe ordinaire et Classe d'Inclusion Scolaire « Troubles du langage » pour les mathématiques avec un enseignant spécialisé.

Dans ce chapitre, nous étudions la place du dessin instrumenté et son rôle déclaré par la noosphère dans l'enseignement élémentaire de la géométrie depuis sa première apparition dans les programmes scolaires de l'école primaire au dix-neuvième siècle jusqu'aux programmes actuels. L'objectif est de savoir si la pratique du dessin géométrique a toujours été incontournable dans l'enseignement élémentaire de la géométrie et le cas échéant ce qui le justifie. L'étude des finalités de l'enseignement de la géométrie reconnues au vingt-et-unième siècle nous conduit ensuite à déterminer s'il est pertinent de renoncer à l'enseignement de la géométrie pour l'élève dyspraxique. Nous exposons alors la problématique de la recherche et les premières hypothèses.

Sommaire du chapitre 1

I. Enseignement de la géométrie au cours du temps

Nous présentons tout d'abord quelques éclairages sur la place et le rôle de la construction instrumentée et des manipulations dans l'enseignement de la géométrie, en lien avec ses finalités, sur différentes périodes d'enseignement au cours du temps, en étudiant en particulier les programmes destinés aux élèves de 10-12 ans. Pour cela, nous prenons appui sur des textes officiels produits par l'Institution à l'intention des enseignants, sur des instructions, recommandations ou déclarations d'auteurs de manuels scolaires, d'enseignants, d'inspecteurs ou de pédagogues, ainsi que sur différents travaux de recherche relatifs à l'histoire de l'enseignement des mathématiques (D'Enfert, 2003, 2006 ; Gispert, 2006) et sur des recherches en didactique. Nous terminons par la présentation des préconisations institutionnelles de 2008 relatives à la construction instrumentée et par l'exposition des finalités actuelles de l'enseignement de la géométrie.

Des années 1830 aux années 1950, deux systèmes d'enseignement coexistent : l'ordre primaire, fréquenté par les classes populaires, propose des études courtes à finalités pratique et utilitaire, tandis que l'ordre secondaire offre aux élites sociales et intellectuelles un enseignement théorique et des études longues.
L'ordre primaire, créé par la loi Guizot en 1833, est constitué en deux degrés : l'instruction primaire élémentaire et l'instruction primaire supérieure. La vocation des écoles primaires supérieures est de former les enfants de 11-13 ans appartenant aux nouvelles couches sociales, apparues avec la première révolution industrielle et le développement du commerce, des banques, des administrations, des transports, en prolongeant l'instruction élémentaire.
La géométrie occupe une place différente dans les deux systèmes d'enseignement (ordre primaire et ordre secondaire) jusqu'à la fin des années 1930 où les réformes conduisent à l'harmonisation des programmes du primaire supérieur et du premier cycle du secondaire.
Au début de la Cinquième République, la scolarité obligatoire est prolongée de 14 à 16 ans et l'organisation du système éducatif est réformée[1]. L'école s'organise alors en degrés : tous les enfants fréquentent l'école primaire élémentaire (premier degré) et poursuivent leur scolarité dans le second degré en réalisant des études plus ou moins longues. Les élèves sont répartis par tranches d'âge dans des écoles, collèges et lycées : tous les élèves d'une même classe d'âge reçoivent donc un enseignement de la géométrie qui se réfère à un même programme.

A. Des années 1830 aux années 1930

1. Enseignement de la géométrie dans l'ordre primaire

Programmes de 1833

Au début du dix-neuvième siècle, le contexte politique est favorable à l'instruction populaire car elle permet de contribuer au progrès général de la société. Une volonté d'élever les études primaires et de les diversifier en étendant le socle « Lire - Ecrire - Compter » hérité des petites écoles de l'Ancien Régime apparaît dans la loi Guizot du 28 juin 1833. Elle a pour objet de répandre ces connaissances du socle indispensables à la vie sociale dans les classes populaires, mais aussi de diffuser sur le territoire la langue française et le système métrique tout juste créé. L'instruction primaire supérieure comprend deux nouvelles matières, les sciences et la géométrie, assorties de nombreuses applications destinées à maintenir les finalités de l'enseignement primaire : il doit être immédiatement utile aux élèves dans leur vie quotidienne et professionnelle au sortir de leurs études courtes.

[1] Réforme Berthoin, ordonnance n°59-45 du 6 janvier 1959

De 1833 à 1850, l'enseignement des mathématiques comprend du calcul, le système légal des poids et des mesures auquel s'ajoute à l'école primaire supérieure « les éléments de la géométrie et ses applications usuelles, spécialement le dessin linéaire et l'arpentage »[2]. Ainsi la géométrie apparaît dans les programmes de 1833 comme un nouveau domaine des mathématiques. Elle sera enseignée conjointement aux activités d'arpentage relatives au mesurage et à celles de dessin linéaire, consistant en la représentation de figures géométriques à main levée ou avec des instruments (règle, équerre, compas). Le dessin linéaire permet à la fois une préparation à l'étude de la géométrie et une application des connaissances théoriques. La géométrie enseignée vise à développer la précision et le sens de l'observation, elle fait aussi office de cadre théorique mais doit toutefois rester dans le concret en privilégiant la description et le tracé des figures aux démonstrations, ceci pour répondre aux finalités de l'enseignement primaire et se différencier de l'enseignement secondaire.

Le manuel de Géométrie des Ecoles Primaires (Bergery, 1837) nous permet d'avoir un aperçu des méthodes pédagogiques d'enseignement préconisées par l'auteur à cette époque. C-L Bergery, ingénieur polytechnicien, enseignant à l'école normale de Metz, s'est appuyé sur les cours publics de géométrie qu'il a dispensés aux ouvriers de l'industrie, « élaguant tout ce qui aurait été compliqué, difficile et peu utile » afin de présenter « une géométrie plutôt pratique que théorique ». Son cours répond aux finalités de l'enseignement primaire définies par la loi Guizot, tout en restant ambitieux : « Je n'ai pas négligé de leur donner des exemples de raisonnements géométriques toutes les fois que j'ai pu le faire avec une grande simplicité ». Selon l'auteur du manuel, l'élève doit être capable de retenir les techniques de construction géométrique, de les exécuter avec facilité, de se les approprier pour pouvoir les réinvestir. Il doit également comprendre les explications et les raisonnements. Pour cela, l'élève doit « opérer sans cesse », faire et refaire les tracés enseignés à la craie sur tableau noir, ou à l'encre sur papier, apprendre par cœur les principes et définitions. La réalisation de tracés avec les instruments joue donc un rôle essentiel dans cet enseignement de la géométrie. Les définitions données des objets géométriques sont d'ailleurs entièrement liées à l'instrument qui permet leur construction, comme le montrent les définitions suivantes, extraites du résumé du cours du manuel :

> 1. Une ligne est *droite*, quand elle peut se confondre avec une des arêtes d'une bonne règle ; elle est courbe, lorsqu'elle ne le peut pas.
> 4. Le *cercle* ou *circonférence* est une ligne fermée, qui se décrit avec un compas.
> 5. Le centre du cercle est le point occupé par la pointe fixe du compas qui décrit la courbe.
>
> (Bergery, 1837, p 171)

En outre, une grande importance est accordée à l'exactitude des dessins à obtenir. Deux pages du manuel sont ainsi consacrées à des instructions pratiques accompagnées d'explications, comme par exemple : « Taillez le crayon en *langue de chat*, pour qu'il casse moins souvent et qu'il produise des lignes très fines » ou encore : « Si cette gomme se trouve trop dure pour bien enlever le crayon ou les souillures, on l'amollit soit en la chauffant, soit en la pétrissant entre les doigts ».

Enfin, le souci d'une géométrie utilitaire apparaît dans la description d'applications pratiques des concepts géométriques. Par exemple, à propos de ligne droite : « Les charpentiers se servent aussi d'un cordeau pour tracer de longues droites. Ils le frottent avec du blanc d'Espagne, de l'ocre, du noir de fumée délayé dans de l'huile, l'appliquent sur deux points de la droite à tracer, le tendent fortement, le pincent pour l'élever au-dessus de la pièce de bois, en maintenant les deux bouts, puis enfin le laissent retomber. Mais l'empreinte qu'il forme en

[2] *Loi sur l'instruction primaire du 28 juin 1833* Louis-Philippe, roi des Français

frappant la pièce, n'est rigoureusement une droite que dans le cas où il a été élevé dans l'aplomb de sa première position. »

Durant la période de la Monarchie de Juillet (1833-1848), la géométrie n'est enseignée qu'au cours supérieur. Le dessin géométrique occupe une place centrale dans son enseignement pour les enfants scolarisés de 11-13 ans des classes populaires, parce qu'il leur sera utile dans leur vie quotidienne et professionnelle. Par ailleurs, tout en développant la précision et le sens de l'observation des élèves, les constructions géométriques leur permettent de comprendre les explications et les raisonnements, ainsi que d'appliquer les connaissances théoriques.

Programmes de 1882

La géométrie est exclue des programmes en 1850 par la loi Falloux parce que son enseignement va au-delà des finalités assignées pour l'ordre primaire, mettant ainsi en péril le cloisonnement entre l'école du peuple et l'école des élites. Elle est réintroduite comme matière facultative en 1865, puis va s'étendre à tous les niveaux de l'école primaire, suite à la promulgation de la loi Jules Ferry du 28 mars 1882. C'est une conséquence de l'adoption d'une nouvelle organisation pédagogique, l'enseignement concentrique : la scolarité est divisée en trois cours – élémentaire, moyen, supérieur – où l'on étudie le même programme chaque année en approfondissant les connaissances. Ainsi les différents domaines mathématiques ne sont-ils plus exposés successivement et la géométrie est enseignée dès l'âge de 7 ans.
Dans les programmes de 1882[3], l'enseignement de la géométrie plane au cours moyen se ramène à l'étude et à la représentation graphique au tableau noir de figures. Les élèves doivent comprendre l'usage des instruments servant au tracé de lignes droites et de circonférences (règle, compas, équerre et rapporteur). Ils en acquièrent le maniement en exécutant les tracés sur papier dans le cours supérieur et ils abordent « des notions sommaires sur la géométrie plane ».

Des désaccords existent dans les années 1880 sur la place respective que doivent avoir le dessin linéaire et le raisonnement dans l'enseignement de la géométrie dans l'ordre primaire.

Leyssenne (1888), inspecteur général, propose une méthode d'enseignement où la géométrie théorique n'est abordée qu'en fin de cursus, en troisième année du cours supérieur. Il écarte une exposition purement théorique de la géométrie, propre aux programmes des écoles secondaires, qui peut sembler difficile et qui ne répond pas aux besoins pratiques des élèves :

> Un élève qui se propose d'embrasser une carrière agricole, industrielle ou commerciale n'a pas besoin d'approfondir certaines théories abstraites qui n'ont d'intérêt qu'au point de vue des mathématiques pures. [...]
> L'enseignement de la *géométrie*, tel qu'il est souvent pratiqué dans les écoles primaires, se rapproche de trop près des programmes des écoles secondaires. Ainsi étudiée à un point de vue exclusivement *théorique*, la géométrie apparaît aux élèves comme une science très difficile, qu'ils ne tardent pas à prendre en aversion. Cependant la géométrie offre des connaissances de la plus grande utilité et d'une constante application.
>
> (Leyssenne, 1888, p.4)

Selon Leyssenne (1887), l'enseignement primaire élémentaire de la géométrie doit privilégier l'intuition sensible et l'activité des élèves : la pratique du dessin linéaire y contribue. L'enseignement primaire supérieur de la géométrie doit ensuite apporter des connaissances

[3] Arrêté du 27 juillet 1882 réglant l'organisation pédagogique et le plan d'études des écoles primaires publiques

qui peuvent « servir de guide dans l'étude de sciences essentiellement pratiques, l'arpentage, le levé des plans et le dessin linéaire ». Dans les deux premières années, le dessin linéaire est une application pratique de la géométrie, il fournit des exercices qui expliquent et éclairent les connaissances géométriques. Les démonstrations des théorèmes sont abordées en dernière année. Cette progression vise à tenir compte de la « maturité d'esprit » des enfants.

> Quant au dessin linéaire, la justification des procédés employés pour tracer les lignes entraînerait l'étude de la géométrie plane toute entière, et il est à la fois utile et possible de faire exécuter des dessins avec intelligence à des enfants qui ont la main sûre longtemps avant d'avoir l'esprit solide. Seulement il conviendrait que les enfants fissent leur construction moins machinalement et qu'on leur expliquât la raison des choses intuitivement.
>
> (Leyssenne, 1887, p. 1164)

Vintéjoux (1887), professeur du secondaire, ne se satisfait pas d'explications intuitives des techniques de construction du dessin linéaire. Dans une conférence donnée à des instituteurs, il dénonce un enseignement du cours supérieur où les figures sont mal définies (puisque les définitions reposent sur des démonstrations non données) et dont les principales propriétés sont énoncées, avec une figure à l'appui, sans jamais être démontrées : « Ce qu'il [le maître] enseigne ainsi, ce n'est plus tout à fait du dessin linéaire ; mais pareille nomenclature n'est pas non plus de la géométrie. » Selon lui, les élèves de l'école primaire sont capables de comprendre les déductions de la géométrie et de raisonner dès le début du cours supérieur et même avant. Ainsi, il se prononce en faveur d'une initiation précoce et progressive au raisonnement mathématique afin d'habituer les élèves « à ne rien affirmer à la légère » et recommande d'aborder quelques démonstrations de géométrie dès le cours moyen (D'Enfert, 2003).

Dans les années 1880, la géométrie est enseignée à toutes les classes d'âge. Le dessin géométrique continue d'occuper une place centrale dans l'enseignement. Il reste une application pratique de la géométrie et un moyen de l'enseigner. Différents points de vue cependant existent sur son rôle par rapport à une géométrie qui privilégie la rationalité.

Programmes de 1923

Au début du vingtième siècle, l'enseignement primaire garde un caractère pragmatique : l'élève doit acquérir des connaissances essentielles à usage domestique et professionnel. À cette finalité utilitaire s'adjoint une finalité éducative : l'enseignement doit aussi contribuer au développement de la réflexion et de l'esprit critique, à la formation du citoyen.
Les programmes de 1923[4] sont semblables à ceux de 1882 mais c'est un enseignement « progressif » qui est alors préconisé. L'observation des figures géométriques et l'évaluation à vue des grandeurs au cours élémentaire sont suivies de l'étude de leurs propriétés au cours moyen, puis d'une approche plus théorique en géométrie plane au cours supérieur. Les programmes en géométrie mentionnent au cours moyen une « étude intuitive et représentation par le dessin des figures de la géométrie plane » et au cours supérieur des « notions très sommaires de géométrie plane » ainsi que des « notions très élémentaires servant aux exercices de dessin géométrique ». La géométrie est étudiée en étroite collaboration avec le cours de dessin, développant des compétences de tracés instrumentés tout comme en 1833 et 1882, et avec le travail manuel (découpage, pliage, cartonnage) constituant une géométrie expérimentale qui permet de mettre en évidence des propriétés. Par exemple, dans le manuel d'Arithmétique de cours élémentaire de Delfaud et Millet (1930), le

[4] Arrêté du 23 février 1923

concept de ligne droite est introduit non seulement en lien avec l'instrument qui permet de la tracer, comme en 1833, mais aussi avec une manipulation d'objets de l'espace physique qui permet de l'obtenir :

> 176. La ligne droite. – Si l'on suit le bord d'une règle avec la pointe d'un crayon on trace une ligne droite. Un fil tendu ou l'arête d'une feuille pliée (fig.1) sont aussi des lignes droites.

Fig. 1. — Lignes droites

(Delfaud et Millet, 1930, p.156)

Le travail manuel, nouvel auxiliaire pédagogique du cours de géométrie, va entrer officiellement dans les programmes du cours supérieur en 1909 et au niveau de l'école élémentaire en 1923. Ch. Charrier (1927), inspecteur de l'enseignement primaire de la Seine, souligne ainsi les apports du travail manuel et du dessin pour la géométrie, dans son cours complet de pédagogie pratique :

> Le pliage, le découpage, le collage permettent de représenter concrètement les figures géométriques (carré, rectangle, triangle, losange, etc.)
> Le modelage, le cartonnage offrent un moyen facile de construire les solides (cylindres, cône, pyramide, etc.) et de bien faire connaître la forme de chacun d'eux. L'étude des surfaces et des volumes est ainsi rendue plus accessible aux élèves.
> (Charrier, 1927, p 559)

> Un tracé bien exécuté, une construction exactement faite, rendent plus accessibles aux intelligences les explications du maître. [...]
> En permettant de présenter l'enseignement de la géométrie sous une forme concrète, il le rend plus facile à saisir, et, par suite, plus profitable.
> (Charrier, 1927, p 389)

Le dessin, par le tracé des figures géométriques, et le travail manuel, sont donc au service d'une meilleure compréhension de la géométrie en ce qu'ils rendent cet enseignement concret. Ils permettent non seulement des vérifications expérimentales et des justifications intuitives, mais aussi le développement de « la justesse du coup d'œil » et de « la dextérité de la main » : les productions doivent être réalisées avec exactitude. La géométrie, elle, garde un caractère pratique : l'étude des surfaces et des volumes doit permettre de compléter l'enseignement du système métrique. Les instructions officielles de 1923[5] insistent sur cet aspect concret et pratique de la géométrie au service de la mesure :

> Dans les programmes d'aujourd'hui, pas plus que dans ceux d'hier, on ne craint d'aborder des notions inscrites sous le titre, un peu effrayant, de « géométrie », mais il faut entendre par là « forme des champs, mesures sur le terrain ». Il s'agit d'opérations réellement exécutées avec un ruban gradué, avec une règle graduée, accessibles en pratique à des jeunes enfants.

Comme dans les périodes précédentes, le dessin géométrique occupe une place importante dans l'enseignement de la géométrie, qui a avant tout un but utilitaire. De plus, il continue à être reconnu comme une aide à la compréhension. Nous retrouvons aussi, mentionnée par des auteurs de manuels et un inspecteur de l'enseignement primaire, la recherche d'exactitude

[5] Arrêté du 23 février 1923

dans les tracés. La nouveauté, en ce début de vingtième siècle, réside dans l'intégration de diverses activités manuelles, et notamment de pliage, pour contribuer, avec le dessin, à rendre concret l'enseignement de la géométrie.

2. Enseignement de la géométrie dans l'ordre secondaire

L'enseignement secondaire s'oppose à l'enseignement primaire en ce qu'il est théorique et désintéressé. Des années 1830 jusqu'à la fin du dix-neuvième siècle, l'élite y reçoit une éducation classique et humaniste ; l'enseignement des mathématiques n'est donné qu'en dernière année de lycée, y compris pour les élèves qui se destinent à la poursuite d'études scientifiques. La géométrie n'est donc pas enseignée durant cette période en classe de sixième, ni dans les petites classes pour les élèves de l'ordre secondaire.

La réforme de 1902 / 1905 va conduire au développement de disciplines nouvelles telles les langues vivantes, les mathématiques et les sciences. L'enseignement de la géométrie va prendre une place grandissante dans le premier cycle du lycée ; son caractère expérimental et concret est ainsi mis en avant dans les Instructions pour l'enseignement de la Géométrie accompagnant les programmes du premier cycle de 1905 :

> L'enseignement de la géométrie doit être essentiellement concret ; il a pour but de classer et de préciser les notions acquises par l'expérience journalière, d'en déduire d'autres plus cachées et de montrer leurs applications aux problèmes qui se posent dans la pratique. Toute définition purement verbale étant exclue, on ne devra parler d'un élément nouveau qu'en donnant sa représentation concrète et en indiquant sa construction.

Dans sa conférence du 3 mars 1904 au Musée pédagogique, Emile Borel (1904) remet en cause l'organisation des enseignements de Géométrie et de dessin géométrique, qui sont alors distincts, en soulignant plusieurs inconvénients. L'enseignement du dessin géométrique pris en charge par le professeur de dessin conduit en effet à la réalisation de constructions à partir d'explications purement graphiques, sans aucune justification théorique. Par ailleurs les constructions sont évaluées du point de vue de la pureté et de la régularité du trait, sans prise en compte de leur exactitude et de leur précision. Or pour Borel, même si les qualités de soin et de précision sont extrêmement liées, la précision géométrique reste primordiale :

> C'est par le soin apporté au tracé des lignes qu'on arrive à la précision, et, inversement, si le dessin n'est pas précis, si trois lignes qui devraient concourir ne concourent pas exactement, son aspect extérieur en souffre. Certains correcteurs paraissent avoir une tendance regrettable à ne pas tenir compte du défaut de précision, lorsque l'aspect extérieur n'en souffre pas ; il semble qu'il y ait là une interversion fâcheuse ; les soins matériels d'exécution n'ont pas d'intérêt en eux-mêmes ; ils ne sont pas une fin en soi ; s'ils sont indispensables, c'est uniquement parce qu'ils sont la condition nécessaire de la précision des constructions ; c'est à cette précision que l'on doit tenir par-dessus tout.
>
> (Borel, 1904)

Borel (1904) développe quelques intérêts à l'intégration du dessin géométrique dans l'enseignement de la géométrie. Par exemple, dans des exercices pratiques où interviennent aussi des calculs numériques, une construction graphique peut permettre de contrôler approximativement le résultat des calculs et d'éviter ainsi des erreurs. L'emploi de constructions graphiques permet aussi de simplifier l'exposition d'éléments de la Géométrie et conduit les élèves à mieux comprendre.
Cette volonté affirmée de l'enseignement du dessin géométrique confié au professeur de mathématiques se retrouve dans le compte-rendu de l'Assemblée Générale extraordinaire du

31 décembre 1911 de la toute jeune Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Secondaire Public :

> Après une courte discussion, l'Assemblée générale émet le vœu que dans les classes du premier et du second cycle le dessin d'architecture et le dessin de machines soient supprimés et que le dessin géométrique soit considéré comme un auxiliaire de l'enseignement de la géométrie.
> Elle émet le vœu que le dessin géométrique soit confié obligatoirement au professeur de Mathématiques de la classe et, dans le cas où il n'accepterait pas, à un professeur de Mathématiques de l'établissement.
>
> (APMEP, 1912, 5, p.9)

Les professeurs de mathématiques proposent que le dessin géométrique soit l'objet des exercices pratiques recommandés dans les programmes. Des modifications interviennent dans ce sens dans l'arrêté du 4 mai 1912, pour les programmes de cinquième et quatrième :

> **Géométrie et dessin géométrique**
> À la suite du programme de géométrie, pour faire corps avec lui, on ajoute :
> « Exécution, avec les instruments, des constructions expliquées dans le cours de géométrie. – Problèmes et exercices simples se rapportant également au cours de géométrie ; exécution graphique de la solution trouvée ». Le reste du programme de dessin géométrique est supprimé.

Un bilan de la « méthode concrète », mise en œuvre grâce au dessin géométrique, est fait dans le bulletin n°14 de l'Association des Professeurs de Mathématiques (APMEP, 1914). Rappelant que cette méthode ne doit en aucun cas se substituer à la démonstration, les professeurs relèvent le fait qu'elle permet aux élèves de voir dans des définitions mathématiques autre chose que des définitions verbales sans lien avec la réalité :

> Grâce à une construction précise faite par l'élève avec la règle et le compas, le professeur peut s'assurer que la définition est comprise, qu'elle se fixe dans une image exacte et qu'elle est pour l'élève autre chose qu'une phrase qu'il se répète sans trop se préoccuper de sa signification ; dès lors, l'élève qui a fait avec soin le tracé d'une figure retrouve plus facilement les termes employés dans sa définition.
>
> (APMEP, 1914, 14, p.55)

Dans la première moitié du vingtième siècle, la géométrie participe à la formation scientifique des élèves de l'ordre secondaire. Le dessin géométrique est intégré au cours de géométrie. Il permet d'en rendre l'enseignement concret, comme dans l'ordre primaire. Les arguments pédagogiques ne sont cependant pas de même nature. Les exercices pratiques de construction doivent permettre de mieux comprendre la théorie, en donnant du sens aux différents résultats et en en simplifiant l'exposition verbale. Comme dans l'ordre primaire, l'importance des qualités de précision et de soin des tracés dans les apprentissages est soulignée par les enseignants. Borel apporte une distinction et une hiérarchie entre une précision géométrique liée à la théorie et une précision liée à l'acte graphique.

B. Des années 1930 à la fin du vingtième siècle

1. Programmes de 1945

Les programmes de l'école primaire de 1945[6] recentrent l'enseignement sur les matières fondamentales : lecture, écriture, français, calcul. Les connaissances géométriques à enseigner sont au service du calcul de périmètres, d'aires et de volumes. Elles sont notées dans la rubrique « Calcul » du cours moyen, puis dans la rubrique « Arithmétique » du cours supérieur. Les programmes de sixième de 1945[7] sont semblables à ceux du cours supérieur.
Les interactions disciplinaires entre géométrie, dessin géométrique et travail manuel des programmes précédents restent opératoires et l'observation continue à prendre une large place dans l'enseignement de la géométrie. Les notions sont abordées dans des exercices d'observation et de leçons de choses, en même temps que l'apprentissage du dessin et travail manuel. Elles sont précisées ensuite par l'usage de quelques mots nouveaux et l'emploi d'instruments (règle, équerre, compas, rapporteur). Les commentaires des programmes relatifs au cours moyen donnent un aperçu du rôle attribué aux constructions dans l'enseignement : « Des constructions de carrés et de rectangles permettront de faire comprendre, sinon de définir, l'angle droit, la notion de droites perpendiculaires et de droites parallèles. La notion d'angle, en général, sera associée à l'usage de rapporteurs, soit pour mesurer, soit pour construire des angles. »

2. Programmes de 1957-1960

Une rubrique Travaux Pratiques apparaît dans les programmes de sixième et de cinquième[8] en 1957. Cette nouvelle forme d'étude suit la pédagogie de l'action : les élèves agissent, observent, induisent des lois, généralisent, arrivent à des notions abstraites et les appliquent (Assude, 2003). Il ne s'agit donc plus de donner directement une présentation théorique des objets à enseigner : l'observation et l'expérience doivent au préalable permettre d'introduire une notion, de préparer ou d'utiliser une définition, de découvrir une relation entre certains faits ou certains êtres, de vérifier un résultat, de suggérer quelque problème nouveau. La réalisation de ces travaux s'effectue avec des instruments de dessin usuels (règle, équerre, compas, papier calque, papier millimétré ou quadrillé) et des instruments ou appareils de mesure. Le programme de 1957 mentionne les conditions d'utilisation de ces instruments :

> L'emploi de ces instruments doit être soigneusement expliqué et attentivement contrôlé, afin que leur maniement par les enfants ne se réduise pas à de simples gestes d'imitation, mais devienne réfléchi, adapté à l'exécution de tel ou tel travail.

Les programmes de 1960 précisent que les Travaux Pratiques permettent un retour au concret qui doit être considéré non comme un but mais comme un moyen d'amener les élèves vers l'abstraction.

Aucun changement de programmes n'a lieu à l'école primaire durant cette période. Les programmes en vigueur sont toujours ceux de 1945, ils le resteront jusqu'à la période des mathématiques modernes.

[6] Arrêté du 17 octobre 1945
[7] Programmes du 15 septembre 1945
[8] Programme du 12 août 1957

3. Période des mathématiques modernes (1969-1977)

La réforme des mathématiques modernes est motivée par une démocratisation de l'enseignement et par les nouveaux besoins d'une société qui se modernise. Elle est également sous l'influence de mathématiciens qui souhaitent intégrer dans l'enseignement les apports de la recherche.

Les programmes de l'école primaire de 1970[9] précisent qu'il ne s'agit plus de préparer les élèves à résoudre les problèmes de la vie courante ou professionnelle, mais que l'ambition est que « cet enseignement contribue efficacement au meilleur développement intellectuel de tous les enfants de six à onze ans afin qu'ils entrent dans le second degré avec les meilleures chances de succès.» Ainsi, la finalité de l'enseignement change fondamentalement : elle n'est plus d'assurer une formation à la vie pratique, elle vise à la formation de l'esprit. La formation mathématique doit permettre aux élèves « à partir de l'observation et de l'analyse de situations qui leur sont familières, de dégager des concepts mathématiques, de les reconnaître et de les utiliser dans des situations variées, de s'assurer ainsi la maîtrise d'une pensée mathématique disponible et féconde. » Dans les programmes de l'école primaire, la géométrie apparaît sous l'intitulé « Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques ». À propos des constructions, il est spécifié que « L'emploi des instruments (règle, équerre, compas ...) pour la réalisation de ces constructions développera l'habileté et le soin. »

Dans l'enseignement secondaire, la géométrie n'occupe plus une place centrale comme c'était le cas jusqu'alors. Le rôle des figures dans son enseignement est minoré. En sixième, les commentaires du programme de 1969 recommandent de se limiter à « des constatations physiques, auxquelles on s'attache à donner un mode d'expression correct ». Cette méthode est suivie dans le manuel « Mathématique classe de sixième » (Clopeau et Polle, 1969). Par exemple, la notion de droite y est introduite formellement, suite à l'examen de l'instrument qui permet de la tracer :

> Les droites sont des lignes dont les propriétés sont suggérées par l'examen de l'arête d'une règle de qualité. Cela conduit à poser l'axiome suivant :
> *Axiome* : Par deux points distincts, il passe toujours une droite et il n'en passe qu'une (plus brièvement : deux points distincts *déterminent* une droite).
>
> (Clopeau et Polle, 1969, p.145)

La plupart des questions étudiées dans ce manuel consistent à déterminer des intersections d'ensembles de points (demi-droites, demi-plans, angles). Les figures géométriques elles-mêmes sont introduites comme intersections de bandes formées par des demi-plans. L'accent est mis sur l'étude des relations entre les objets géométriques, définis comme ensembles de points, sur l'emploi d'un formalisme et sur l'utilisation de notations symboliques. Observation et expériences semblent minimisées. Les auteurs du manuel pointent d'ailleurs l'aspect non rigoureux de l'utilisation d'objets de l'espace physique, comme le pliage en quatre d'une feuille de papier pour introduire le concept d'angle droit, en parlant d'angles « sensiblement égaux » et de demi-droites « sensiblement opposées ». De même est soulignée l'inexactitude de l'équerre :

[9] Arrêté du 2 janvier 1970. Programme de mathématiques de l'enseignement élémentaire. B.O. n°5, 29 janvier 1970, p. 349.

> Nos dessins matériels n'étant de toute façon pas exacts, on trouve souvent plus commode d'utiliser l'**équerre**. L'équerre est une plaque rigide dont l'un des angles matériels mesure, avec une très bonne approximation, un droit. [...]
> Il va de soi qu'aucune équerre n'est parfaitement exacte. C'est pourquoi, dans l'avenir, nous ne pourrons nous contenter de construire les angles droits à l'équerre. Nous aurons besoin d'une construction exprimant *idéalement* la définition de l'angle droit.
> (Clopeau et Polle, 1969, pp.196-197)

Ainsi, les élèves apprennent à distinguer les objets idéaux de leurs représentations graphiques à travers les expériences réalisées dans l'espace physique. Le dessin géométrique a toutefois une faible importance dans l'enseignement de la géométrie dans la période des mathématiques modernes, même si la réalisation de constructions géométriques avec les instruments est toujours de mise dans les programmes. L'intention explicite de l'emploi des instruments est de développer des qualités d'habileté et de soin.

4. Période post mathématiques modernes

De 1977 à 1985

L'échec de l'enseignement des mathématiques modernes, parce que trop abstrait et trop formel, conduit à l'interruption de la réforme et à un retour à la géométrie des figures. De 1977 à 1985, une géométrie d'observation est enseignée jusqu'à la classe de cinquième ; elle s'oppose à une géométrie de la déduction qui commence ensuite. Les activités géométriques prennent leur source dans le tracé des figures avec des instruments.

Dans les programmes du cours moyen de 1980[10], les activités géométriques concernent la reproduction, la description, la représentation ou la construction d'objets géométriques, mais aussi la pratique d'actions sur ces objets (déplacements, agrandissements ou réductions). Les élèves sont amenés à construire des transformés d'objets géométriques par des transformations ponctuelles simples. Ils peuvent par exemple réaliser des symétriques de figures par pliage ou décalquage, découvrir des propriétés (conservation de mesure, changement d'orientation) et s'aider de cela pour trouver un procédé de construction point par point. Dans les indications complémentaires, il est spécifié que « toutes les activités géométriques développées au cycle moyen font appel à l'utilisation d'instruments qui ne vise pas seulement la réalisation correcte de certains tracés, mais développe aussi la capacité à choisir un ou des instruments adéquats à la tâche envisagée, ce qui suppose l'analyse de l'instrument et de l'objet d'étude ». Le dessin géométrique doit donc favoriser la connaissance des propriétés des objets géométriques.

Dans les instructions des programmes de sixième de 1977[11], il est précisé que la connaissance des objets géométriques s'acquiert à partir d'observations d'objets géométriques et physiques. Des activités d'observation et de tracé de figures usuelles doivent être menées, elles nécessitent l'emploi d'un vocabulaire précis et l'usage des instruments de dessin (double décimètre, équerre, parallélogramme articulé, compas, rapporteur, papier calque). Une importance est accordée au soin et à la précision des tracés dans les programmes. Il est spécifié en effet que l'enseignement doit « développer chez lui [l'élève] des qualités de soin et d'ordre, en l'incitant à apporter la plus grande précision au tracé des figures géométriques qu'il dessine ».

[10] Arrêté du 16 juillet 1980, B.O. n°31 du 11 septembre 1980
[11] Circulaire n°77-157 du 29 avril 1977, B.O. n°22 bis du 9 juin 1977, p. 1568

L'enseignement vise aussi à fournir à l'élève un bagage de connaissances pratiques et de techniques usuelles pour résoudre les problèmes simples de la vie courante, et enfin, il contribue à la formation intellectuelle de l'élève. Pour cela, l'enseignement doit cultiver les qualités d'observation et d'analyse de l'élève, développer ses capacités d'abstraction, l'entraîner à la pensée déductive, l'inciter à la rigueur logique, développer son esprit critique, stimuler son imagination et l'habituer à s'exprimer clairement dans un langage précis.

La contre-réforme de 1985

Dans les programmes de mathématiques du cours moyen de 1985[12], le développement du raisonnement, de l'abstraction, de la rigueur dans la pensée et de la justesse dans l'expression est spécifié dans les objectifs d'enseignement. Dans leurs compléments[13] relatifs aux activités géométriques, la recherche de qualité des constructions est précisée : « Les activités géométriques offrent la possibilité de cultiver, chez l'élève, le goût du travail bien fait, car la précision d'une construction dépend du soin apporté à sa réalisation ». Une partie importante du travail à effectuer en effet concerne l'usage des instruments de tracé et de mesure (papier-calque, papier quadrillé, règle, équerre, compas, gabarit), dans des activités géométriques. Ces dernières ne se restreignent cependant pas à l'acquisition de savoir-faire techniques et de compétences de tracé, elles consistent à reproduire, à décrire, à représenter et à construire des objets géométriques. Les instructions officielles précisent que les nouvelles notions doivent être découvertes comme réponses à des problèmes pour qu'ainsi les élèves soient actifs dans leurs apprentissages. Cette modification dans les stratégies de transmission du savoir conduit à accorder de l'importance aux manipulations et aux tracés.

Les programmes de sixième de 1985, entrés en application en 1986[14], vont mettre fin à la séparation existant dans les programmes de 1977 dans l'enseignement entre, d'une part une géométrie qui étudie l'espace, met en jeu le tracé de figures et l'usage des instruments, et d'autre part une géométrie qui privilégie la rationalité et que l'on considère comme indépendante des figures. Laborde (1988) précise que cette dichotomie entre le savoir du mathématicien et le savoir-faire de l'ingénieur est issue de l'école grecque et qu'elle s'est traduite jusqu'en 1986 dans l'enseignement par cette opposition entre géométrie pratique et géométrie théorique. Ainsi, dans les programmes de sixième, une initiation progressive au raisonnement déductif s'ajoute à l'objectif d'acquérir et de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin. De plus, un travail géométrique dans un environnement numérique est envisagé en sixième tout comme à l'école primaire.

À la fin du vingtième siècle, exception faite de la période des mathématiques modernes, la construction instrumentée garde une place importante dans l'enseignement de la géométrie. C'est un moyen de rendre les élèves actifs dans leurs apprentissages et de les amener vers l'abstraction.

C. Enseignement de la géométrie au début du vingt-et-unième siècle

1. Place et rôle de la construction instrumentée

Pour déterminer la place et le rôle de la construction instrumentée dans l'enseignement de la géométrie à la fin de l'école primaire et en début de collège au début du vingt-et-unième siècle, nous nous référons principalement aux programmes d'enseignement de l'école

[12] Arrêté du 15 mai 1985. Programmes et instructions à l'école élémentaire.
[13] Compléments aux programmes et instructions du 15 mai 1985
[14] Arrêté du 14 novembre 1985, B.O. n°44 du 12 décembre 1985

primaire de 2002[15], aux documents d'application[16] de ces programmes pour le cycle 3, au document d'accompagnement en mathématiques concernant l'articulation école collège[17], aux programmes de l'école primaire de 2008[18] et à ceux du collège de 2008[19].

Au cycle 3

L'activité géométrique des élèves de cycle 3 est essentiellement expérimentale. L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie plane est de leur permettre de passer progressivement d'une géométrie où les objets et propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par une explicitation de certaines propriétés et un recours à des instruments. Dans cette perspective, la géométrie s'organise autour de différents types de problèmes de comparaison, de reproduction, de description, de construction et de représentation d'objets géométriques. Ces activités sont destinées à permettre aux élèves d'élaborer et d'utiliser des concepts géométriques (alignement, perpendicularité, parallélisme, longueurs, angle) en leur donnant du sens. Il s'agit aussi de favoriser la mise en place d'images mentales permettant l'identification de relations géométriques et de figures usuelles dans des configurations variées. Les élèves sont amenés à vérifier des propriétés et à effectuer des tracés, ils doivent argumenter à propos des outils utilisés, des propriétés mobilisées et des résultats obtenus. Ils doivent également utiliser à bon escient un vocabulaire limité et précis : côté, segment, milieu, angle, perpendiculaire, parallèle, points alignés, droite, centre, rayon, diamètre, figure symétrique par rapport à une droite, axe de symétrie.
Enfin, ils doivent développer des compétences techniques liées au maniement d'instruments :

- règle et équerre pour vérifier des alignements, tracer des droites perpendiculaires, des droites parallèles,
- compas pour tracer des cercles ou arcs de cercle, pour reporter des longueurs,
- gabarit pour comparer ou reporter des angles
- utilisation du pliage, du calque, d'un support quadrillé pour compléter une figure par symétrie.

Des logiciels de dessin assisté par ordinateur ou de géométrie dynamique peuvent également être utilisés.

Les programmes de l'école primaire ont changé en 2008 ; ils reprennent de façon très succincte des éléments des programmes de 2002 pour ce qui est de l'enseignement de la géométrie plane. Nous relevons cependant une différence relative à l'utilisation des instruments au niveau du socle commun : la capacité à utiliser les instruments avec soin et précision, non mentionnée dans les programmes de 2002, fait partie des injonctions institutionnelles en 2008. En effet, une des compétences attendues à la fin du CM2 dans le deuxième palier pour la maîtrise du socle commun[20] est que l'élève soit « capable d'utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec soin et précision ».

[15] B.O. n°1 du 14 février 2002, numéro hors-série
[16] Documents d'application des programmes. Mathématiques, cycle des approfondissements (cycle 3). Ministère de la Jeunesse, de l'Éducation nationale et de la Recherche. Direction de l'enseignement scolaire. CNDP
[17] Les nouveaux programmes de l'école primaire. Mathématiques. Document d'accompagnement. Articulation école collège. Direction de l'enseignement scolaire. Bureau du contenu des enseignements.
[18] B.O. n°3 du 19 juin 2008, Hors série
[19] B.O. Spécial n°6 du 28 août 2008
[20] B.O. n°3 du 19 juin 2008, Hors série

En sixième

En sixième, le travail expérimental continue d'être requis dans les méthodes d'enseignement de la géométrie. Par exemple, dans les commentaires du programme de sixième relatifs à la symétrie axiale, il est précisé que « dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, les activités s'appuient encore sur un travail expérimental (pliage, papier calque) permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples à partir desquelles sont dégagées les propriétés de conservation de la symétrie axiale. » Des situations de pliage d'une feuille de papier suivant une ligne droite puis découpage ou décalquage de formes pour travailler la notion de symétrie axiale peuvent être proposées. Ces manipulations laissent progressivement place au tracé avec les instruments usuels de géométrie. L'importance de leur maniement dans les apprentissages est affirmée dans le socle commun de connaissances et de compétences : « Les constructions géométriques, avec leurs instruments traditionnels – règle, équerre, compas, rapporteur – aussi bien qu'avec un logiciel de géométrie, constituent une étape essentielle à la compréhension des situations géométriques ». La résolution de problèmes doit mener à la maîtrise de techniques de construction avec l'utilisation des instruments et logiciels adaptés et avec la mobilisation des connaissances dans les raisonnements implicites sous-jacents. Elle doit aussi permettre la conduite de raisonnements simples, avec une initiation à la déduction et à la reconnaissance de figures planes dans une configuration complexe.

Dans les programmes du début du vingt-et-unième siècle de fin d'école primaire et de début de collège, nous retrouvons des considérations sur les apports de la construction instrumentée évoqués de façon récurrente au cours du temps depuis le début du dix-neuvième siècle : le tracé aux instruments offre la possibilité d'amener progressivement les élèves vers l'abstraction et il facilite la compréhension des concepts géométriques.

Les apports de la construction instrumentée sont relatifs aussi au développement du raisonnement, qui est l'une des finalités de l'enseignement de la géométrie déclarées dans les programmes actuels. Cet aspect est décliné de différentes façons à la fin du vingtième siècle dans les programmes. Il s'exprime par exemple par la recherche du développement de la réflexion et de l'esprit critique de l'élève, ou à travers un objectif de formation de l'esprit ou de formation intellectuelle.

La recherche de précision et de soin, mentionnée dans le socle commun de 2008, apparaît également de façon récurrente dans les programmes. Elle est parfois justifiée pour elle-même, le but étant de développer des « qualités d'ordre et de soin » ou « le goût du travail bien fait » de l'élève, elle peut aussi être justifiée par une nécessité théorique : la « précision géométrique » permet de rendre compte de propriétés géométriques avec exactitude.

2. Finalités de l'enseignement de la géométrie

Dans les programmes de cycle 3 de 2008, il est noté que « la maîtrise des principaux éléments de mathématiques aide à agir dans la vie quotidienne ». Les programmes de sixième de 2008 précisent que « les connaissances géométriques permettent de modéliser des situations (par exemple représenter un champ par un rectangle) et de résoudre ainsi des problèmes posés dans l'espace ordinaire ». Dans l'introduction commune des programmes de mathématiques de 2008 au collège, la géométrie est présentée comme devant rester en prise avec le monde sensible qu'elle permet de décrire : la perception immédiate de l'environnement peut être complétée par une représentation du monde qui s'appuie sur des modèles de représentation issus de la géométrie.

La géométrie est présentée ici dans sa finalité pratique, elle est considérée comme utile dans la vie courante. Cet aspect était primordial et pratiquement exclusif jusqu'en 1960 dans l'ordre primaire, car les applications pratiques de la géométrie étaient utiles dans les professions embrassées par les classes populaires (agriculteur, menuisier, charpentier, etc.). Il a été supprimé durant la période des mathématiques modernes, puis est réapparu ensuite dans l'expression des finalités des différents programmes comme un des objectifs de la formation du citoyen. Perrin-Glorian et Salin (2010) précisent ainsi la finalité pratique d'une géométrie appréhendée comme modèle de l'espace physique :

> On peut considérer qu'il est nécessaire d'enseigner la géométrie à tous les enfants en lien avec sa finalité pratique : la géométrie donne des moyens de contrôle de l'espace et de traitement de problèmes qui se posent dans l'espace (objets de l'espace et espace des déplacements). Elle est donc utile pour tout le monde dans la vie personnelle et sociale ; elle a une utilité spécifique dans certaines professions.
>
> (Perrin-Glorian et Salin, 2010, p. 60)

Des connaissances géométriques sont sollicitées dans des situations de la vie courante du citoyen lorsqu'une perception efficace de l'espace qui l'entoure s'avère nécessaire. Le rapport de la commission Kahane sur la géométrie (Kahane, 2002) en énumère des exemples, dont voici quelques-uns :

- les déplacements dans un lieu inconnu (ville, grand bâtiment, bois, etc.) nécessitent de s'orienter et de se repérer avec des cartes ou des plans,
- la détermination d'une position et la prévision d'un trajet nécessitent l'utilisation et la production de plans,
- la prévision de la possibilité de déplacements d'objets peut être apportée par la théorie sans passer par l'expérience : par exemple, pour déplacer une armoire dans un escalier, on peut prévoir, avant d'être coincé, si la manœuvre est possible ou pas,
- la production ou l'interprétation de représentations (schéma, plan, vues) devient nécessaire par exemple pour faire état d'un accident, ou alors pour déceler les éventuels problèmes sur le plan d'un appartement, ou encore pour comprendre les plans d'objets à monter soi-même dans des travaux de bricolage.

Être capable de géométriser un problème spatial s'avère donc essentiel.

Une autre raison de l'enseignement de la géométrie avancée dans les programmes de 2008, et qui y prend une part importante, est l'apprentissage du raisonnement. Dans les programmes de collège, il est précisé que « la géométrie est aussi le domaine de l'argumentation et du raisonnement, elle permet le développement des qualités de logique et de rigueur » et plus généralement à propos des mathématiques dans les programmes de l'école primaire : « La pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision ».
La rigueur, la logique et l'esprit critique, que le raisonnement permet de développer, contribuent à la structuration de la pensée et à la formation du citoyen : la capacité de raisonner permet au citoyen d'exercer ses responsabilités de manière lucide dans la société et de prendre sa part aux débats politiques, économiques et sociaux qui l'agitent (Kahane, 2002).
La géométrie euclidienne non seulement donne un cadre théorique à la géométrie pratique évoquée précédemment, mais aussi offre très tôt dans la scolarité un champ riche de problèmes permettant de s'initier à l'activité de démonstration : partir de prémisses, émettre des conjectures, faire des déductions en fonction de ce que l'on sait.

> On peut enseigner la géométrie comme théorie mathématique axiomatique pour assurer les fondements de la géométrie pratique et trouver des solutions aux problèmes qu'elle pose ; c'est aussi et surtout une source de problèmes non aisément algorithmisables favorisant le développement du raisonnement déductif.
>
> (Perrin-Glorian et Salin, 2010, p. 60)

Des raisonnements complexes, non algorithmisables, peuvent être abordés assez tôt dans la scolarité en mathématiques dans le domaine géométrique. En effet, les objets théoriques sur lesquels s'élaborent les démarches de recherche, les figures géométriques, sont plus appréhendables que n'importe quels autres objets abstraits, parce qu'ils ont une représentation matérielle accessible, les tracés. L'apprentissage du raisonnement peut s'exercer sur ces objets graphiques par différentes actions : observer, réfléchir, faire des essais, se tromper, surmonter ses erreurs, prendre des initiatives, expérimenter, poser des problèmes, expliquer, justifier.
Une dernière finalité de l'enseignement de la géométrie est celle de préparer les élèves à certaines filières d'enseignement professionnel ou à des études scientifiques et techniques, où la géométrie joue un rôle important. Elle trouve des applications dans des domaines variés tels l'imagerie et la conception assistée par ordinateur dans le domaine médical, l'industrie automobile ou aéronautique, les sciences physiques, la botanique, l'architecture, l'urbanisme, la topographie, la menuiserie, etc.

Au vingt-et-unième siècle, l'enseignement de la géométrie continue donc à être en lien avec une finalité pratique, non plus sur des applications spécifiques, comme par exemple l'arpentage au dix-neuvième siècle, mais plus largement en donnant des moyens de modéliser et de traiter des problèmes qui se posent dans l'espace. Par ailleurs, la géométrie favorise la pratique du raisonnement déductif, le développement de la logique, de la rigueur et de l'esprit critique.
L'étude que nous venons de réaliser montre que depuis l'apparition de la géométrie dans les programmes scolaires de l'école primaire au dix-neuvième siècle jusqu'aux programmes actuels, le dessin instrumenté est en lien étroit avec l'enseignement de cette discipline. Deux types d'apport de la pratique du dessin instrumenté sont avancés : l'un est en lien avec des apprentissages géométriques et l'autre non. Ainsi, les constructions instrumentées permettent d'amener progressivement les élèves vers l'abstraction, elles les aident à la compréhension des concepts en donnant du sens aux définitions et relations géométriques, elles permettent aussi d'appliquer des connaissances géométriques. Sur un autre plan, le dessin géométrique permet de développer des qualités de soin et de précision, ainsi que le sens de l'observation.

Suite à cette partie historique, nous décrivons les conditions actuelles de scolarisation de l'élève dyspraxique et les différents contextes d'enseignement.

II. Scolarisation de l'élève dyspraxique : contextes de l'enseignement

A. Dispositifs institutionnels

La dyspraxie est une altération durable de la fonction cognitive relative au développement du geste. Cette pathologie constitue un handicap au regard de la loi du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées :

> Constitue un handicap, au sens de la présente loi, toute limitation d'activité ou restriction de participation à la vie en société subie dans son environnement par une personne en raison d'une altération substantielle, durable ou définitive d'une ou plusieurs fonctions physiques, sensorielles, mentales, cognitives ou psychiques, d'un polyhandicap ou d'un trouble de santé invalidant.
>
> Loi n°2005-102 du 11 février 2005

La loi stipule également que l'élève handicapé peut être scolarisé en milieu ordinaire dans l'établissement le plus proche de son domicile et qu'il peut bénéficier de compensations des conséquences de son handicap. Le Projet Personnalisé de Scolarisation (PPS) est un dispositif qui permet d'encadrer l'aide. Il définit les modalités de scolarisation de l'élève handicapé avec les aménagements à prévoir pour répondre à ses besoins particuliers. Ainsi, la grande majorité des élèves dyspraxiques peut être scolarisée en classe ordinaire et recevoir, si nécessaire, une aide humaine via l'accompagnement d'un Auxiliaire de Vie Scolaire[21] (AVS). Celui-ci a pour mission, entre autres, de pallier la restriction d'autonomie de l'élève due à son handicap, afin de lui permettre d'être disponible pour participer aux activités d'apprentissage au sein de la classe. Une aide matérielle comme le prêt d'un ordinateur portable avec des logiciels ou comme différents matériels adaptés (par exemple une table ergonomique) peut également être apportée. La scolarisation de l'élève dyspraxique peut se faire aussi dans une classe pour l'inclusion scolaire (Clis) à l'école primaire et dans une unité localisée pour l'inclusion scolaire (Ulis) en collège ou en lycée. Il suit alors certains enseignements dans sa classe spécialisée et les autres en classe ordinaire. Certains établissements régionaux d'enseignement adapté (ÉREA) accueillent également les élèves dyspraxiques. La scolarisation y est renforcée par la présence d'un centre de soin : les soins de rééducation et de réadaptation fonctionnelle sont intégrés dans l'emploi du temps des élèves. À la marge, certains élèves dyspraxiques, du fait de l'intensité de leur trouble et de l'existence de troubles associés, sont scolarisés en établissement spécialisé, dans des instituts médico-éducatifs (IME).

B. Petit aperçu sur la scolarisation d'élèves dyspraxiques en 2013-2014

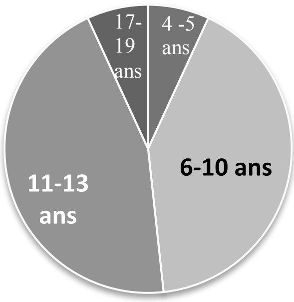
Afin d'avoir une idée de ce que représentent les élèves dyspraxiques dans la population scolaire, de leur lieu de scolarisation et des aides qui leur sont octroyées, nous présentons quelques chiffres et quelques données qualitatives relatifs à l'année scolaire 2013-2014. Les données brutes nous ont été transmises par la Maison Départementale des Personnes Handicapées (MDPH) de la Meuse d'une part, et par la Fédération Française des Dys (FFDys) d'autre part.
Au niveau de la prévalence de la dyspraxie, 5 à 6 % de la population d'âge scolaire est touchée, à des degrés divers, avec une nette prédominance de garçons (Mazeau et Laporte,

[21] L'auxiliaire de vie scolaire peut être amené à intervenir en classe en concertation avec l'enseignant (aide pour écrire ou manipuler le matériel dont l'élève a besoin). Il peut aider à l'installation matérielle de l'élève au sein de la classe (postes informatiques, aides techniques diverses, ...), une aide pratique, rapide et discrète permettant à l'élève de trouver la disponibilité maximale pour sa participation aux activités de la classe. Il peut également s'agir d'une aide aux tâches scolaires lorsque l'élève handicapé rencontre des difficultés pour réaliser dans des conditions habituelles d'efficacité et de rapidité les tâches demandées par les situations d'apprentissage. L'ajustement de ces interventions doit se faire en fonction d'une appréciation fine de l'autonomie de l'élève et tenir compte de la nature et de l'importance des activités. Il est donc indispensable qu'elles résultent d'une concertation avec chaque enseignant et s'adaptent aux disciplines, aux situations, et aux exercices. Une attention particulière sera apportée aux situations d'évaluation de façon que puissent être réellement appréciés les progrès de l'élève en dépit des adaptations nécessaires (notamment dans le temps alloué ou dans l'aménagement des tâches) et de l'assistance dont il bénéficie. (Extrait du BO n°25 du 19 juin 2003)

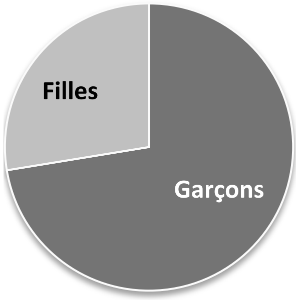
2013). Les enfants dyspraxiques sont loin d'en avoir tous reçu le diagnostic et de bénéficier d'aides spécifiques, notamment parce que le dépistage de leurs troubles est récent[22].
Si nous prenons l'exemple du département de la Meuse, les élèves dyspraxiques répertoriés en 2013-2014 par la Maison Départementale des Personnes Handicapées (MDPH) représentent environ 0,1 % des élèves du premier degré et du premier cycle du second degré.

Répartition des 29 élèves signalés dyspraxiques en 2013-2014 :

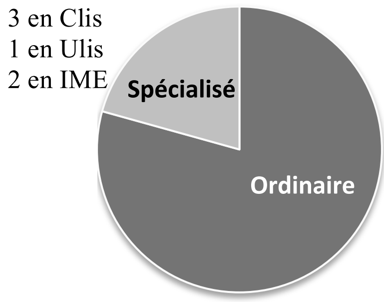
par tranches d'âge



par sexe



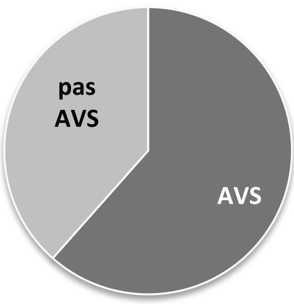
par établissement de scolarisation



26 élèves ont reçu des aides en compensation de leur handicap, sous forme d'une aide humaine et/ou d'une aide matérielle :

Aide humaine

16 élèves, majoritairement à l'école primaire, bénéficient de l'accompagnement d'un AVS



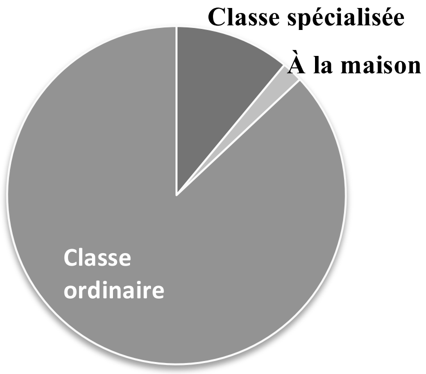
Aide matérielle

12 élèves, majoritairement de plus de 11 ans, ont un ordinateur portable en classe

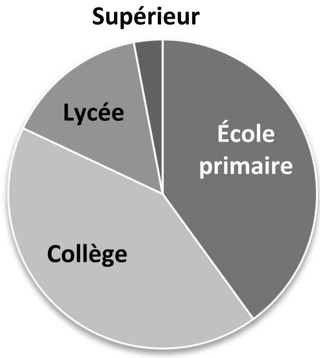
À partir de données extraites d'une enquête réalisée par la Fédération Française des Dys en septembre 2013, nous présentons maintenant quelques informations recueillies sur un échantillon de 218 élèves dyspraxiques âgés de 6 à 20 ans.
51 % de ces élèves dyspraxiques bénéficient de l'aide d'un Auxiliaire de Vie Scolaire pour un nombre d'heures par semaine variant entre 8 et 20.

[22] La première identification de la dyspraxie date de 1964 avec la publication des travaux de l'équipe de Ajuriaguerra, mais c'est seulement dans les années 1980 qu'il a été possible de rendre compte des troubles praxiques, grâce aux progrès des neurosciences. Avant, les enfants dyspraxiques étaient « classés dans différentes « cases » : déficients intellectuels (mauvais en tout et lents), troubles du comportement (dépressifs, agitateurs ou absents, phobie scolaire, ...) » Mazeau, M. (2012) Les cahiers de l'ADAPT n°169.
La création des centres référents pour les troubles du langage et des apprentissages (CLAP) en 2001, puis la loi du 11 février 2005 et la création d'associations de parents d'enfants dyspraxiques ont contribué à diffuser l'information sur la dyspraxie.

Répartition par milieu de scolarisation :



Répartition par niveau de scolarisation :



La question de la prise en compte des troubles des apprentissages n'est pas nouvelle dans l'enseignement spécialisé, alors qu'elle est récente dans le milieu ordinaire. Les chiffres montrent que la plupart des élèves dyspraxiques y sont scolarisés. Beaucoup d'enseignants n'ont jamais eu de formation ni même d'information sur la dyspraxie pour savoir comment permettre à ces élèves à besoins particuliers d'apprendre. Leur incompréhension se manifeste parfois par de mauvaises interprétations des conséquences du handicap quant aux productions écrites de l'élève dyspraxique, avec par exemple ce type de réflexions d'enseignants rapportées par des parents dans l'enquête de la Fédération Française des Dys de septembre 2013 : « Quand il veut, il peut ! », « Il n'écoute pas les consignes », « Il ne s'applique pas », « Il est paresseux », « Il fait preuve de mauvaise volonté ». La méconnaissance de la dyspraxie se traduit aussi par une exigence de soin qui va au-delà des possibilités de l'élève : tel enfant doit recopier plusieurs fois la même page parce qu'elle « n'est pas assez propre pour elle [l'enseignante] ... si elle savait ce que ça demande comme énergie ... » ; tel autre, épuisé d'écrire, se voit infliger cette sanction : « Tu n'as pas terminé ton travail ? Tu ne veux plus écrire ? Eh bien tu resteras à la récréation et ensuite tu iras dans la classe de la directrice. » Des réticences à la mise en place d'aménagements apparaissent aussi, comme celle de l'utilisation de l'ordinateur en classe : « Même si la MDPH donne à l'enfant dys un ordinateur portable pour l'aider dans sa scolarité, les enseignants n'acceptent pas cet outil dans la classe. » Nous reviendrons plus en détail sur les obstacles à l'utilisation d'un ordinateur comme moyen de compensation de la dyspraxie dans le chapitre 8, III.

III. Premières hypothèses et problématique

Dans cette partie III, nous présentons ce qui peut motiver l'enseignement de la géométrie à des élèves dyspraxiques qui, a priori, ne peuvent qu'échouer, à l'école primaire comme au collège, dans ce domaine qui comporte des exigences spatiales et manipulatoires importantes. Nous exposons ensuite la problématique de recherche.

A. Pourquoi enseigner la géométrie à l'élève dyspraxique ?

Pour répondre à cette question, nous nous appuyons sur les finalités de l'enseignement de la géométrie exposées dans la première partie, et aussi sur des paroles d'adultes, affectés de dyspraxie. Nous (E) leur avons demandé de témoigner de leurs expériences en lien avec leurs troubles : Mme Z a une trentaine d'années, elle est aide-soignante et a eu un parcours scolaire chaotique ; sa dyspraxie a été diagnostiquée à l'âge de 25 ans ; Mme A est un professeur des écoles d'une quarantaine d'années qui reconnaît dans son fonctionnement certains symptômes de la dyspraxie ; elle en a pris conscience dans la pratique de son métier lors de réunions d'équipe de suivi d'élèves à besoins particuliers. Ces adultes, avec tout le recul qu'elles peuvent avoir, nous apportent un éclairage sur ce qui dysfonctionne, ce que ne sont souvent pas en capacité de faire les élèves dyspraxiques en situation, parce qu'ils n'expriment surtout que leur grande souffrance face à l'échec et leur sentiment d'être « nul ».

1. Aide à la structuration de l'espace

Nous avons évoqué dans l'introduction de la thèse, et nous l'illustrerons dans le chapitre 3, les difficultés de l'élève dyspraxique à se repérer dans l'espace et à se construire une représentation fiable de son environnement. Dans sa finalité pratique, l'enseignement de la géométrie contribue justement à la structuration de l'espace. Sans prétendre annihiler les troubles de la représentation spatiale de l'élève dyspraxique, nous pensons que le recours à la géométrie peut, pour lui, être une aide non négligeable. Nous illustrons cette hypothèse avec le témoignage de Mme Z, et tout d'abord à propos de sa profession d'aide-soignante :

> Mme Z : En stage d'aide-soignante, on me reprochait que j'étais lente, j'avais du mal à me repérer aussi dans les services, au niveau orientation.
> E : Pour cette difficulté de repérage, est-ce que vous avez mis en place des stratégies ?
> Mme Z : Ils m'avaient donné le conseil de refaire un schéma sur papier du service avec les numéros des chambres, là où s'trouvait la salle de soin. Ça m'a aidé à me repérer dans le service. [...] Quand on me demande de mettre la table pour les patients, c'est vrai que savoir où se trouvent les patients, d'emblée, j'y arrive pas, je vais chercher le plan de table. Mais après, avec le plan de table, bon, j'mets du temps, ne serait-ce que pour orienter le plan, bon mais j'arrive quand même à me repérer avec le plan pour savoir où placer les patients.
>
> Extrait 1 d'un entretien avec Mme Z, octobre 2013

Mme Z évoque ici dans deux situations de sa vie professionnelle la nécessité de se repérer dans l'espace et elle exprime son incapacité à y réussir spontanément. L'utilisation d'un plan, représentation de l'espace réel qu'elle n'arrive pas à cerner, même s'il s'agit d'un espace qu'elle fréquente régulièrement, constitue pour elle une aide. Elle parvient à trouver la chambre du patient dans laquelle elle doit se rendre, ou repérer la place de chaque patient pour dresser la table de façon appropriée, et ce, de façon autonome. Certes, son interprétation du plan n'est pas immédiate, elle a besoin de temps pour l'orienter, mais elle parvient au final à en retirer des informations utiles. Ainsi, même si l'utilisation d'un plan pour elle est laborieuse, elle n'est pas vaine. Cela ne signifie pas pour autant que la lecture de plan lui est acquise dans des situations plus complexes :

> Mme Z : Lire une carte pour moi vraiment ça reste difficile, bon après, j'arrive à peu près à visualiser quand c'est une carte routière, après, on me donne une carte, c'est une expérience que j'ai vécue aux scouts, une carte forestière avec bon ben tout le trajet à faire, c'est même pas la peine, je ne me retrouverai pas. Quand j'étais plus jeune, j'osais pas l'dire, parce que j'avais honte.
> E : Alors vous faisiez comment ?
> Mme Z : Après comme c'était en groupe, on n'était jamais toute seule, du coup, c'était plus les autres qui faisaient.
>
> Extrait 2 d'un entretien avec Mme Z, octobre 2013

Dans ce type de situation de repérage spatial, l'utilisation d'un GPS peut être d'un grand secours. Ce système de géolocalisation allège considérablement le travail de repérage par rapport à l'utilisation d'une carte routière ou d'un plan de ville : l'orientation est donnée et la localisation est prise en charge par l'appareil. Il reste cependant à savoir interpréter les informations données sous forme de représentation plane de l'espace réel. Un minimum de connaissances géométriques est donc nécessaire.

2. Apprentissage du raisonnement

Une autre finalité de l'enseignement de la géométrie présentée dans la partie I.C.2 est de développer des capacités de raisonnement. Cette faculté de raisonner est préservée chez l'élève dyspraxique, tout comme le sont ses compétences mnésiques et langagières. Ainsi, si l'on lève l'obstacle lié à la construction instrumentée rencontré par l'élève dyspraxique, nous pensons qu'il pourra lui aussi apprendre pleinement à exercer son raisonnement. Nous illustrons cette idée avec le témoignage de Mme A, à propos d'un problème de construction géométrique qui lui était proposé en formation d'enseignants. Il s'agissait de construire le milieu d'un segment avec une règle à bords parallèles, dépourvue de toute graduation. Elle revient ainsi sur ses difficultés :

> Mme A : Ben quand on a eu ça [l'énoncé du problème], j'voyais bien, la première chose à laquelle j'ai pensé, c'est Thalès et les parallélogrammes, pour le faire, tout d'suite ! Donc euh, sauf que, pour réussir à l'faire, j'ai dû faire mes parallèles d'un côté et la figure de l'autre. Et j'arri, et mon segment de l'autre, et après j'ai fait superposer, parce que sinon, ça f'sait trop d'traits. À partir de là, j'y arrivais plus, j'y arrivais plus parce que je n'arrivais pas à me servir de ce bout de bois là !
> E : La règle ?
> Mme A : Voilà. Et du coup, ça m'a remis dans une position où
> E : Ah oui, tu ne savais pas utiliser la règle
> Mme A : Et ben voilà, et du coup, c'est pour ça que je suis restée comme une grosse cruche, alors que j'ai été une des premières à trouver comment fallait trouver le milieu, que je voyais très bien ce qu'il fallait utiliser comme théorème et voilà, mais dans les actes, je n'y arrivais pas quoi ! [...] C'est le grand vide, c'est vraiment, t'as plus aucune action, plus aucune pensée, et là, pour un peu que t'en as un à côté qui est en train de te titiller « Ah ben si regarde, c'est facile » et qui est en train de t'expliquer « Mais tu sais, c'est les médianes ! ». Bon ça va, j'suis pas débile !
>
> Extrait 1 d'un entretien avec Mme A, juin 2014

Les propos de Mme A montrent qu'elle est capable de convoquer des théorèmes de géométrie qui permettent de déterminer et de valider une construction du milieu du segment avec la contrainte instrumentale donnée. Ses difficultés résident uniquement dans la réalisation effective de son projet de construction. Désappointement et frustration pour elle qui était parvenue très vite à trouver une solution au problème posé sans parvenir à la réaliser.
Le but de ce type de problèmes de construction est l'exercice du raisonnement à travers la mobilisation de connaissances géométriques. La mobilisation en acte de ces connaissances par une production d'essais doit aboutir à une explicitation, puis à une justification des propriétés géométriques convoquées dans la construction. Il s'agit de déterminer si la méthode trouvée est bien générale ou si elle n'était que le fait d'un cas particulier. Le fonctionnement de Mme A montre que les objectifs d'enseignement peuvent être atteints sans que des constructions effectivement réussies en soient un passage obligé.
Dans la suite de l'entretien, Mme A nous apporte quelques éléments par rapport à son utilisation des figures géométriques. Lorsqu'une figure de forme et de position non prototypiques est donnée, elle ne réussit pas à traiter les données de façon immédiate : « Je suis obligée de repasser par une figure que je connais bien pour aller vers une figure que je connais moins bien. » Lorsqu'elle cherche une solution à un problème géométrique, elle ne s'appuie pas sur des représentations imagées de figures, elle « réfléchit en propriétés ». Lorsqu'elle doit tracer une figure, elle s'appuie sur le langage. Elle donne l'exemple de la

représentation du cube en perspective cavalière : « Il m'a fallu des années avant d'y arriver. Je me raconte une règle. [...] Si je ne me raconte pas ma petite histoire, ben j'y arrive pas ! » Mme A prend ainsi appui sur le langage et la mémoire pour compenser ses difficultés liées à l'interprétation et au traitement des représentations géométriques figurales.

B. Problématique

Nous avons vu que des connaissances géométriques peuvent être utiles à l'élève dyspraxique pour l'aider à se repérer dans l'espace. Même s'il n'est pas en capacité d'atteindre le niveau de performance des élèves standards, nous faisons l'hypothèse que ces connaissances pourront apporter une amélioration dans des situations de sa vie quotidienne et de sa vie professionnelle auxquelles il ne manquera pas d'être confronté. D'autres finalités de la géométrie avec ses applications pratiques, présentées dans la partie I. C. 2, ne sont pas essentielles, en particulier si l'élève dyspraxique évite de s'orienter vers certaines professions manuelles. Cependant, renoncer à une formation géométrique l'empêcherait d'accéder à des professions scientifiques où il peut être compétent. Comme nous l'avons déjà précisé, l'élève dyspraxique n'a pas de difficulté raisonnementale en lien avec ses troubles cognitifs. Il peut être très performant au niveau intellectuel. Les possibilités offertes par la géométrie d'apprendre à raisonner devraient donc lui être accessibles. Or, comme nous l'avons souligné en introduction, la construction instrumentée dans laquelle il est défaillant est un réel obstacle au développement du raisonnement qui est visé. Pourtant, la manipulation des instruments en géométrie n'est pas un but en soi pour l'enseignement de la géométrie : ce n'est qu'un moyen utilisé dans l'enseignement pour conduire les élèves à une conceptualisation des notions géométriques.

> L'enfant dyspraxique est ainsi très souvent mis en difficulté par la méthode d'enseignement, les procédures préconisées et/ou le matériel pédagogique utilisé (et non par les connaissances ou le concept à acquérir).
>
> (Mazeau et Le Lostec, 2010, p.9)

Il nous semble important de ne pas priver l'élève dyspraxique des apports que peuvent avoir pour lui des apprentissages en géométrie. Pour lui permettre d'y accéder, il s'agirait donc d'utiliser une méthode d'enseignement adaptée. En l'occurrence, cette méthode ne doit pas considérer l'exigence d'une maîtrise de la manipulation d'instruments et la recherche de précision et de soin comme un palier incontournable à atteindre pour permettre l'entrée dans une géométrie théorique. Cela va à l'encontre de la méthode d'enseignement préconisée dans les programmes actuels et passés, méthode qui a sans doute son efficacité pour la plupart des élèves, mais absolument pas pour l'élève dyspraxique.
Déterminer ce qui, dans l'action didactique, permet à l'élève dyspraxique l'acquisition de connaissances et une évolution de la conceptualisation en géométrie, à la transition de l'école primaire au collège, constitue l'objet de notre recherche. Le témoignage de Mme A met en évidence une première piste à exploiter : celle de prendre appui sur le langage pour appréhender les objets géométriques, en mettant l'accent sur leurs représentations propositionnelles plutôt que figuratives.
Si au premier abord cette recherche ne semble concerner que peu d'élèves, nous pensons qu'elle pourra déboucher sur des résultats intéressants aussi pour les élèves ordinaires, notamment pour ceux qui ont des difficultés dans l'utilisation des instruments, sans que cela soit identifié comme dû à une dyspraxie.
Dans notre parcours de l'enseignement élémentaire de la géométrie inculqué depuis 1830 aux élèves du cours moyen, du cours supérieur et de la classe de sixième, nous avons vu que le

dessin instrumenté y a toujours pris une place importante. Deux types d'apports sont avancés : le premier concerne le développement de la précision et du soin ; le second est relatif à l'appropriation de connaissances géométriques : le dessin instrumenté aide à la compréhension des raisonnements, facilite l'accès à la géométrie théorique, permet d'appliquer des connaissances géométriques ou encore permet de donner du sens aux résultats théoriques. Nous pensons que la capacité à réaliser des tracés précis et soignés est secondaire dans l'apprentissage de la géométrie. Nous choisissons donc de renoncer à faire progresser l'élève dyspraxique dans l'acquisition de ce savoir-faire, sachant que son handicap compromet le développement des habiletés manipulatoires qui lui sont indispensables. En revanche, nous souhaitons conserver le deuxième type d'apports du dessin instrumenté. Dans cette perspective, nous allons chercher à dissocier, dans ce qui est en jeu dans la réalisation de dessins instrumentés, les aspects cognitifs liés à la conceptualisation en géométrie, des aspects pratiques problématiques pour les élèves dyspraxiques. Nous présentons cette étude du processus d'accès à la géométrie dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Cadre théorique pour l'étude du processus d'accès à la géométrie par la construction instrumentée

Dans ce chapitre, nous élaborons un cadre théorique pour étudier le processus d'accès à la géométrie par la construction instrumentée. Ce cadre est conçu pour pouvoir analyser l'action instrumentée en dissociant les aspects cognitifs liés à la conceptualisation en géométrie, des aspects pratiques liés à l'exécution d'actions. Pour sa conception, nous nous appuyons sur des outils empruntés à plusieurs cadres théoriques existants.

Dans une première partie, nous présentons ces outils et en effectuons une première exploitation qui démarre ainsi une construction progressive du cadre théorique qui nous permettra d'étudier l'action instrumentée en lien avec notre problématique de recherche. Ainsi, nous nous intéressons aux différents objets impliqués dans une action instrumentée – les objets géométriques, les objets graphiques, les objets techniques – et à leurs relations et rapports avec le sujet. Nous précisons d'abord ce que nous considérerons comme objets, relations et propriétés géométriques et comme objets graphiques. Ensuite, nous explicitons les relations entre objets géométriques et objets graphiques en nous référant à des travaux en didactique de la géométrie (Parzysz, 1989 ; Laborde et Capponi, 1994), et nous présentons également une approche cognitive du rapport aux figures (Duval, 1994, 1995, 2005). Nous exposons enfin deux approches des sciences cognitives en lien avec l'action instrumentée : l'approche instrumentale de Rabardel (1995) relative à des situations d'activité avec instruments et une approche neuropsychologique relative au développement du geste (Mazeau et Pouhet, 2014 ; Mazeau et Laporte, 2013 ; Mazeau et Le Lostec, 2010).

Dans une seconde partie, nous présentons le cadre théorique pour l'étude de l'action instrumentée. Nous considérons cette action d'une part dans un environnement papier-crayon et d'autre part dans un environnement numérique. Pour ce dernier, nous présenterons au préalable les outils numériques utilisés dans les activités géométriques au cours de notre étude. Dans une troisième partie, nous terminons en donnant une opérationnalisation du cadre pour analyser des tâches de construction instrumentée.

Nous avons récapitulé dans un *memento* les différents termes et schémas associés au cadre théorique d'analyse de l'action instrumentée exposé dans ce chapitre. Nous le compléterons avec les outils d'analyse du langage et des gestes développés dans le chapitre 4 et ceux des aides développés dans le chapitre 5.
Les termes figurant dans le *memento* sont notés en italique dans la thèse lorsqu'ils sont introduits.

Sommaire du chapitre 2

I. Première exploitation d'apports théoriques

A. Objets géométriques, objets graphiques

Les activités géométriques dont le but est la réalisation d'objets graphiques s'inscrivent dans une modélisation de l'espace physique. Elles ont pour objectif d'enseignement l'exercice du raisonnement, à travers la mobilisation requise de *connaissances géométriques*. Il s'agit de connaissances sur les objets géométriques, ainsi que sur leurs relations et propriétés.

1. Objets géométriques, relations et propriétés

Les *objets géométriques* sont des objets idéels, résultant d'une construction de l'esprit. Ils sont point, droite, segment, cercle, centre, rayon, angle, carré, etc. Ils ont une existence théorique donnée par des définitions ou des axiomes. Par exemple, chez Euclide « Le point est ce dont la partie est nulle. Une ligne est une longueur sans largeur. Il existe toujours une droite qui passe par deux points. Un segment de droite peut être prolongé indéfiniment en une ligne droite. »
Les *relations* désignent des liens théoriques pouvant exister entre ces objets géométriques tels l'appartenance, l'alignement, le parallélisme, la perpendicularité, l'égalité des longueurs, la symétrie. Les *propriétés* désignent des énoncés qui décrivent ces liens, lorsqu'ils sont vérifiés.
Objets géométriques, relations et propriétés, ne sont pas directement accessibles par la perception comme le sont les objets physiques du monde sensible. L'accès à ces objets *non ostensifs* est donné par des objets *ostensifs* (Bosch et Chevallard, 1999).

> Les objets *non ostensifs* sont alors tous ces « objets » qui, comme les idées, les intuitions ou les concepts, existent institutionnellement – au sens où on leur attribue une existence – sans pourtant pouvoir être vus, dits, entendus, perçus ou montrés par eux-mêmes : ils ne peuvent être qu'*évoqués* ou *invoqués* par la manipulation adéquate de certains objets ostensifs associés.
>
> (Bosch et Chevallard, 1999, p.90)

2. Ostensifs associés aux objets géométriques et à leurs propriétés

> […] on ne peut que constater la présence d'une *pluralité de registres ostensifs* dans le déroulement de l'activité mathématique : registre de l'*oralité*, registre de la *trace* (qui inclut graphismes et écritures), registre de la *gestualité*, enfin registre de ce que nous nommerons, faute de mieux, la *matérialité quelconque*, où prendront place ces objets ostensifs qui ne relèvent d'aucun des registres précédemment énumérés.
>
> (Bosch et Chevallard, 1999, p.96)

Des actions avec des objets matériels de l'espace sensible permettent d'appréhender certains concepts géométriques. Dans l'enseignement par exemple, des objets de l'environnement sont utilisés : un fil tendu pour la droite et la relation d'alignement, des formes cartonnées pour les figures planes, le pliage et le décalquage pour la symétrie. Ces représentations sont nécessairement imparfaites : le fil a une certaine épaisseur et n'est pas infini contrairement à la droite ; pour les formes, l'épaisseur et la matière doivent être négligées ; le pliage laisse à penser la symétrie comme une transformation d'un demi-plan dans un autre demi-plan et donne une perception des formes comme étant bifaces. Dans les registres ostensifs liés à la construction instrumentée, nous considérons les actions instrumentées qui permettent la réalisation d'objets graphiques porteurs de propriétés géométriques. Nous définirons plus précisément l'*action instrumentée* dans les parties I.B et II de ce chapitre.

Différents types de gestes, réalisés sans l'utilisation d'objets matériels et en lien avec l'action instrumentée, permettent d'évoquer des concepts géométriques. Le cercle peut par exemple être évoqué par un mime avec la main de son tracé au compas ou encore par un geste dans l'air avec l'index décrivant une trajectoire circulaire. Des ostensifs textuels, écrits ou oraux, permettent également cette évocation par des énoncés de définitions et de propriétés. Nous reviendrons en détail sur les ostensifs *gestuels* et *langagiers* dans le chapitre 4.
Enfin, des *objets graphiques,* traces du crayon sur une feuille de papier ou traces virtuelles sur un écran vide, permettent aussi de rendre compte des propriétés des objets géométriques. Ainsi, en géométrie plane, les objets graphiques sont liés aux objets géométriques qu'ils représentent par une relation de ressemblance. Leurs caractéristiques visuelles, réglées de façon conventionnelle, rendent apparentes différentes relations géométriques, qui ont l'avantage, par rapport aux énoncés discursifs, de pouvoir être saisies dans leur ensemble[23]. Ces traces graphiques peuvent être dessin instrumenté ou schéma. Sur ce dernier, appelé aussi *dessin à main levée*, seules les propriétés topologiques sont conservées dans le tracé (propriétés de voisinage, d'ordre, de continuité ou discontinuité) et différents codages permettent de signifier les autres propriétés et relations telles la perpendicularité, les égalités de longueurs ou les égalités d'angles. Le *dessin instrumenté*, lui, obéit à des règles supplémentaires : milieu, alignement, parallélisme, perpendicularité et propriétés métriques sont conservées. Nous explicitons les relations entre objets géométriques et objets graphiques ci-après.

3. Relations entre objets géométriques et objets graphiques

Nous nous référons tout d'abord à des travaux en didactique de la géométrie pour expliciter les relations entre objets géométriques et objets graphiques, puis nous introduisons les premiers éléments de l'exploitation que nous en ferons dans l'élaboration du cadre théorique présenté en partie II.

Apports théoriques

Parzysz (1989) propose de distinguer les traces graphiques de ce qu'elles représentent en réservant le terme de *figure* à l'être géométrique et l'emploi du mot *dessin* pour une représentation graphique de cette figure. Laborde et Capponi (1994) prolongent cette distinction en considérant la figure géométrique comme constituée des rapports entre un objet géométrique et les dessins qui lui sont associés :

> En tant qu'entité matérielle sur un support, le dessin peut être considéré comme un signifiant d'un référent théorique (objet d'une théorie géométrique comme celle de la géométrie euclidienne, ou de la géométrie projective). La figure géométrique consiste en l'appariement d'un référent donné à tous ses dessins, elle est alors définie comme l'ensemble des couples formés de deux termes, le premier terme étant le référent, le deuxième terme étant un des dessins qui le représente ; le deuxième terme est pris dans l'univers de tous les dessins possibles du référent. Le terme figure géométrique renvoie dans cette acception à l'établissement d'une relation entre un objet géométrique et ses représentations possibles. Dans cette approche, les rapports entre un dessin et son référent construits par un sujet, lecteur ou producteur du dessin, constituent le signifié de la figure associée pour ce sujet.
>
> (Laborde et Capponi, 1994, pp.168-169)

Laborde et Capponi (1994) soulignent la complexité des rapports entre dessin et objet géométrique. Ces rapports sont caractérisés par le fait que des propriétés de l'objet

[23] Cela ne signifie pas pour autant que ces relations sont toujours faciles à « voir ».

géométrique se traduisent graphiquement par des relations spatiales, il existe cependant une inévitable perte d'informations dans la représentation des objets géométriques par des objets graphiques. Par ailleurs, toutes les propriétés graphiques lues sur le dessin ne sont pas à interpréter géométriquement. Laborde et Capponi (1994) définissent ainsi un *domaine de fonctionnement* et un *domaine d'interprétation*, attachés au dessin :

> En tant que signifiant d'un objet géométrique, le dessin rend compte de propriétés de cet objet mais ne le fait que partiellement. On peut attacher un *domaine de fonctionnement* au dessin (ensemble des propriétés géométriques représentées par certaines des propriétés spatiales du dessin). […] Inversement toutes les propriétés spatiales du dessin ne peuvent être interprétées comme renvoyant à des propriétés de l'objet, au dessin est attaché un *domaine d'interprétation.*
>
> (Laborde et Capponi, 1994, pp.171-172)

Le domaine de fonctionnement des objets graphiques est limité. Par exemple, aucun dessin dans l'environnement papier-crayon ne peut rendre compte précisément du fait qu'une droite est illimitée : par convention, on ne représente qu'une partie de la droite en traçant un trait droit, son infinitude réside en ce que l'on sait ce trait prolongeable. À l'opposé, le point, objet géométrique de dimension zéro, ne peut être matérialisé autrement qu'avec des tracés supplémentaires : une croix permet de le représenter et l'on sait qu'il se situe à l'intersection des deux branches de la croix, avec la lettre qui permet de le nommer inscrite à côté. Autre exemple avec l'impossibilité de représenter la variabilité d'éléments, comme l'appartenance d'un point à un segment : le point ne peut qu'être, sur le dessin, dans une position particulière sur le segment. Dans un environnement papier-crayon, un texte doit donc nécessairement accompagner le dessin pour suppléer à ces pertes d'informations et aux informations supplémentaires dont il faudra ne pas tenir compte, afin d'éviter toute ambiguïté dans l'interprétation. Avec un logiciel de géométrie dynamique, la variabilité est accessible par la possibilité de créer une classe de dessins ayant les mêmes propriétés géométriques, en déplaçant un élément de base avec la souris (par exemple en déplaçant un point sur un segment).
La matérialité des objets graphiques, obtenus à l'aide d'objets techniques, conduit à exclure certaines variables visuelles du domaine d'interprétation des traces produites. En effet, les imperfections visuelles sur les objets graphiques, nécessairement engendrées par le degré de précision permis par les instruments de mesure ou de tracé ou par les caractéristiques physiques des objets techniques utilisés, doivent être négligées. Par exemple une ligne est représentée par un trait, qui doit être considéré comme « *sans largeur* » malgré l'épaisseur inévitable produite par la mine du crayon, et qui doit être vu comme continu même si, sur un écran, le tracé peut apparaître « en escalier ». L'intersection d'un cercle avec une de ses tangentes doit être vue comme un point et non comme un petit segment.
Lors de la construction, des choix aléatoires de variables qualitatives géométriquement non pertinentes apparaissent inévitablement. Tout d'abord, un choix doit être fait pour l'orientation des objets graphiques sur le support, mais la position du dessin dans l'espace graphique n'a aucune signification géométrique. De même, la couleur ou le style des traits, même s'ils améliorent la lecture, ne sont porteurs d'aucune propriété géométrique. Enfin, un choix doit être fait pour la taille, lorsque les mesures des segments n'ont pas d'importance. Les longueurs doivent alors être considérées dans leurs rapports entre elles et non isolément avec leurs mesures. Par exemple un triangle isocèle sera représenté avec deux côtés de même longueur, peu importe cette longueur ; on cherchera cependant à produire un triangle isocèle le plus quelconque possible (ni rectangle, ni équilatéral), par convention, et ceci dans le but de ne pas représenter des propriétés géométriques non caractéristiques de la classe des objets géométriques considérés.

> Certes des conventions plus ou moins explicites sont en vigueur : le dessin doit être le plus général possible, il doit éviter de favoriser des interprétations abusives et ne sembler indiquer que des propriétés vérifiées par la figure.
>
> (Laborde, 1994, p.533)

Premiers éléments du cadre théorique pour l'étude de l'action instrumentée

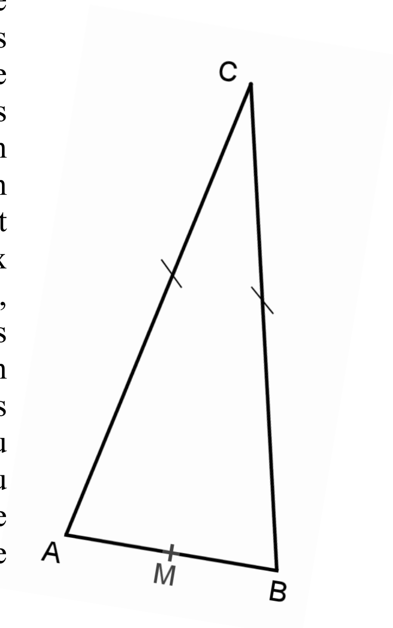
Connaissances sémiotiques

Certaines propriétés visuelles, graphiques et spatiales, des dessins à main levée ou instrumentés sont donc pilotées par les propriétés des objets géométriques et par des conventions sociales, tandis que d'autres ne doivent pas être interprétées au niveau géométrique.

Nous appelons *connaissances sémiotiques* l'ensemble des connaissances qui permettent de discerner les informations graphiques pertinentes, à prélever visuellement sur un objet graphique, et qui permettent d'en interpréter la signification géométrique. Ces connaissances sont relatives au domaine de fonctionnement et au domaine d'interprétation de l'objet graphique, elles sont en relation avec des connaissances géométriques et avec des connaissances sur les caractéristiques physiques des objets techniques utilisés.

Nous illustrons la mise en fonctionnement de connaissances sémiotiques à partir de l'objet graphique présenté ci-contre, réalisé avec un logiciel de géométrie dynamique.

Les lettres majuscules d'imprimerie A, B, C et M correspondent à des noms de points. Le trait reliant A et B, considéré comme une ligne droite continue dont on néglige l'épaisseur (compte tenu des caractéristiques physiques de l'écran d'ordinateur sur lequel la ligne est produite), représente le segment d'extrémités A et B. Les segments [AC] et [BC] sont identifiés de la même manière. L'orientation oblique du segment [AB] sur la feuille n'a pas de signification géométrique. Le petit trait sur le segment [AC] et celui visuellement identique sur le segment [BC] codent l'égalité des longueurs des deux segments. Ces petits traits sont des symboles qui codent une propriété, ils sont relativement petits pour ne pas être confondus avec des segments et pour ne pas gêner la lisibilité du dessin. Leur orientation n'a pas d'importance. Le petit trait sur le segment [AB], en dessous duquel est inscrite la lettre M, représente un point M qui appartient au segment [AB]. On ne peut tenir pour vrai le fait que M soit placé au milieu du segment [AB], la perception visuelle permet juste de le conjecturer. L'objet graphique ci-contre représente donc un triangle ABC isocèle en C avec un point M qui appartient au côté [AB].



Finalité graphique, finalité géométrique

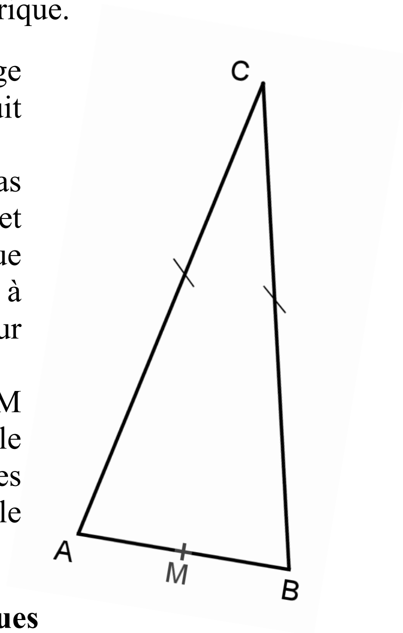
Nous relions les distinctions entre dessin et figure (Laborde et Capponi, 1994) aux deux finalités que nous envisageons pour la construction instrumentée d'objets graphiques, porteurs de propriétés géométriques. Nous compléterons la présentation de ces deux finalités dans la partie II.B.

- Dans une *finalité géométrique*, l'objet graphique à construire doit représenter l'objet géométrique. À travers l'objet graphique, on considère l'objet géométrique idéel. Au départ, soit les objets géométriques sont désignés chacun par un nom qui renvoie à une liste de propriétés connues, soit ils sont décrits par des propriétés qui sont énoncées dans un texte, soit ils sont représentés graphiquement avec leurs propriétés marquées par un codage conventionnel, soit ils sont présentés par un texte complété par une figure codée. Ne sont tenues pour vraies que les propriétés données textuellement ou par codage et celles issues de déductions théoriques. Dans ce cas, nous désignons l'objet graphique par le terme *figure géométrique* également attribué à l'objet géométrique qu'il représente.

- Dans une *finalité graphique*, les propriétés géométriques sont assimilées à des propriétés graphiques visuelles, produites par les instruments de tracé ou de mesure. L'objet graphique possède les propriétés géométriques données grâce aux instruments, mais aussi révélées par les instruments. Sont tenues pour vraies comme dans le cas précédent les propriétés géométriques données au départ textuellement ou par codage, mais le sont aussi toutes celles vérifiées à l'aide des instruments. Dans ce cas, l'objet graphique produit est un *dessin (instrumenté)*.

Ainsi les instruments peuvent donner de l'information sur les propriétés géométriques dans le cas d'un dessin instrumenté mais pas dans celui d'une figure géométrique.

Reprenons l'exemple de l'objet graphique ci-contre, où le repérage visuel de la position spatiale du point M sur le segment [AB] conduit à conjecturer qu'il se situe en son milieu.
Dans une finalité géométrique, si le triangle ABC n'est pas accompagné du texte « le point M est le milieu du segment [AB] » et si rien ne permet de le déduire, le point M ne sera considéré que comme appartenant au segment [AB] et le sujet devra rester vigilant à ne pas se laisser influencer par sa perception visuelle en tenant pour vrai le fait que le point M est placé au milieu de [AB].
Dans une finalité graphique, le sujet, ayant conjecturé que le point M est le milieu du segment [AB] grâce à sa perception visuelle, pourra le vérifier en mesurant les segments [AM] et [BM]. S'il trouve des longueurs égales, il pourra considérer que le point M est bien le milieu du segment [AB].



4. Approche cognitive du rapport aux figures géométriques

Une figure géométrique peut être appréhendée de différentes façons par le sujet. Nous présentons ces différentes appréhensions en nous appuyant sur les travaux de Duval (1995).

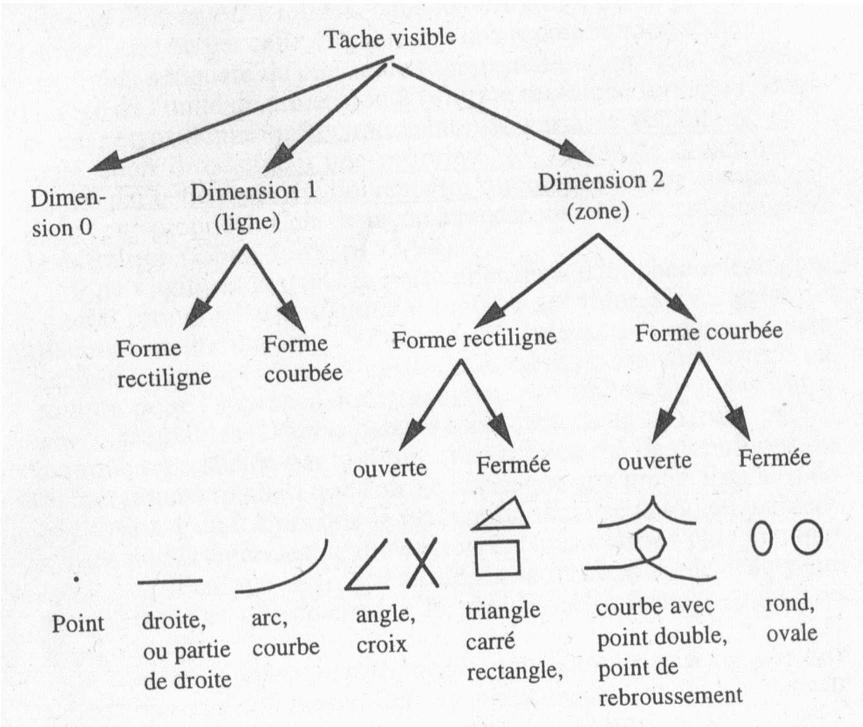
Unités figurales élémentaires

Duval (1995) détermine différentes *unités figurales élémentaires* constituant les représentations d'objets géométriques[24], à partir de la distinction de deux types de variations visuelles : la *variation dimensionnelle* et la *variation qualitative*.

> Cette implantation [d'une tache visible] est susceptible de plusieurs variations visuelles qui peuvent être regroupées en deux grands types :
> - le type des variations lié au nombre de dimensions : 0 (un point), 1 (une ligne) ou 2 (une zone),
> - le type des variations qualitatives : variations de forme (ligne droite ou ligne courbe ; contour ouvert ou contour fermé d'une zone), variations de taille, d'orientation (par rapport au plan fronto-parallèle), variations de grain, de couleur, etc.
>
> (Duval, 1995, p. 175)

[24] Duval parle de « figure géométrique » sans opérer de distinction spécifique entre dessin et figure.

Croisant la seule variable qualitative pertinente au niveau géométrique, la forme, avec les variables dimensionnelles, il obtient la classification suivante des *unités figurales élémentaires* constitutives du registre des figures géométriques :



(Duval, 1995, p. 177)

Remarquons qu'ici, la notion de dimension ne correspond pas toujours à la dimension au sens mathématique dans le cas des courbes.

Appréhension perceptive

Duval (1995) explique alors certaines difficultés rencontrées par les élèves par l'appréhension perceptive qu'ils peuvent avoir des unités figurales élémentaires constitutives des figures géométriques.
Tout d'abord, un même objet peut être représenté par des unités figurales différentes. Par exemple, le point peut être représenté par une unité figurale de dimension 0 (en dehors ou sur une autre unité figurale) ou de dimension 2, en tant que « coin » (sommet d'un polygone) ou « croix » (intersection de lignes). Le point est mieux perçu lorsqu'il est isolé (marqué par une croix), ou rendu visible par une marque sur une ligne (petit trait qui coupe la ligne) que lorsqu'il est représenté par une unité figurale de dimension 2, ainsi que le montrent ces désignations du point :

> Le point, par exemple, est désigné comme « point » quand il est une unité figurale de dimension 0, c'est-à-dire lorsqu'il est perçu comme une unité figurale séparée des autres unités ou superposée à ces unités. En revanche, il n'est plus désigné comme point mais comme « croisement » ou comme « coupure » lorsque sa discrimination résulte de la relation d'incidence de deux autres unités figurales (intersection de deux traits).
>
> (Duval, 1995, p.180)

Une autre difficulté est liée à la prédominance de la perception visuelle d'unités de dimension 2 (contour fermé d'une zone) sur celles de dimension inférieure, alors qu'une étude géométrique nécessite de percevoir les unités de dimension 1 (lignes) et les relations qu'elles ont entre elles.

> Il y a en effet une prédominance des unités de dimension 2 sur les unités de dimension inférieure, prédominance que la loi gestaltiste de clôture (ou de continuité) explique ainsi : lorsqu'un stimulus possède un contour simple et fermé, il se détache comme formant un tout. Ainsi un carré est perçu comme une figure unique et non comme la réunion de quatre segments opposés deux à deux.
>
> (Duval, 1995, p.178)

Duval (2005) précise que les processus spontanés d'identification visuelle des formes reposent sur une *visualisation iconique*. C'est la ressemblance entre la forme visuellement discriminée et la forme typique de l'objet représenté qui en permet une reconnaissance immédiate, à condition que le sujet possède la connaissance de sa forme type et que l'objet graphique n'en soit pas trop éloigné. Certaines formes peuvent ainsi ne pas être reconnues si elles diffèrent trop de la forme stockée en mémoire, comme un triangle qui n'aurait pas toutes ses hauteurs situées à l'intérieur (fig.1) ou comme un rectangle avec une grande disproportion entre largeur et longueur (fig.2). D'autres formes peuvent ne pas être reconnues si elles sont présentées dans une position non prototypique comme le carré (fig.3) ou le triangle (fig.4).

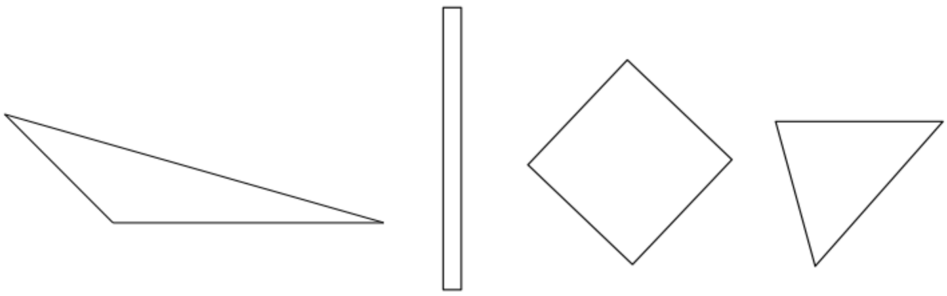


fig.1 fig.2 fig.3 fig.4

Par ailleurs, la reconnaissance d'un objet centrée sur son contour empêche de voir les propriétés qui ne sont pas directement liées au contour.

> Cela veut dire que toutes les propriétés qui ne sont pas directement liées au contour caractéristique d'une forme (celles liées aux diagonales des quadrilatères remarquables) restent hors champ et donc moins facilement mobilisables quand les énoncés de problèmes ne les mentionnent pas explicitement. Cela veut dire aussi qu'il y a une résistance à sortir du contour fermé de la figure, en prolongeant par exemple les côtés pour faire apparaître les droites sous-jacentes.
>
> (Duval, 2005, p.15)

Cette *appréhension perceptive* des figures géométriques, globale et immédiate, émane de traitements cognitifs inconscients. Elle constitue un obstacle dans l'apprentissage de la géométrie si les élèves s'en tiennent à cette perception automatique spontanée (Duval, 1994).

Autres appréhensions d'une figure géométrique

Trois autres formes d'interprétation des objets graphiques, s'opposant à l'appréhension perceptive en ce qu'elles sont contrôlées et qu'elles relèvent d'un apprentissage, permettent d'appréhender les figures géométriques : l'*appréhension discursive*, l'*appréhension opératoire* et l'*appréhension séquentielle* (Duval, 1988, 1994). Ces appréhensions d'une figure géométrique correspondent à celles qui sont attendues dans le décodage de schémas à main levée pour réaliser une construction instrumentée dans une finalité géométrique.

L'*appréhension discursive* permet de regarder une figure à travers ce qu'elle représente, via une dénomination ou l'expression de certaines propriétés, formulées ou codées. Elle est ainsi entièrement liée à l'objet géométrique. Les propriétés non données dans des hypothèses doivent être obtenues dans un raisonnement déductif, et non par simple estimation perceptive à vue d'œil ou suite à des mesures sur l'objet graphique. Ainsi, les propriétés de la figure ne se déduisent pas de l'apparence graphique saisie dans une appréhension perceptive. Par exemple, un point perçu comme milieu d'un segment sera considéré comme tel seulement si un énoncé ou un codage l'indique explicitement.

L'*appréhension opératoire* passe par différentes modifications possibles et réorganisations de la figure qui peuvent être opérées matériellement ou par le regard :

- la modification méréologique consiste en le partage d'une figure en parties pour les recombiner en une autre figure ou en l'inclusion de la figure dans une autre. Elle met en jeu des configurations de base (carré, triangle, droites parallèles, droites perpendiculaires, etc.) qui seront vues comme sous-figures ou sur-figures.
- la modification optique consiste en une variation de taille (agrandissement, diminution ou déformation).
- la modification positionnelle concerne l'orientation et la place de la figure dans son environnement.

L'*appréhension séquentielle* est sollicitée dans les tâches de construction ou de description ayant pour but la reproduction d'une figure. L'ordre de la construction dépend à la fois des propriétés géométriques de la figure et des contraintes techniques des instruments utilisés. Des constructions auxiliaires peuvent être nécessaires. De plus l'exécution instrumentale permet des rétroactions.

> [Le traitement] effectue souvent des détours par des constructions auxiliaires et ces détours ne sont pas nécessairement les mêmes selon les instruments utilisés. Il s'appuie sur un contrôle externe puisque tout écart entre l'intention et l'instruction apparaît dans l'exécution instrumentale en principe toujours fiable : les résultats obtenus après exécution peuvent différer de ceux que l'on croyait pouvoir atteindre.
>
> (Duval, 1994, p.126)

B. Action du sujet avec des objets techniques

Dans notre étude, le sujet réalise des *actions instrumentées* dans des activités géométriques de construction ou de reproduction de figures[25] lorsque, dans son environnement de travail, il utilise des *objets techniques* pour obtenir des objets graphiques représentant des objets géométriques. Les *objets techniques* considérés sont des objets conçus à des fins de tracé et/ou de mesure, comme des instruments de géométrie usuels (règle, équerre, compas, crayon), outils matériels ou outils virtuels qui les imitent (par exemple ceux de Mathenpoche[26]), ou encore comme des outils d'un logiciel de géométrie dynamique.

Nous introduisons maintenant des outils théoriques liés aux actions du sujet avec des objets techniques, en vue de les exploiter dans l'élaboration du cadre théorique qui sera présenté

[25] Le terme *figure* réfère ici aussi bien à l'objet géométrique qu'à l'objet graphique.
[26] http://mathenpoche.sesamath.net

dans la partie II. Ces outils, que nous contextualiserons pour chacun à notre étude, sont empruntés à deux approches des sciences cognitives : l'approche instrumentale et l'approche neuropsychologique.

1. Approche instrumentale : situations d'activité avec instrument

L'instrument médiateur

Dans l'approche instrumentale, Rabardel (1995) propose, pour les situations d'activité avec instrument, un modèle dans lequel il considère trois types d'interactions : celles entre le sujet et l'instrument, celles entre l'instrument et l'objet sur lequel il permet d'agir, et les interactions sujet-objet médiatisées par l'instrument. Ce dernier est un moyen de l'action qui permet d'effectuer des tâches déterminées.
Dans notre étude, ces instruments sont matériels (objets concrets) ou numériques (objets virtuels) et la tâche consiste en le tracé d'objets graphiques. Ces derniers prennent alors à leur tour le statut d'instrument, comme moyen d'informer le sujet sur les objets géométriques considérés et lui permettre de raisonner. Les objets graphiques deviennent ainsi des instruments sémiotiques.
Rabardel (1995) distingue deux orientations pour l'instrument, médiateur des relations entre le sujet acteur, utilisateur de l'instrument et l'objet sur lequel porte l'action :

> Deux grandes orientations de la médiation sont distinguées :
> - dans le sens de l'objet vers le sujet une médiation que nous qualifierons de **médiation épistémique** où l'instrument est un moyen qui permet la connaissance de l'objet ;
> - dans le sens du sujet vers l'objet une **médiation pragmatique** où l'instrument est un moyen d'une action transformatrice (en un sens large incluant le contrôle et la régulation) dirigée vers l'objet.
>
> Mais dès lors que cette médiation s'inscrit dans une activité réelle, les dimensions épistémiques et pragmatiques de la médiation sont en interactions constantes au sein de cette activité.
>
> (Rabardel, 1995, p.72)

Dans l'action instrumentée que nous avons considérée, les objets techniques s'inscrivent dans une médiation pragmatique (ils permettent la production des objets graphiques). Dans une finalité graphique, ils s'inscrivent aussi dans une médiation épistémique (ils donnent des informations sur les objets graphiques). Dans une finalité géométrique, les objets graphiques s'inscrivent dans une médiation épistémique et sont alors des instruments sémiotiques (ils permettent la connaissance des objets géométriques qu'ils représentent). Les objets graphiques ont ainsi un double statut : celui d'objets à construire et celui d'instruments sémiotiques. Les objets techniques, graphiques et géométriques sont ainsi étroitement liés par les interactions constantes qui existent dans l'activation des différentes médiations par le sujet.

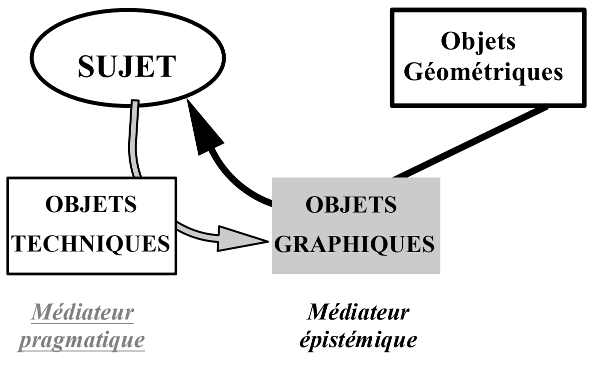


Schéma 2.1. :
Action instrumentée à finalité géométrique

Artefact, schème

Rabardel (1995) définit la notion psychologique d'instrument comme une totalité comprenant une composante *artefact* (un artefact, une fraction d'artefact ou un ensemble d'artefacts) et une composante *schème.* L'*artefact*, objet matériel ou symbolique, avec des caractéristiques permettant d'assurer l'accomplissement de buts spécifiques, est la partie neutre et universelle de l'instrument. Dans l'action instrumentée mise en œuvre dans la construction de figures, les artefacts sont donc les objets techniques et graphiques, dénués de tout rapport particulier du sujet aux objets. Par la suite, nous conserverons l'appellation d'objets techniques pour l'ensemble des artefacts impliqués dans l'action principale de production de l'objet graphique. Dans une activité du sujet dans un environnement papier-crayon, les artefacts utilisés sont matériels et se composent :

- d'objets techniques comme une feuille de papier, un crayon, des instruments géométriques concrets tels une règle, une équerre, un compas,
- d'artefacts utilisés dans des actions liées indirectement à l'action principale comme un taille-crayon, une gomme, une table, une chaise.

Dans une activité du sujet dans un environnement numérique, se trouvent :

- des artefacts matériels tels une table, une chaise, un ordinateur,
- des artefacts numériques apparaissant à l'écran de l'ordinateur, les uns, objets techniques numériques (pointeur, outils d'un logiciel de géométrie dynamique, instruments géométriques virtuels) ; les autres liés indirectement à l'action principale (icônes permettant d'ouvrir un fichier, de l'enregistrer, liens permettant d'accéder à une base d'exercices en ligne).

Rabardel (1995) s'appuie sur différentes approches du concept de *schème*, notamment celle de Piaget (1966) et celle de Vergnaud (1990), pour définir l'autre composante de l'instrument.

> Un schème est la structure ou l'organisation des actions telles qu'elles se transfèrent ou se généralisent lors de la répétition de cette action en des circonstances semblables ou analogues.
>
> (Piaget et Inhelder, 1966, p. 16)

> Un schème est, comme nous l'avons vu, une totalité organisée, qui permet de générer une classe de conduites différentes en fonction des caractéristiques particulières de chacune des situations de la classe à laquelle il s'adresse. Cela n'est possible que parce que le schème comporte :
>
> - des invariants opératoires (concepts-en-acte et théorèmes-en-actes) qui pilotent la reconnaissance par le sujet des éléments pertinents de la situation, et la prise d'information sur la situation à traiter ;
> - des anticipations du but à atteindre, des effets à attendre et des étapes intermédiaires éventuelles ;
> - des règles d'action du type si ... alors ... qui permettent de générer la suite des actions du sujet ;
> - des inférences (ou raisonnements) qui permettent de « calculer » les règles et les anticipations à partir des informations et du système d'invariants opératoires dont dispose le sujet.
>
> (Vergnaud, 1990, p.159)

Rabardel (1995) considère les schèmes liés à l'utilisation d'un artefact : les *schèmes d'utilisation.* Ceux-ci résultent d'une construction propre du sujet, lors de ses interactions avec l'artefact, ou d'une appropriation de schèmes sociaux d'utilisation (transmission d'un utilisateur à l'autre, mode d'emploi, assistances diverses). Au sein de ces schèmes d'utilisation, les *schèmes d'action instrumentée* sont relatifs aux tâches principales pour lesquelles l'artefact est un moyen de réalisation, et les *schèmes d'usage* sont orientés vers des tâches secondes, relatives à la gestion des caractéristiques de l'artefact et qui peuvent dans certains cas comprendre des buts propres.

L'obtention d'objets graphiques représentant des objets géométriques fait suite à un certain nombre d'actions instrumentées que peut réaliser un sujet avec des instruments de tracé et/ou de mesure, dans un environnement papier-crayon ou dans un environnement numérique. La séquentialisation de ces actions est pilotée par les propriétés géométriques à obtenir avec les instruments.

Dans l'environnement papier-crayon, distinguer ce que permettent une règle graduée, une équerre et un compas pour produire un objet graphique représentant un objet géométrique, ou pour prélever des informations sur la mesure, nous conduit à retenir six types d'actions instrumentées.

Quatre sont relatifs à un tracé :

- tracer la demi-perpendiculaire[27] à une droite passant par un point
- tracer un arc de cercle ou un cercle
- tracer un trait droit (représentant un segment, une droite ou une demi-droite)
- reporter une longueur de x cm

Deux donnent des informations sur la mesure :

- mesure de la longueur d'un segment
- comparaison d'un angle avec l'angle droit

Nous décomposons chacune de ces actions instrumentées en schèmes d'action instrumentée répartis en trois phases, avec comme invariants dans l'environnement papier-crayon :

(a) choisir l(es) instrument(s)
(b) positionner l(es) instrument(s) sur le support papier
(c) tracer avec le crayon ou (c') prélever une information sur la mesure

Ces schèmes d'action instrumentée incorporent des schèmes d'usage tels ceux qui permettent de saisir un objet, de rendre opérationnels les instruments (tailler le crayon, apprêter le compas, etc.), de placer un instrument, de faire une trace avec le crayon.

Rabardel (1995) précise qu'un schème n'est pas le déroulement particulier des mouvements et des perceptions mais qu'il est le canevas général qui peut se reproduire en des circonstances différentes et donner lieu à des réalisations variées.

Considérons par exemple l'action instrumentée « Tracer la droite passant par les points A et B », les deux points A et B étant représentés sur une feuille de papier. Deux artefacts sont nécessaires pour accomplir le tracé représentant la droite (AB) sur la feuille : une règle et un crayon. Les schèmes d'action instrumentée comprennent les invariants : prendre une règle et un crayon, positionner la règle et tracer avec le crayon. Pour aboutir à la réalisation de l'action, des schèmes d'usage tels celui de préhension, de positionnement d'une règle sur deux points, de maintien de la règle doivent être activés.

L'apprêt et le maintien des instruments n'ont pas lieu d'être dans un environnement numérique : les outils sont déjà prêts à l'emploi et les objets virtuels ne se déplacent que sous une action volontaire du sujet. De plus, le tracé peut être simultané au positionnement de l'instrument, notamment avec un logiciel de géométrie dynamique. Par exemple, l'outil « droite passant par deux points » donne l'affichage immédiat de la droite suite à un clic sur chacun des deux points.

[27] La demi-perpendiculaire à une droite d passant par un point M est la demi-droite perpendiculaire à d passant par M, dont l'origine appartient à la droite d.

Genèse instrumentale

L'artefact devient un instrument au cours d'un processus de *genèse instrumentale*, qui consiste en l'élaboration de schèmes d'utilisation de cet artefact.

> - les **processus d'instrumentalisation** concernent l'émergence et l'évolution des composantes artefact de l'instrument : sélection, regroupement, production et institution de fonctions, détournements et catachrèses, attribution de propriétés, transformation de l'artefact (structure, fonctionnement, etc.) qui prolongent les créations et réalisations d'artefacts dont les limites sont de ce fait difficiles à déterminer ;
> - les **processus d'instrumentation** sont relatifs à l'émergence et à l'évolution des schèmes d'utilisation et d'action instrumentée : leur constitution, leur fonctionnement, leur évolution par accommodation, coordination combinaison, inclusion et assimilation réciproque, l'assimilation d'artefacts nouveaux à des schèmes déjà constitués etc.
>
> (Rabardel, 1995, p.111)

Un double processus d'évolution des relations entre le sujet et l'artefact s'établit donc, dans la genèse instrumentale engendrée dans l'action instrumentée de construction d'une figure.
Dans un *processus d'instrumentalisation,* le sujet adapte l'artefact à ses habitudes de travail, découvre ses potentialités et éventuellement les détourne. En ce qui concerne les usages informels d'artefacts, Lefort (1982), à partir d'observations d'adultes en situation de travail, en a identifié deux origines : l'une provient d'une visée d'économie poursuivie par l'utilisateur, l'autre provient d'une recherche d'efficacité. Par souci d'*économie* d'efforts dans l'acquisition d'un outil utile pour une action en cours, le sujet aura tendance à détourner l'usage de l'outil qui est à proximité et directement disponible. Par exemple, le sujet pourra détourner l'usage d'une règle graduée s'il exploite la possibilité de tracer un angle droit, offerte par sa transparence et la perpendicularité d'une de ses graduations à son bord. Cette utilisation, non prévue par le concepteur, peut conduire à un tracé imprécis. Cependant le sujet peut préférer poursuivre les tracés avec l'instrument qu'il a déjà en main, la règle, plutôt que de changer pour prendre l'instrument approprié, en l'occurrence ici, l'équerre. Dans le cadre de la géométrie, Offre et *alii* (2006) parlent plus spécifiquement d'*économie gestuelle* : l'exemple précédent en est une illustration si le sujet a bien la possibilité d'accéder à une équerre. Ils ont également défini l'*économie conceptuelle.*

> Par *économie gestuelle*, nous entendons la limitation des gestes à accomplir pour un tracé ou la vérification de propriétés, par *économie conceptuelle,* nous entendons la limitation des connaissances à mettre en œuvre pour réussir la tâche entreprise.
>
> (Offre et *alii,* 2006, p.9)

La recherche d'*efficacité* se traduit par un effort pour adapter les moyens aux buts, par usage informel d'un outil ou par élaboration d'outils informels. L'exemple donné précédemment pourrait répondre à cet effort d'adaptation de moyens au but, celui de tracer un angle droit, si le sujet n'avait pas la possibilité de disposer d'une équerre. Autre exemple d'usage informel d'une partie d'un instrument avec la pointe du compas : la possibilité qu'il offre de faire des trous peut être utilisée dans une action de décalquage. En effet, plutôt que de repasser avec le crayon sur les sommets d'un polygone tracé sur une feuille de calque, pour que, sur un autre support, cela laisse des traces qui permettront de reproduire le polygone, il est possible de faire des petits trous au niveau des sommets, avec la pointe du compas. Cela permet une meilleure visibilité de la trace laissée.
Dans un *processus d'instrumentation*, les contraintes de l'artefact contribuent à structurer

l'action du sujet. Nous donnerons des illustrations de schèmes d'utilisation liés à ce processus dans l'action instrumentée requise pour des types de tâches de construction ou de reproduction de figures dans les parties II et III.

Les schèmes d'action instrumentée, qui émergent et évoluent dans l'action instrumentée du sujet, font appel à des schèmes d'usage qui peuvent être des actions complexes ou élémentaires subordonnées aux activités spécifiques directement liées à l'artefact. Dans une approche neuropsychologique, une action instrumentée est considérée comme un enchaînement de gestes réalisés avec un ou plusieurs instruments. Ces gestes correspondent aux différents schèmes d'utilisation que nous venons de définir dans l'approche instrumentale.

2. Approche neuropsychologique : développement du geste

Mazeau et Le Lostec (2010) définissent les *gestes* comme un ensemble de mouvements (de couplages sensori-moteurs), coordonnés dans le temps et dans l'espace, dans l'intention de réaliser une action finalisée. Elles distinguent les gestes liés à l'Évolution de l'espèce (tenue de tête, station assise, prise fine pouce-index) des gestes culturels :

> En ce qui concerne les gestes (ensemble intentionnel de mouvements coordonnés dans le temps et dans l'espace en vue de réaliser une action finalisée), comme pour toutes les capacités sensori-motrices et cognitives, certains ressortent de mécanismes « obligés », sélectionnés par l'Évolution et d'autres dépendent strictement d'un enseignement et d'un entraînement spécifique, fonction de l'environnement culturel particulier dans lequel le sujet se développe puis évolue.
>
> (Mazeau et Le Lostec, 2010, p.15)

Les schèmes d'utilisation activés dans l'action instrumentée résultent essentiellement d'un apprentissage culturel. Pour obtenir un objet graphique, le sujet doit coordonner, dans l'espace et dans le temps, des informations concernant son corps (posture globale, position des mains, axe de la tête, regard) et celles qui ont trait aux instruments (taille, poids, orientation, vitesse, direction) dans l'environnement, informations qui évoluent au cours de la réalisation de l'action, en fonction du contexte. L'action instrumentée se déploie donc dans des espaces différents, que Mazeau et Laporte (2013) définissent ainsi : l'*espace corporel* donne accès à la localisation des différentes parties du corps et à leur orientation relative par rapport à l'axe corporel ; l'*espace extracorporel proche* est l'espace de la préhension ; l'*espace extracorporel lointain* concerne la localisation des divers éléments de l'environnement et la détection de leur orientation. Ces espaces sont accessibles en particulier par les sens proprioceptifs[28] ainsi que par la vision et les traitements spatiaux de l'image rétinienne.

Le geste comporte non seulement des aspects neuro-moteurs et musculaires avec sa réalisation effective par la mise en route des organes effecteurs, sensoriels et moteurs, mais aussi des aspects cognitifs, relatifs à la représentation préalable du geste, où sont spécifiés différents paramètres qui en permettront l'exécution (Mazeau et Laporte, 2013). Ainsi, avant le passage à l'acte, une première phase est constituée de l'intention de l'action : le sujet se représente le but final poursuivi et le projet de geste avec l'instrument. Cette anticipation de l'action est consciente et ne contient pas, à ce stade, de détails sur la façon précise d'exécuter les mouvements de chaque séquence. L'intention d'agir génère une « intention motrice » composée de deux phases imbriquées, non conscientes et automatiques : la *planification* et la

[28] *Proprioceptif* : se dit de la sensibilité du système nerveux aux informations sur les postures et les mouvements, venant des muscles et des articulations. (*Le petit Larousse illustré*, 2005)

programmation du geste. La première consiste en l'organisation temporelle de l'action, la seconde réfère à l'organisation motrice et spatiale du geste et spécifie tous les détails pratiques de l'exécution motrice (forme de la main, force, amplitude, déplacements corporels à effectuer et à coordonner). L'action est ensuite exécutée si le sujet en prend la décision (Mazeau et Pouhet, 2014).
L'apprentissage des gestes mis en jeu dans la construction instrumentée, comme ceux de tout geste culturel, repose sur un enseignement explicite qui s'appuie en proportions variées sur l'*observation*, l'*imitation* et l'*entraînement*.

> Différents mécanismes peuvent être à l'origine de ces apprentissages gestuels (y compris un dosage en proportions variées de ces différentes procédures) :
> - l'*observation* (spontanée ou organisée délibérément comme dans la démonstration) : on montre le geste à accomplir (ou un élément caractéristique ou une séquence de ce geste) que l'enfant doit regarder *attentivement ;*
> - l*'imitation* : l'enfant observe dans l'intention de *reproduire* ensuite le modèle le plus exactement possible ;
> - l'*entraînement* : l'enfant tente de *réaliser* le geste (ou l'enchaînement gestuel) […]. Au cours des essais successifs (apprentissage par essais et erreurs), un « schéma moteur » de plus en plus performant émerge normalement peu à peu, dont les caractéristiques se rapprochent de plus en plus du geste expert.
>
> (Mazeau et Le Lostec, 2010, p.15)

Pendant la période d'apprentissage, des erreurs variables apparaissent durant l'exécution du geste, erreurs et réussites fluctuent dans la réalisation finale. À la fin de cette période, plus ou moins longue selon le sujet, le geste s'automatise et ne nécessite plus de contrôle attentionnel conscient. Il devient alors efficace : rapide, fiable et harmonieux.

II. Élaboration d'un cadre théorique pour l'étude de l'action instrumentée

A. Présentation des composantes de l'action instrumentée

Dans le cadre de notre étude, des actions instrumentées sont réalisées par un sujet lorsque, dans son environnement de travail, il utilise des objets techniques pour produire des objets graphiques représentant des objets géométriques.
L'exécution de ces actions instrumentées est le résultat de l'activation de relations entre objets géométriques, objets graphiques, objets techniques, corps du sujet et environnement. Nous distinguons quatre composantes de l'action instrumentée :

- la *composante sémiotique* est l'ensemble des relations entre objets géométriques et objets graphiques,
- la *composante technico-figurale* est l'ensemble des relations entre objets techniques et objets graphiques,
- la *composante manipulatoire* est l'ensemble des relations entre le corps et les objets techniques : il s'agit des aspects corporels de la manipulation,
- la *composante organisationnelle* est constituée des interactions du sujet avec des éléments de son environnement spatial. Nous préciserons ces éléments par la suite.

Pour schématiser l'action instrumentée, nous présentons les différentes composantes en quatre colonnes. L'environnement est représenté par un rectangle grisé dans lequel se trouvent le corps du sujet ainsi que les objets techniques et les objets graphiques aux frontières des colonnes. Les objets géométriques ne sont pas représentés sur la même ligne que les différents objets, le corps et l'environnement pour les distinguer en tant qu'objets non ostensifs. Les différentes relations sont représentées par des doubles flèches. Nous les expliciterons dans la partie II.B pour ce qui est de l'environnement papier-crayon et dans la partie II.C pour ce qui est de l'environnement numérique.

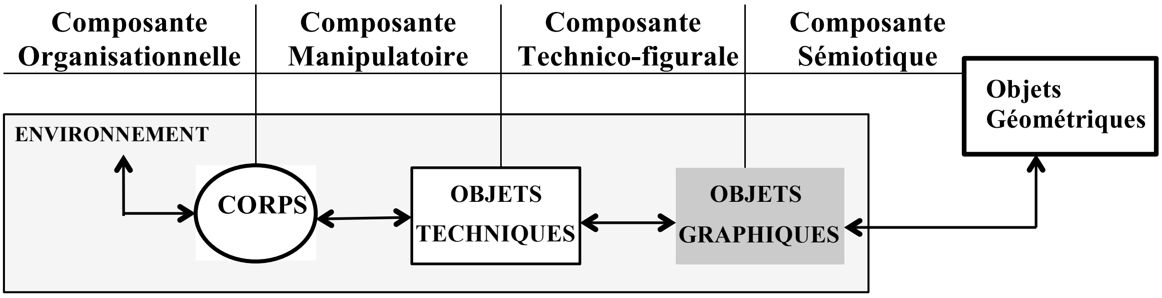


Schéma 2.2. : Composantes de l'action instrumentée

B. Action instrumentée dans un environnement papier-crayon

1. Représentation préalable de l'action instrumentée

Nous explicitons dans ce qui suit le versant cognitif de l'action instrumentée en nous appuyant sur les aspects cognitifs du développement du geste exposés précédemment. Ces aspects sont relatifs à l'intention d'agir et à l'intention motrice du sujet. Nous les rattachons, dans les différentes composantes, aux visées de l'action instrumentée qui peuvent être poursuivies par le sujet. Nous précisons également les connaissances et compétences activées pour chacune de ces visées. Nous nous référons à une action instrumentée dans l'environnement papier-crayon et préciserons ce qui diffère avec l'environnement numérique dans la partie II. C de ce chapitre.
Nous illustrerons les notions introduites au fur et à mesure en prenant, entre autres, l'exemple de l'action instrumentée aboutissant au tracé de la représentation de la droite passant par les points A et B, les deux points A et B étant représentés sur une feuille de papier.

Composante sémiotique

Le projet de réaliser une action instrumentée est engendré par une intention d'obtenir un objet graphique représentant un objet géométrique. Cette intention correspond à la *visée sémiotique* de l'action instrumentée. Elle est centrée sur les effets de l'acte, le résultat, à savoir l'objet graphique porteur de propriétés géométriques ou l'objet géométrique défini par ses éléments caractéristiques. Elle met en jeu des *connaissances géométriques*. Le sujet peut par exemple avoir l'intention de représenter la droite passant par les points A et B : il doit alors mettre en jeu des *connaissances géométriques*, comme savoir que deux points distincts suffisent à caractériser une droite. Elle met également en jeu des *connaissances sémiotiques* : le sujet peut avoir l'intention de tracer un trait droit passant par les points A et B et allant de part et d'autre de ces points.
Remarquons que le but final de l'intention d'agir est indépendant de l'environnement de travail et qu'il est par ailleurs détaché du choix des instruments.

Composante technico-figurale

La *visée technico-figurale* de l'action instrumentée est relative au projet d'utiliser des objets techniques pour produire un objet graphique porteur de propriétés géométriques. Cette visée peut être poursuivie par le sujet au niveau de son intention d'agir, mais aussi au niveau de son intention motrice.

Intention d'agir

Dans son intention d'agir, le sujet élabore une manière de réaliser l'objet graphique avec des objets techniques de façon théorique, sans tenir compte des aspects pratiques de mise en œuvre relatifs à ses capacités corporelles, aux caractéristiques physiques des objets techniques et à l'environnement de travail. En fait, le sujet considère des *objets techniques théoriques* qui se distinguent des objets techniques concrets : ce sont des objets techniques idéaux, comme par exemple une règle théorique avec un bord rectiligne infiniment long ou un compas théorique avec deux branches aussi longues que l'on veut et qui se resserrent ou s'écartent autant que l'on veut. Dans l'environnement papier-crayon, les objets techniques sont le papier, le crayon et l'instrument géométrique (règle, équerre, compas). Ils sont mis en relation avec les objets graphiques par le projet des différents gestes à réaliser avec l'instrument et le crayon pour obtenir l'objet graphique sur le papier. Le sujet conçoit des schèmes d'action instrumentée relatifs au choix de l'instrument, à son positionnement sur le papier et au tracé avec le crayon :

(a) le choix de l'instrument est déterminé par l'intention d'en utiliser telle ou telle partie,
(b) son positionnement est déterminé par le projet de mise en lien de sa (ou ses) partie(s) avec la (ou les) trace(s) graphique(s) présente(s), le cas échéant, et celle à obtenir par le tracé,
(c) la trace graphique est conçue en relation étroite avec l'instrument qui en permet la production, dans une apparition dynamique.

Par exemple, pour le tracé de la droite (AB) :
(a) le sujet choisit une règle dans l'intention d'en utiliser un bord pour tracer un trait droit ;
(b) il projette de placer ce bord sur les deux centres des croix représentant les points A et B, en laissant une partie de la règle de part et d'autre des points ;
(c) il conçoit de tracer un trait le long du bord de la règle, en commençant avant un point et en allant au-delà de l'autre point.

Ces projets de gestes font partie de la composante technico-figurale de l'action instrumentée. Avec leur but final, ils sont constitutifs de l'intention d'agir. À ce stade, le sujet se représente le canevas général du geste, sans les détails pratiques sur la façon précise d'exécuter les mouvements. Il active différents types de connaissances.

Des *connaissances techniques* concernant le lien théorique entre instrument et trace graphique sont mises en jeu. Elles sont construites dans les processus de la genèse instrumentale du sujet, au cours de laquelle instruments matériels et sémiotiques entrent en interaction. Ces connaissances sont celles des fonctions des instruments relatives au tracé géométrique et celles de leurs schèmes d'action instrumentée menant à la production de la trace graphique souhaitée. Elles permettent au sujet de se déterminer sur le choix de l'instrument et de savoir qu'en faire de façon générique pour aboutir au résultat escompté. Dans l'exemple du tracé avec la règle, la fonction sollicitée pour cet instrument est celle de permettre le tracé de traits droits. Les schèmes d'action instrumentée consistent à fixer la règle avec un bord placé sur le lieu du tracé souhaité et tracer le long de la règle avec le crayon.

Des *connaissances sémiotiques* sont aussi nécessaires, d'une part pour produire les propriétés visuelles de l'objet graphique qui représentera l'objet géométrique, d'autre part pour reconnaître les éléments déjà représentés. Dans l'exemple, ces connaissances sont relatives à la représentation de points et de droites. Pour le point, il faut savoir qu'il se situe à l'intersection des branches de la croix qui le représente. Pour la droite, il faut savoir qu'on n'en représente qu'une partie par un trait droit dont la longueur n'a pas d'importance, que le trait peut être prolongé de part et d'autre, qu'il doit passer par les deux points et aller un peu au-delà.

Tout cela est en relation directe avec des *connaissances géométriques*. Dans l'exemple, ces connaissances sont relatives au concept de droite : une droite est définie par deux points, une droite est infinie.

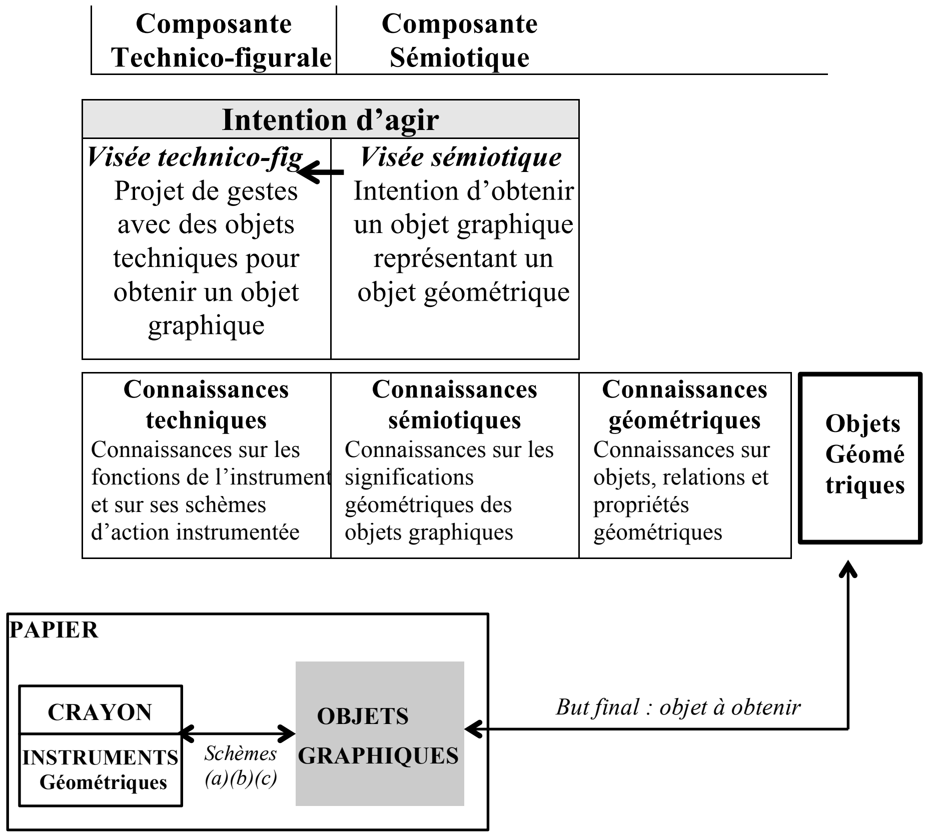


Schéma 2.3. : Intention d'agir dans l'environnement papier-crayon

Intention motrice

L'exécution motrice de l'action instrumentée est planifiée et programmée au sein de l'intention motrice du sujet. Une partie de la programmation du geste est relative aux relations spatiales entre objets techniques et objets graphiques découlant de l'action motrice, et s'inscrit donc dans la partie perceptive de la composante technico-figurale de l'action instrumentée. Les objets techniques considérés sont cette fois les objets matériels. Les choix du sujet dans les ajustements d'instruments par rapport aux objets graphiques et le choix de la zone de tracé sur le papier répondent à une visée technico-figurale de l'action instrumentée, à finalité graphique ou à finalité géométrique.

Nous complétons la présentation des deux finalités possibles de l'action instrumentée introduite dans la partie I.A.3 en considérant maintenant ce qui guide le choix et le positionnement des instruments pour tracer, dans le processus d'instrumentation. Nous illustrerons cela en reprenant l'exemple du triangle ABC présenté dans la partie I.

Un même positionnement théorique des instruments est requis dans les deux finalités de la construction et le même objet graphique doit être produit. Ce qui diffère réside dans la réalisation pratique liée aux caractéristiques physiques des objets techniques utilisés.

- Dans une *finalité géométrique*, les propriétés données à l'objet graphique avec les instruments sont pilotées par des connaissances géométriques. Elles doivent être produites par des instruments appropriés et ne peuvent être obtenues au jugé ou de façon tâtonnée. Par ailleurs, les imprécisions du tracé sont gérées par le codage et également régulées et masquées par l'activation de ces connaissances géométriques : il s'agit de produire une *figure juste*, c'est-à-dire visuellement conforme à la théorie (le dessin produit doit refléter les propriétés théoriques).

- Dans une *finalité graphique*, les propriétés peuvent être produites avec des instruments placés au jugé dès lors qu'elles sont bien vérifiées par les instruments appropriés. Par ailleurs, une très grande précision est requise pour obtenir, sur l'objet graphique, les propriétés issues de déductions théoriques sans convoquer le raisonnement : il s'agit de produire un *dessin précis* et le soin contribue à cette précision. Dans cette même idée, Arsac (1989) évoque un dessin parfait, infiniment précis.

Reprenons le triangle ABC ci-contre (figure 1), accompagné du texte « M est le milieu du segment [AB] ». On souhaite représenter la droite (d), perpendiculaire au segment [AB] passant par le point M.
La droite (d) peut être obtenue par le tracé à la règle de la droite (CM) suite à un raisonnement : on sait que M est le milieu du segment [AB] (donnée textuelle) et que CA = CB (égalité de longueurs codées sur la figure), on en déduit que la droite (CM) est la médiatrice du segment [AB] et donc qu'elle lui est perpendiculaire. Dans une finalité géométrique, ce raisonnement et le tracé de (CM) seront suffisants pour obtenir (d) alors que dans une finalité graphique, il faudra aussi vérifier à l'équerre que l'angle obtenu est bien droit. S'il ne l'est pas, la précision du tracé sera remise en cause (le point M peut par exemple ne pas bien être placé au milieu du segment [AB]).

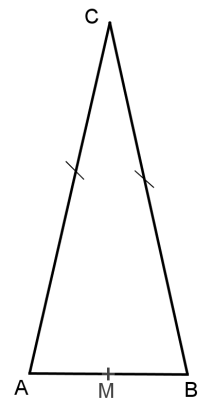


Figure 1

Dans une finalité graphique, la droite (d) peut être obtenue par tâtonnement : on place la règle au jugé sur M dans une direction qui convient visuellement ; on trace, puis on contrôle avec l'équerre si un des quatre angles formés par les droites (d) et (AB) est bien droit. S'il ne l'est pas, on recommence le tracé en ajustant le positionnement de la règle en fonction de ce qui a été perçu dans la vérification avec l'équerre (l'angle n'était pas droit mais aigu ou obtus) et on vérifie le nouveau tracé à l'équerre. On réitère si besoin jusqu'à obtenir un angle droit. Cette technique n'est pas licite dans une finalité géométrique, la règle seule n'étant pas un instrument approprié pour tracer un angle droit. Enfin, la droite (d) peut être construite à l'aide d'une équerre en utilisant son angle droit comme gabarit de tracé : on place le sommet de l'angle droit sur M et un côté de l'angle droit sur [MB) ou [MA) et on trace le long de l'autre côté de l'angle droit (figure 2). On prolonge ensuite ce tracé pour qu'il soit de part et d'autre du segment [AB]. L'équerre est un instrument approprié à l'obtention d'un angle droit : nous venons d'en décrire le positionnement théorique, qui est valable dans une finalité géométrique, tout comme dans une finalité graphique.

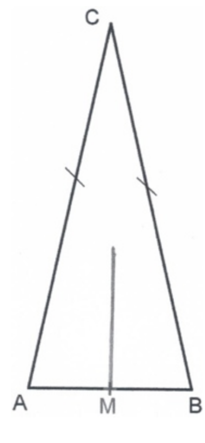


Figure 2

Cependant pratiquement, lorsque l'on place l'équerre avec un côté de l'angle droit sur [MB], plusieurs positionnements proches sont visuellement valides, d'autant plus que le trait MB est petit et/ou épais. Dans une finalité graphique, le positionnement de l'équerre à choisir est celui qui semble le plus visuellement correct. Il en serait de même dans une finalité géométrique, et le tracé de la figure 2 conviendrait, s'il n'y avait au départ que le segment [AB] et son milieu M et pas de point C. Avec le point C, le positionnement à choisir est celui qui passe par ce point. On s'aperçoit alors, en prolongeant le tracé initial de la droite (d) (figure 3), que le tracé n'est pas juste (la droite (d) ne passe pas par C) et qu'il reste donc imprécis.

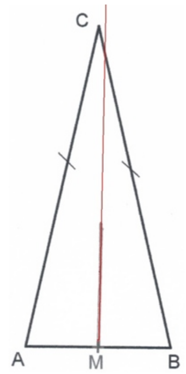


Figure 3

Dans l'intention motrice de la composante technico-figurale, des *compétences visuo-spatiales,* ainsi que des *compétences pratiques* s'appuyant sur des *connaissances pratiques* sont en jeu. Nous définissons les *compétences visuo-spatiales* comme la capacité à se représenter les relations spatiales (relations topologiques ou d'orientations), et la capacité à prélever des informations spatiales sur l'espace corporel et l'espace extracorporel, par une analyse visuelle. Nous nommons *connaissances pratiques* les connaissances sur les caractéristiques physiques des objets techniques, des objets graphiques, du corps et de l'environnement, ainsi que les connaissances sur les aspects matériels liés à l'exécution concrète de l'action instrumentée. Et enfin, nous définissons les *compétences pratiques* comme la capacité du sujet à mettre en œuvre des connaissances pratiques pour manipuler de manière efficiente des objets techniques.

Dans la partie perceptive de la composante technico-figurale de l'action instrumentée, des compétences visuo-spatiales sont tout d'abord sollicitées au niveau de la prise d'information visuelle : les entités graphiques doivent être repérées, de même que les parties d'instruments à utiliser. Dans l'exemple, le sujet doit repérer les deux points A et B, ainsi que le bord de la règle qu'il va utiliser.

Des *connaissances pratiques*, relatives à la réalisation effective de l'objet graphique, peuvent aussi être activées par le sujet. Elles intègrent les caractéristiques physiques des objets techniques et graphiques et permettent d'obtenir un dessin précis. Nous illustrons ces connaissances pratiques, en lien avec la visée technico-figurale de l'action instrumentée, en reprenant l'exemple du tracé de la droite (AB). Tout d'abord, un point isolé peut être représenté graphiquement par une croix (+) ou par un gros point (●). Si le choix du signe graphique est sans importance dans une finalité géométrique de l'action instrumentée, il ne l'est pas dans une finalité graphique. En effet, les points A et B, identifiés par une croix, pourront être localisés de façon précise. Il serait possible sinon, au niveau graphique, de faire passer par ces deux points des lignes droites d'orientations différentes. Ensuite, plusieurs positionnements de règle sont également possibles avec des points placés trop proches l'un de l'autre, même représentés par des croix, vu l'épaisseur de la mine du crayon. Il convient donc d'éviter ce cas de figure dans une finalité graphique. Enfin, au niveau matériel, le choix de la règle à utiliser dépend de l'éloignement des points A et B : la règle doit être plus longue que la longueur du segment [AB]. Par ailleurs le bord de la règle doit être placé un peu en dessous des points pour tenir compte de l'épaisseur de la mine du crayon : prendre en compte ces caractéristiques physiques permet d'éviter les imperfections visuelles de la trace graphique. Des *compétences visuo-spatiales* y contribuent aussi. En effet, au niveau de la représentation spatiale, le sujet doit être capable d'anticiper la position relative des instruments et des objets graphiques.

Composante manipulatoire

Dans la composante manipulatoire de l'action instrumentée, la *visée manipulatoire* correspond à l'intention motrice de manipuler les objets techniques avec dextérité pour produire l'objet graphique. Une programmation motrice et spatiale spécifie l'ensemble des caractéristiques motrices de l'action en fonction du but et du contexte. Elle est relative aux aspects corporels (sensoriels et moteurs) de l'action à réaliser avec les instruments pour obtenir l'objet graphique. Le sujet active différents schèmes d'usage nécessaires à l'exécution motrice, ces schèmes d'usage sont en lien avec les schèmes d'action instrumentée (choix de l'instrument (a), positionnement de l'instrument (b) et tracé (c)) :

(a) le schème de préhension qui consiste à tendre plus ou moins le bras et à ouvrir plus ou moins la main, en fonction de l'éloignement et de la forme de l'instrument,
(b) (c) des schèmes de manipulation indiquant comment faire corporellement, en fonction du contexte, pour aboutir au tracé escompté : position des deux mains, posture du corps, regard, lieu des appuis, force manuelle, amplitude du geste, vitesse.

Par exemple, pour le tracé de la droite (AB), l'intention du sujet est de (a) saisir une règle et un crayon ; (b) effectuer des mouvements pour positionner la règle selon différents schèmes d'usage : ajustements successifs en glissant la règle tenue par les deux mains ou alors placement de la mine du crayon sur un point, avec la main dominante, puis placement de la règle contre la mine et pivotement jusqu'à l'autre point, avec l'autre main ; (c) maintenir la règle avec sa main non dominante, doigts écartés sur la partie centrale de la règle et ne dépassant pas le bord, pendant que la main dominante trace le long du bord de la règle. Une pression plus forte est donnée sur la main qui maintient par rapport à celle qui trace. La vitesse de tracé doit être contrôlée pour pouvoir arrêter le tracé à temps (le trait ne doit pas aller au-delà de la règle). La posture du corps doit permettre de voir le trait durant sa réalisation.

Des *connaissances et compétences pratiques* se construisent, au fur et à mesure de la réalisation d'actions instrumentées analogues, sur les manières efficientes de manipuler les objets techniques.

Des *compétences visuo-spatiales* sont sollicitées au niveau de la représentation spatiale : le sujet doit être capable d'anticiper la position relative des instruments et de son corps. Il effectuera ainsi des choix afin de réaliser le tracé dans une position confortable. Il évitera par exemple d'être en situation de devoir tracer avec sa main non dominante ou de tracer en ayant les mains croisées.

Des *compétences praxiques* sont également requises. Elles se caractérisent par la capacité du sujet à coordonner ses mouvements et ajustements posturaux concomitants réalisés avec l'objet technique dans l'espace (Mazeau, 2008). Le sujet active différentes praxies liées à son intention motrice :

> Toutes les praxies sont *apprises* : il s'agit de l'engrammation de sortes de « cartes toutes prêtes », de « forfaits d'actions » qui gèrent l'ensemble des composantes motrices du geste (régulations posturales, mouvement balistique, précision en amplitude, force et configuration manuelle, préforme de la main, etc.) et de coordinations complexes qui se construisent sous l'effet de l'observation, de l'apprentissage et de l'expérimentation.
>
> (Mazeau, 2008, p. 94)

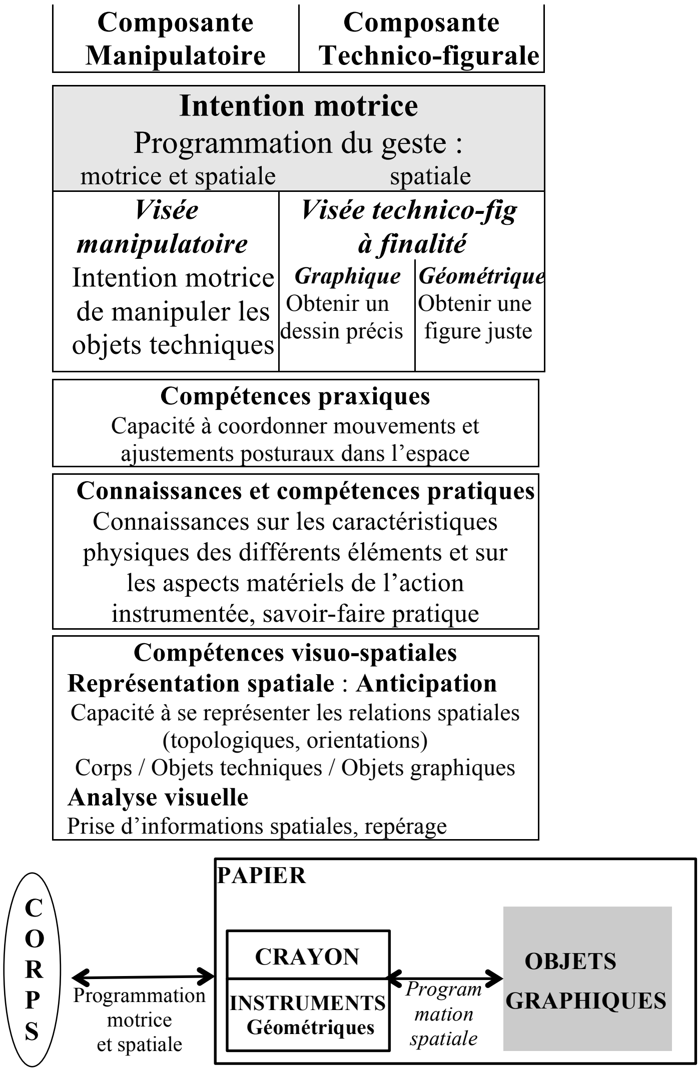


Schéma 2.4. : Intention motrice, programmation du geste dans l'environnement papier-crayon

Composante organisationnelle

Dans une *visée organisationnelle* de l'action instrumentée, le sujet conçoit l'organisation de ses actions dans son environnement pour produire l'objet graphique dans de bonnes conditions. Cette organisation se situe à deux niveaux, l'un lié à l'action principale qui conduit à la production d'un objet graphique, l'autre à des actions périphériques de cette action principale. La visée organisationnelle, générée dans la composante organisationnelle de l'action instrumentée, se situe aussi dans les composantes technico-figurale et manipulatoire. Nous la considérerons comme faisant partie de la composante organisationnelle.

Le premier niveau, interne à l'action instrumentée principale, est relatif à la planification de l'action instrumentée :
- en lien avec l'intention d'agir dans la composante technico-figurale de l'action instrumentée, le sujet doit organiser temporellement ses différents gestes : d'abord choisir l'instrument, ensuite le positionner et enfin tracer. Certains gestes doivent être simultanés et d'autres successifs.

- en lien avec la programmation motrice du geste dans la composante manipulatoire de l'action instrumentée, une planification est activée automatiquement suite à l'intention d'agir du sujet. Elle consiste en l'organisation temporelle du geste selon un plan déterminé, en la conception et la hiérarchisation des différentes séquences de mouvements (Mazeau et Pouhet, 2014).

Le second niveau, externe à l'action instrumentée principale, concerne la conception de l'organisation d'actions périphériques à l'action principale. Elles ont chacune leur but propre et génèrent projet de gestes et intention motrice. Dans l'environnement papier-crayon, le sujet entre en interaction avec son environnement, constitué de son espace extracorporel, et qui contient des objets techniques (papier, crayon, instruments géométriques) et d'autres artefacts (par exemple un sac dans lequel se trouvent au départ les objets techniques, une gomme, un taille-crayon). Il conçoit, en lien avec les schèmes d'action instrumentée (choix de l'instrument (a), positionnement de l'instrument (b) et tracé (c)) :

(a) la recherche des instruments (il s'agit pour le sujet de chercher les instruments dans ses affaires ou de tenter d'en emprunter) et l'apprêt des instruments afin de les rendre opérationnels.
(b) (c) l'organisation spatiale de l'espace de travail en vue de la réussite de la manipulation physique : le support de travail doit permettre un positionnement des instruments sans gêne.

Par exemple pour le tracé à la règle, la règle devra éventuellement être sortie de sa pochette de rangement et le crayon devra être aiguisé, la feuille de tracé devra être posée sur une surface plane et l'espace autour devra être dégagé pour que la règle puisse être aussi posée à plat sur la feuille.

Des compétences organisationnelles sont requises. Le sujet doit être capable de planifier ses actions en en concevant l'organisation selon un plan déterminé. Il doit, par exemple, être capable d'organiser sa recherche des instruments en mettant en œuvre des stratégies efficaces. Si par exemple règle et crayon se trouvent perdus dans un sac avec une multitude d'autres affaires (livres, cahiers), le sujet sera performant dans sa recherche s'il fait fonctionner le schème d'*énumération* (Margolinas et *alii*, 2007) : il passera en revue de façon systématique et contrôlée les affaires du sac jusqu'à trouver les objets cherchés.

> L'énumération est l'action de *structuration d'une collection* qui permet de la parcourir d'une façon ordonnée et contrôlée.
> > *Ordonner* : choisir un premier élément et, [pour tout élément déjà choisi], son successeur
> > *Contrôler* : conserver la mémoire des choix précédents, savoir que l'on a parcouru toute la collection.
>
> (Margolinas et *alii*, 2007, p.486)

Des *compétences visuo-spatiales* sont sollicitées au niveau de l'anticipation de l'organisation spatiale des objets, notamment dans l'action d'énumération, et aussi au niveau de l'estimation de l'encombrement spatial des objets, pour permettre une organisation opérationnelle de l'espace de travail. Le sont aussi des *connaissances et compétences pratiques* sur l'environnement de travail pour instaurer de bonnes conditions matérielles permettant de produire un dessin précis et soigné.

Composante Organisationnelle	Composante Manipulatoire	Composante Technico-figurale
Intention motrice Planification Organisation temporelle		
Compétences organisationnelles Capacité à planifier ses actions		
Connaissances et compétences pratiques		
Compétences visuo-spatiales		

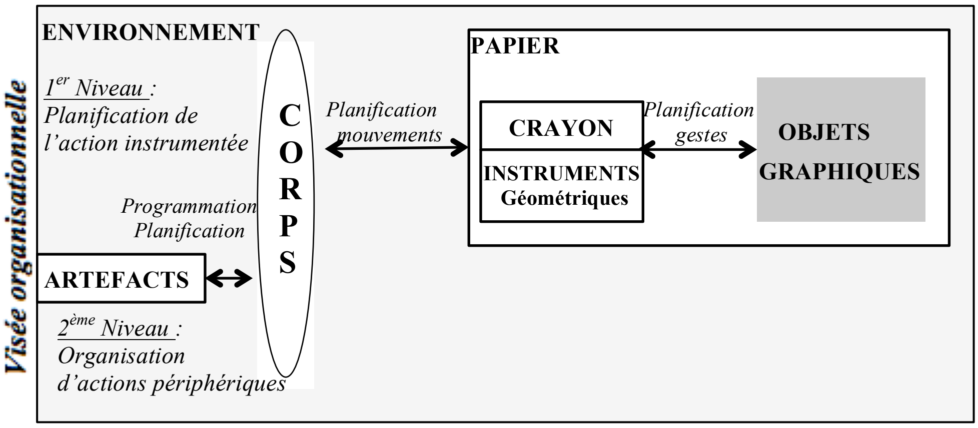


Schéma 2.5. : Organisation du geste dans l'environnement papier-crayon

2. Réalisation de l'action instrumentée dans l'environnement papier-crayon

Programmation et planification du geste constituent la partie non consciente et automatisée de la représentation de l'action instrumentée, une fois l'apprentissage effectué. L'intention de l'action instrumentée et les projets des actions périphériques au service de cette action en constituent la partie consciente. Suite à des activations des différentes visées de l'action instrumentée, conscientes ou non, le sujet peut décider de passer à l'acte en exécutant les actions périphériques et l'action principale. Son action motrice est observable sur l'espace de la feuille de papier, posée sur la table, et ses conséquences graphiques sont perceptibles sur ce même espace. L'exécution de l'action instrumentée se situe dans la composante manipulatoire et ses conséquences dans la composante technico-figurale. Par ailleurs, nous considérons l'exécution des actions périphériques comme appartenant à la composante organisationnelle.

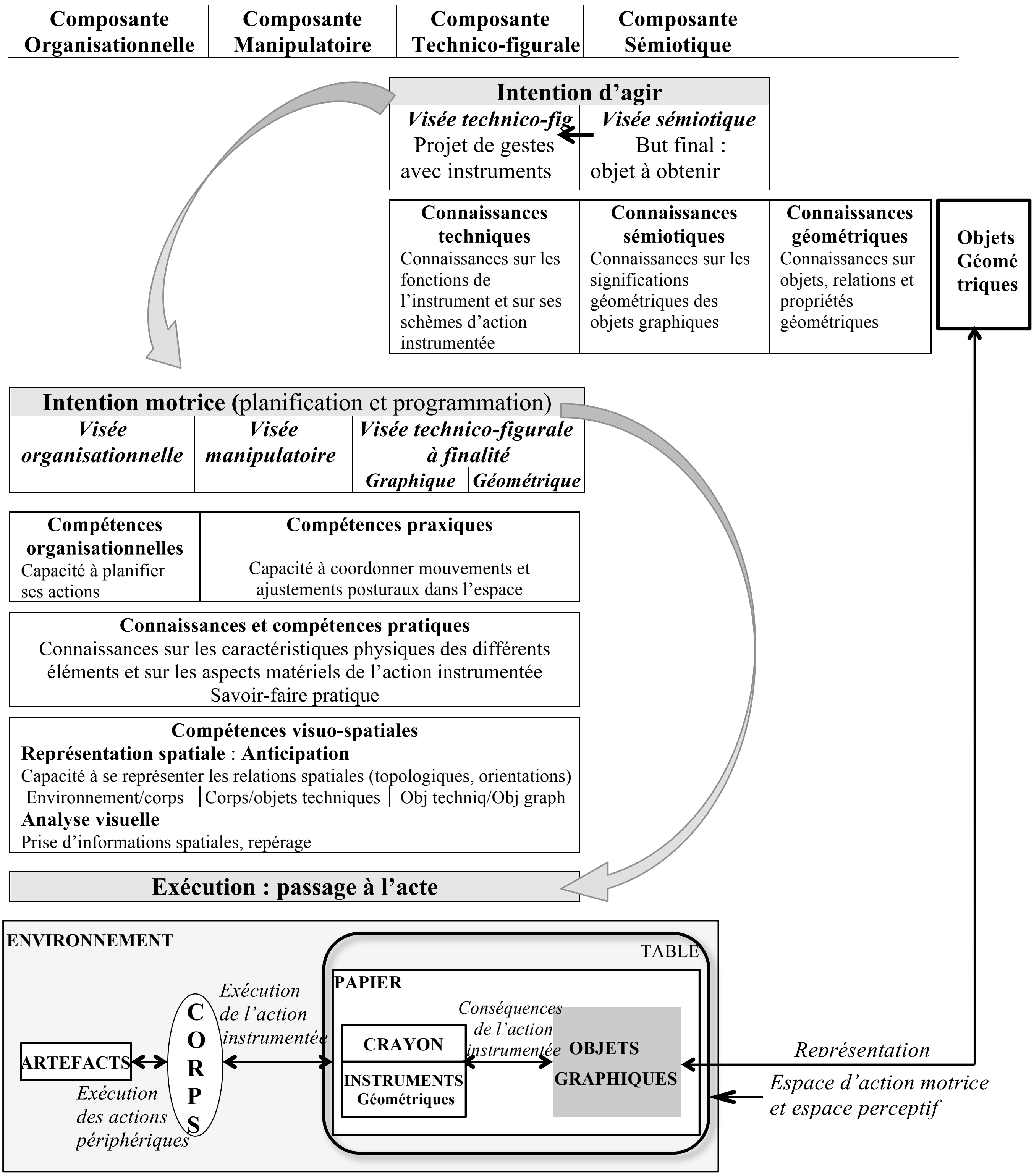


Schéma 2.6. : Action instrumentée dans l'environnement papier-crayon

C. Action instrumentée dans un environnement numérique

1. Caractéristiques de l'environnement numérique

Spécificités par rapport à l'environnement papier-crayon

L'exécution d'une action instrumentée est le résultat de l'activation de relations entre objets graphiques, objets techniques, corps et environnement. Nous venons d'expliciter ces relations dans l'environnement papier-crayon, pour chacune des composantes de l'action instrumentée. Nous en redonnons ci-après la représentation avant d'exposer les points communs et différences avec une action instrumentée dans un environnement numérique.

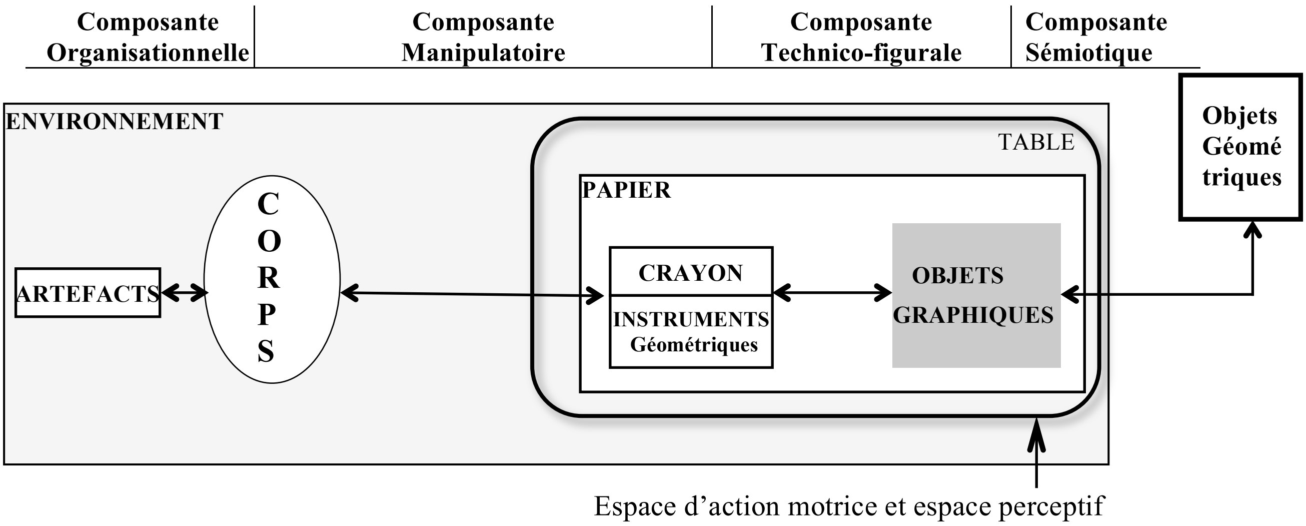


Schéma n°2.7. : Représentation de l'action instrumentée dans l'environnement papier-crayon

L'environnement, dans lequel le sujet se trouve physiquement, est toujours son espace extracorporel. Il contient une table, une chaise et une prise de courant. Aucun autre artefact matériel n'est a priori nécessaire pour des actions périphériques, contrairement à l'environnement papier-crayon. Dans l'environnement numérique dans lequel le sujet travaille, des artefacts numériques permettent la réalisation d'actions périphériques telles l'ouverture d'un logiciel, l'enregistrement d'un fichier, etc. Les objets techniques diffèrent aussi. L'objet technique principal est un ordinateur. Il est composé :

- d'un écran sur lequel l'objet graphique sera produit,
- d'un clavier et d'une souris (ou pavé tactile) sur lesquels le sujet agit physiquement,
- de différents logiciels contenant des objets techniques numériques présentés à l'écran sous forme de dessin, d'icône ou de texte.

Les objets techniques numériques ne sont pas manipulés directement avec les mains comme dans l'environnement papier-crayon, ils le sont via des commandes au clavier (appui sur une ou plusieurs touches avec les doigts) et/ou à la souris. L'action « cliquer sur une icône » signifie que le sujet doit amener le pointeur sur l'icône qui est à l'écran en déplaçant la souris sur la table, puis qu'il doit enfoncer et relâcher le bouton-poussoir gauche de la souris.

Lors de l'action instrumentée principale, deux espaces bien distincts peuvent être considérés :

- un espace d'action motrice dans lequel le sujet agit corporellement : il s'agit de la table sur laquelle est posé l'ordinateur : l'action physique du sujet est réalisée sur le clavier et la souris ;
- un espace perceptif, à savoir l'écran de l'ordinateur, sur lequel s'effectuent les conséquences de l'action motrice : l'activation des objets techniques numériques et la production d'objets graphiques.

Dans l’environnement papier-crayon, ces deux espaces se confondent sur le papier, ou plus largement sur la table. Nous pouvons alors représenter l’action instrumentée dans l’environnement numérique de la façon suivante (les doubles flèches représentent les différentes relations) :

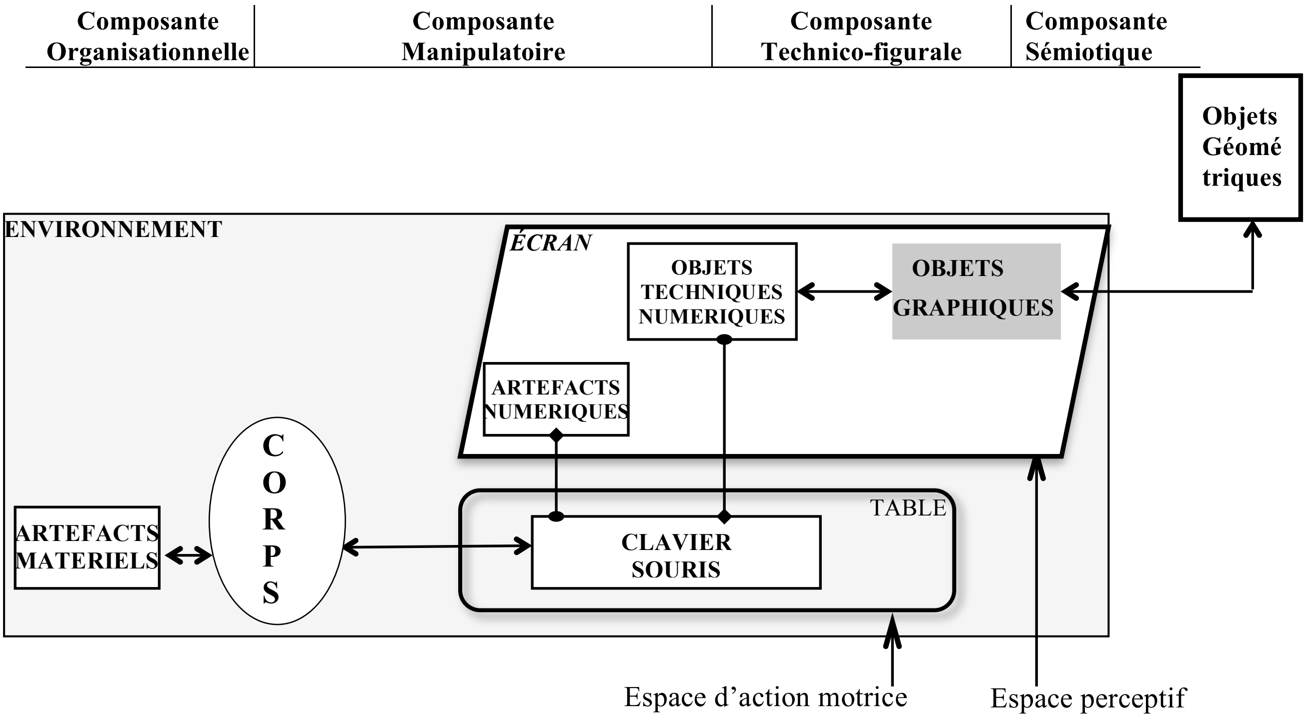


Schéma n°2.8. : Représentation de l’action instrumentée dans l’environnement numérique

Nous restreignons notre étude à des constructions géométriques à réaliser dans la base d’exercices en ligne de Mathenpoche[29] d’une part, et avec le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra[30] d’autre part, car c’est dans ces deux environnements numériques que nous avons pu observer l’activité d’élèves dyspraxiques. Nous en donnons à présent les spécificités.

Spécificités de Mathenpoche

Mathenpoche est une base d’exercices de mathématiques interactifs en ligne où les constructions géométriques sont prévues pour être réalisées avec la même démarche que dans l’environnement papier-crayon.

Les objets techniques numériques sont des instruments virtuels, représentés chacun par une icône sur laquelle figure le dessin de l’instrument concret. Les icônes sont disposées les unes en dessous des autres, à gauche de l’espace de tracé. Cet espace est une zone rectangulaire limitée à gauche par les icônes et au-dessus par une bande colorée. Les limites en bas et à droite ne sont pas matérialisées à l’écran. Dans les constructions que nous étudierons, les élèves ont à leur disposition les icônes du crayon, de l’équerre et du compas (image n°1) : le crayon se présente dans une orientation oblique comme l’orienterait un droitier pour tracer dans l’environnement papier-crayon ; l’équerre se présente avec l’angle droit en bas à gauche, le petit côté de l’angle droit étant horizontal et le grand côté vertical ; le compas se présente branches serrées en position verticale avec la mine à gauche et la pointe à droite.

Image n°1

[29] archives.**mathenpoche**.net/6eme/pages/menu.html
[30] www.**geogebra**.org

Le pointeur est représenté à l'écran soit par une flèche soit par une « main qui pointe » (image n°2). Dans Mathenpoche, *cliquer* correspond toujours à *faire un clic gauche*.

Image n°2

Pour *activer* un instrument, il faut cliquer sur son icône : une fois le pointeur placé sur l'icône, le fond de cette dernière se fonce et la flèche est remplacée par la « main qui pointe ». Suite à un clic gauche, un cadre rouge apparaît autour de l'icône (comme pour l'équerre sur l'image n°1) et le dessin de l'instrument s'affiche à l'écran sur l'espace de travail. À la première activation, l'instrument se présente comme un agrandissement du dessin figurant sur son icône.

Pour *masquer* un instrument activé, il faut cliquer sur son icône : l'instrument disparaît de l'espace de tracé, de même que le cadre rouge autour de son icône. Si l'instrument est activé de nouveau, il apparaît à l'écran au même endroit et dans la même orientation qu'il était au moment de son masquage.

Glisser un instrument revient à effectuer une translation de l'instrument sur l'espace de tracé. Pour cela, il s'agit d'abord de cliquer sur l'instrument pour le saisir : lorsque le pointeur est sur le dessin, la flèche à l'écran est remplacée par la « main qui pointe ». Il faut ensuite glisser la souris sur la table (ou bien un doigt sur le pavé tactile) pour guider le déplacement de l'instrument à l'écran. Enfin, il faut cliquer sur l'instrument pour le lâcher à l'endroit ciblé.

Les parties de l'instrument qui sortent de l'espace de tracé ne sont pas représentées à l'écran. Par exemple sur l'image n°3, le dessin de l'équerre est coupé en haut au niveau de la bande colorée et à droite. Pour être placée de cette façon, l'équerre ne peut avoir été saisie que sur la partie de son dessin qui reste encore visible à l'écran, une fois lâchée.

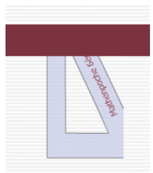


Image n°3

En ce qui concerne l'utilisation de l'équerre, il est possible d'affiner la position verticale en utilisant les flèches « haut » et « bas » du clavier : l'équerre monte avec un appui sur la flèche « haut » et elle descend avec un appui sur la flèche « bas ».
En plus de glisser, l'équerre peut aussi *pivoter*. Un appui sur la flèche « gauche » ou « droite » conduit à effectuer une rotation de l'instrument : l'équerre tourne autour du sommet de son angle droit dans le sens direct (flèche « gauche ») ou indirect (flèche « droite »). Ce pivotement n'est possible que si l'équerre est lâchée. Le mouvement de rotation peut être accéléré si l'on appuie sur la touche « Majuscule » en même temps qu'une des deux flèches.

Le crayon (image n°4) permet uniquement de tracer des traits droits dont on désigne les extrémités. Pour cela, il faut d'abord que le crayon soit activé. On clique alors sur le crayon pour le saisir et on le glisse jusqu'à ce que l'extrémité de la mine corresponde au point où le tracé doit démarrer. Un second clic permet de commencer le tracé. Une ligne droite mobile apparaît à l'écran en même temps que le pointeur se déplace : elle a une extrémité fixe (là où le tracé a démarré) et une extrémité mobile (la mine du crayon). Un dernier clic permet de fixer la deuxième extrémité et de poser le crayon.

Image n°4

En ce qui concerne le compas, il apparaît, à sa première activation, dans l'espace de tracé comme sur l'image n°5. Un appui sur la flèche « gauche » du clavier permet d'*écarter* ses branches : la pointe reste fixe et la mine s'éloigne de la pointe. Un appui sur la flèche « droite » permet de *serrer* ses branches : la pointe reste fixe et la mine se rapproche de la pointe. Lorsque les branches du compas sont au départ en position verticale, la ligne qui passe par la pointe et par la mine reste horizontale quel que soit l'écartement des branches.
Le compas peut être retourné par un appui de la touche « R » du clavier : le dessin du compas affiché est alors le symétrique du dessin par rapport à l'axe placé sur la branche de la pointe.
Le compas peut aussi *pivoter*. Un appui sur la flèche « bas » ou « haut » du clavier conduit à effectuer une rotation de l'instrument : le compas tourne autour de sa pointe dans le sens direct (flèche « haut ») ou indirect (flèche « bas »). Ce pivotement n'est possible que si le compas est lâché.

Image n°5

Enfin, lorsque mine et pointe du compas sont positionnées à l'endroit voulu, un appui sur la barre d'espace permet de mettre le compas en position de tracer. Une vue du dessus du compas est alors affichée à l'écran (image n°6). Un appui simultané sur la barre d'espace et sur la flèche « haut » ou « bas » du clavier conduit à la réalisation du tracé d'un arc de cercle ou d'un cercle dont le centre se situe au niveau de la pointe du compas et dont le rayon correspond à l'écartement pointe - mine.

Image n°6

Un appui sur la touche « Majuscule » en même temps qu'une des flèches du clavier permet d'accélérer le pivotement du compas, l'écartement des branches ou le tracé selon la commande choisie.

Concernant leur apparence, les instruments virtuels de Mathenpoche sont proches des instruments concrets. Cependant, si l'on transpose ce que l'on voit sur le plan vertical de l'écran (image n°7) au plan horizontal de la table sur laquelle se trouve le papier, dans l'environnement papier-crayon, les dessins représentent les instruments comme posés à plat sur la feuille de tracé. Cette représentation est conforme à la réalité pour l'équerre, mais pas pour le crayon, ni pour le compas (l'écartement du compas ne se prend pas avec ses branches posées sur la feuille de papier).

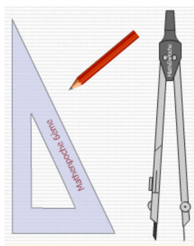


Image n°7

Par rapport à l'environnement papier-crayon, les instruments ont la particularité de rester fixes en l'absence de commande, et aussi de pouvoir être déplacés en conservant précisément leur orientation. Pour ce qui est des tracés, la trace graphique du cercle apparaît au fur et à mesure que la mine du compas tourne autour de la pointe, comme dans l'environnement papier-crayon. La trace graphique laissée par le crayon apparaît aussi au fur et à mesure du déplacement du crayon le long de l'équerre comme dans l'environnement papier-crayon, mais le trait est mobile : il peut pivoter autour de sa première extrémité, guidé par le déplacement de la souris, tant que la deuxième extrémité n'est pas fixée.

Spécificités de GeoGebra

GeoGebra est un logiciel de géométrie dynamique. Un tel logiciel permet de tracer des figures géométriques et offre la possibilité de déplacer des éléments de base avec la souris, via le pointeur, en laissant invariantes les propriétés géométriques données dans la construction et celles qui en découlent.

Les objets techniques numériques de GeoGebra se présentent sous forme d'*outils* rangés dans la *barre d'outils* (Image n°8) située en haut de la *fenêtre graphique* (espace de travail).

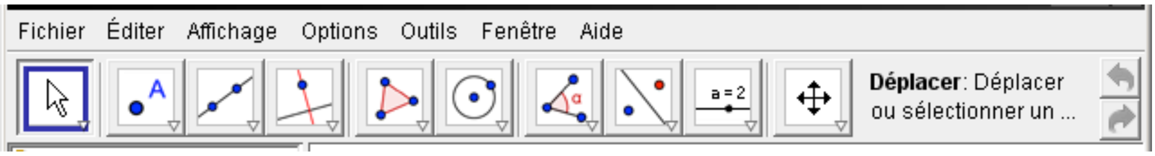


Image n°8

Chaque outil peut être activé par la *sélection* de son icône (clic gauche avec le pointeur sur l'icône), qui est alors entourée d'un cadre bleu. Un texte court explicatif concernant l'outil s'affiche à droite sur la barre d'outils. Par exemple, pour l'outil « Déplacer » représenté par une flèche (première icône à gauche sur l'image n°8), le texte « **Déplacer :** Déplacer ou sélectionner un objet » s'affiche.

Le pointeur est représenté à l'écran soit par une croix, soit par une flèche, soit par une « main qui pointe » (image n°9).

Image n°9

Lorsque le pointeur se déplace sur l'espace de travail, il apparaît sous forme d'une croix. Lorsqu'il est sur un objet géométrique, il est remplacé par une flèche et l'objet est représenté par un trait plus épais : un clic gauche permet alors de sélectionner cet objet. Si cet objet n'est pas lié à une construction, il peut être déplacé. Pour cela, on laisse enfoncé le bouton-poussoir gauche et on déplace la souris : le pointeur apparaît alors sous la forme d'une « main qui pointe » et l'objet géométrique se déplace sur la feuille de travail. Cette possibilité de déplacement correspond à la fonction « Drag » du logiciel : elle permet de modifier le dessin à l'écran de façon continue en conservant les propriétés données.

Chaque icône de la barre d'outils représente plusieurs outils distincts. Un clic sur le petit triangle en bas à droite du carré d'une icône produit une coloration en rouge de ce triangle et les icônes des outils cachés apparaissent. Un déplacement du pointeur sur la barre d'outils permet alors de voir les différentes icônes initialement cachées accompagnées d'un court écrit explicatif (Image n°10).

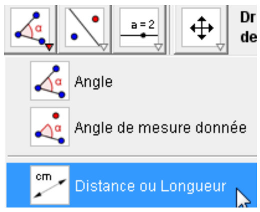
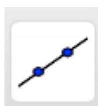


Image n°10

Nous présentons ci-après les outils qui étaient disponibles et autorisés pour les élèves que nous avons observés dans leurs constructions géométriques avec GeoGebra.

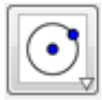
L'outil « Nouveau point » permet de créer un point en cliquant sur la feuille de travail une fois l'outil sélectionné. La représentation d'un point s'affiche alors à l'écran là où a eu lieu le clic.

L'*étiquette* du point, c'est-à-dire son nom, peut être affichée : un clic droit sur le point fait apparaître un *menu déroulant* (liste de commandes) sur lequel on active « Afficher l'étiquette ». Les points sont nommés au fur et à mesure de leur création dans l'ordre alphabétique en commençant par la lettre A. Il est possible de les nommer autrement (excepté par la lettre X) en sélectionnant « Renommer » dans le menu déroulant précédent et en tapant la lettre voulue au clavier.

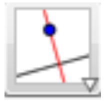


L'outil « Droite passant par deux points » permet de tracer une droite passant par deux points, comme son nom l'indique. Pour cela, on sélectionne l'outil, un des deux points, puis le deuxième. Dès la sélection du premier point, et le déplacement du pointeur, une ligne droite mobile passant par ce point apparaît à l'écran ; la direction de la ligne se fixe au moment du clic sur le deuxième point. La ligne droite va jusqu'aux limites de l'espace de travail.

L'outil « Cercle (centre - point) » permet de tracer un cercle connaissant son centre et un de ses points. Pour cela, on sélectionne l'outil, puis le centre du cercle. Un cercle apparaît alors à l'écran ; son rayon varie avec le déplacement du pointeur. Le cercle se fixe une fois un de ses points sélectionné.



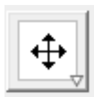
L'outil « Perpendiculaire » permet de tracer la droite perpendiculaire à une droite passant par un point, par la sélection de l'outil, de la droite et du point. L'ordre de sélection entre la droite et le point n'a pas d'importance.



L'outil « Intersection entre deux objets » permet de créer le(s) point(s) d'intersection entre deux objets géométriques par la sélection de l'outil, puis de chacun des deux objets géométriques. L'outil « Nouveau point » permet aussi de créer un point d'intersection particulier si l'on place le pointeur à l'intersection de deux lignes et que l'on clique lorsque ces deux lignes apparaissent en gras.

L'outil « Distance ou longueur » permet d'afficher la distance entre deux points, la distance d'un point à une droite ou la longueur d'un segment. Pour cela, on sélectionne l'outil puis les deux points ou bien le point et la droite ou bien le segment.

L'outil « Déplacer graphique » permet de déplacer la *fenêtre graphique*. Des constructions qui sortent des limites de l'écran peuvent être ainsi ramenées à l'intérieur pour être entièrement visualisées.



Concernant les actions périphériques à la construction géométrique, un clic droit sur un objet graphique permet d'accéder à différentes actions sur cet objet : il peut être caché (il n'apparaît plus à l'écran) ou affiché (il apparaît à l'écran), il peut être effacé (l'objet est supprimé, de même que tous les objets construits à partir de lui), son étiquette peut être cachée ou affichée. Ses propriétés qualitatives peuvent être modifiées : couleur, épaisseur et style de trait (trait plein, pointillés) pour les lignes, taille et style (gros point, croix, rond) pour les points.
Les deux flèches à droite de la barre d'outils permettent l'une d'annuler, l'autre de répéter la dernière action. Il est par exemple possible d'annuler toutes les actions qui ont été faites (les objets graphiques s'effacent au fur et à mesure des appuis sur la flèche) ou de les répéter (les objets réapparaissent).

Des différences importantes existent entre les outils de GeoGebra et les instruments de l'environnement papier-crayon. D'abord, ils n'ont pas de ressemblance du point de vue de leur apparence. Ensuite, contrairement aux instruments de l'environnement papier-crayon, les noms des outils de GeoGebra les rendent proches des objets géométriques qu'ils permettent de représenter (produire un dessin à l'écran revient en fait à produire une description). Par ailleurs, leurs icônes sont évocatrices des traces graphiques représentant ces objets géométriques. En outre, les traces graphiques ne sont pas réalisées de façon progressive comme dans l'environnement papier-crayon où la trace apparaît au fur et à mesure du déplacement du crayon, guidé par la main. Avec le logiciel de géométrie dynamique, l'action même de tracer n'est pas évoquée. De plus, c'est toute une classe d'objets géométriques qui peut être visualisée à l'écran. Par exemple, une ligne droite s'affiche sur la feuille de travail dès le clic sur un de ses points ; le déplacement de la souris avant le deuxième clic sur un autre point permet alors de visualiser la famille de toutes les droites qui passent par le premier point. Il en est de même pour le cercle : dès le clic sur son centre, des cercles concentriques apparaissent au fur et à mesure du déplacement de la souris. Par ailleurs, pour le tracé d'une perpendiculaire avec le logiciel de géométrie dynamique, l'angle droit n'est pas matérialisé comme il peut l'être par l'équerre lors de la construction dans l'environnement papier-crayon. Enfin, dans l'environnement papier-crayon, la variabilité des éléments d'une figure ne peut être exprimée par le dessin : elle doit l'être par un texte, tandis qu'avec un logiciel de géométrie dynamique, elle est assurée par la fonction « drag ». La notion de figure est donc de nature différente dans les deux environnements. Avec GeoGebra, elle est « le résultat d'un processus de description (algorithme de construction) qui génère une classe de dessins ayant un ensemble de propriétés géométriques en commun. Les propriétés apparaissent donc comme les invariants dans le déplacement d'un dessin.» (Laborde et Capponi, 1994)

2. Action instrumentée

Nous présentons maintenant l'action instrumentée dans un environnement numérique de sa conception à sa réalisation. Nous précisons les compétences et connaissances mises en jeu par le sujet dans une action instrumentée dans cet environnement en les mettant en relation avec celles de l'environnement papier-crayon. Nous nous appuyons sur les particularités de Mathenpoche et du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra pour dégager en quoi ces connaissances ou compétences diffèrent d'un environnement à l'autre, le cas échéant.

Intention d'agir

Le but final de l'intention d'agir est indépendant de l'environnement de travail et du choix des objets techniques. Par conséquent, dans l'environnement numérique, les connaissances géométriques activées dans la visée sémiotique sont analogues à celles de l'environnement papier-crayon, que les objets techniques soient des instruments de géométrie virtuels ou qu'ils soient des outils d'un logiciel de géométrie dynamique.

Dans une visée technico-figurale de l'action instrumentée, le sujet élabore une manière de produire l'objet graphique avec des objets techniques numériques sans concevoir la façon de la mettre en œuvre avec l'utilisation de la souris ou du clavier. Pour ce qui est de la représentation graphique des objets géométriques, GeoGebra, tout comme Mathenpoche, prend en charge la production de leurs propriétés visuelles. Des connaissances sémiotiques sont donc nécessaires uniquement pour reconnaître les objets géométriques représentés.

Les schèmes d'action instrumentée avec des instruments de géométrie virtuels sont semblables à ceux que l'on met en œuvre avec des instruments concrets. Ils se répartissent donc en trois phases : (a) activer l'instrument, (b) positionner l'instrument, (c) tracer. Par ailleurs, les mêmes connaissances techniques, géométriques et sémiotiques que dans l'environnement papier-crayon sont requises dans le projet des différents gestes avec les instruments pour obtenir l'objet graphique.

En revanche, les schèmes d'action instrumentée avec des outils d'un logiciel de géométrie dynamique diffèrent quelque peu de ceux mis en œuvre avec des instruments concrets. Ils se répartissent en seulement deux phases : (a) sélectionner l'outil permettant de construire un objet géométrique, (b) sélectionner les éléments caractéristiques de l'objet géométrique. Un tracé apparaît automatiquement à l'écran durant la deuxième phase. Les connaissances techniques et géométriques induites dans cette action instrumentée sont fortement

imbriquées. Par exemple, pour tracer la droite (AB), il faudra tout d'abord sélectionner l'outil « Droite passant par deux points », puis sélectionner le point A et le point B, la connaissance géométrique associée étant « une droite est définie par deux points distincts ».
Quelques différences existent entre la représentation sur papier et celle sur écran avec GeoGebra. Par exemple, une droite est représentée par une ligne droite qui va jusqu'aux limites de l'espace de travail. De plus, le sujet peut choisir la partie à visualiser en déplaçant le graphique (rectangle où sont dessinées les figures) via l'outil « Déplacer Graphique » : s'il suit le tracé de la droite, il n'y verra jamais d'extrémité. Autre exemple : il ne suffit pas d'une intersection de lignes pour représenter un point comme sur le papier, il faut le créer en tant que point d'intersection de deux objets.

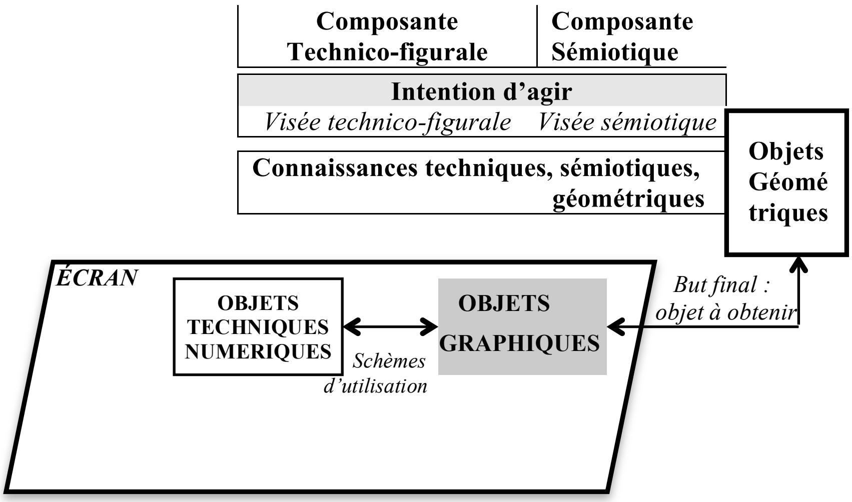


Schéma 2.9. : Intention d'agir dans l'environnement numérique

Intention motrice

Finalité graphique, finalité géométrique

L'intention motrice est en lien avec la finalité de l'action instrumentée poursuivie par le sujet. Avec le logiciel de géométrie dynamique, l'objet graphique sera produit dans une finalité géométrique si les propriétés géométriques lui sont données par un bon emploi du bon outil, et dans une finalité graphique si les caractéristiques visuelles de ces propriétés lui sont données au jugé, avec l'utilisation d'un outil inapproprié ou avec un mauvais emploi de l'outil adéquat. La fonction « Drag » du logiciel permet de contrôler si l'objet graphique est bien une figure juste et pas seulement un dessin précis : les propriétés géométriques doivent être conservées suite au déplacement d'un *point libre* (point non dépendant d'autres objets). Par exemple, le déplacement d'un sommet « déplaçable » d'un triangle équilatéral donnera une homothétie ou une similitude du triangle, mais pas une déformation : le triangle devra rester équilatéral. Ainsi, si des dessins « infiniment » précis obtenus au jugé pouvaient être tenus pour des figures justes dans l'environnement papier-crayon, ce n'est plus possible avec le logiciel de géométrie dynamique.
Par exemple pour la droite (AB), après avoir sélectionné le bon outil « Droite passant par deux points », il faut nécessairement sélectionner les points A et B si l'on se place dans une finalité géométrique, et non la faire passer au jugé par ces points en sélectionnant d'autres points appartenant visuellement à cette droite. Un déplacement d'un de ces derniers points mettra en évidence le fait que la droite tracée ne passe pas par les points A et B.

Reprenons maintenant l'exemple du triangle ABC isocèle en C avec le point M milieu du segment [AB] où la droite (d) perpendiculaire à [AB] passant par M doit être représentée (Figure 1). Dans une finalité géométrique, la droite (d) ne pourra être construite avec l'outil « Droite passant par deux points » (en la faisant passer par le point M et par un point R choisi de telle sorte que la droite (MR) ait une direction perpendiculaire à [AB] évaluée visuellement (Figure 2) ou même encore obtenue avec l'utilisation d'une équerre concrète placée sur l'écran). En effet, si l'on déplace le point A, la droite tracée ne vérifiera plus graphiquement la relation de perpendicularité qu'elle pouvait vérifier alors (Figure 3).

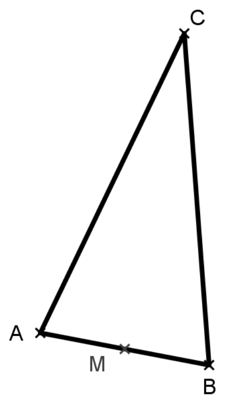


Figure 1

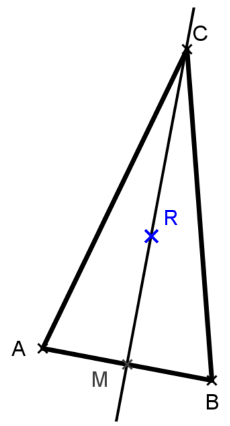


Figure 2 : Tracé de (MR)

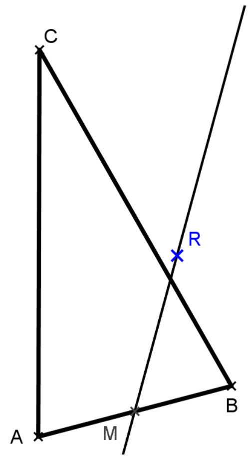


Figure 3 : Après déplacement de A

Dans la base d'exercices en ligne de Mathenpoche, l'objet graphique peut être produit avec les instruments virtuels de la même manière qu'avec les instruments concrets pour être une figure juste, c'est-à-dire produite correctement avec les instruments appropriés, ou un dessin précis, c'est-à-dire graphiquement correct. Contrairement à l'environnement papier-crayon, une fois le tracé effectué, le sujet reçoit une rétroaction qui valide ou invalide son tracé dans une finalité graphique. Cependant, seule sa réponse est évaluée et non sa technique de construction. Par exemple, dans le cas d'une construction du symétrique d'un point par rapport à une droite à l'équerre et au compas, seule la position du point symétrique est évaluée : « BRAVO ! » s'affiche à l'écran si le point est au bon endroit et « Faux ! Encore un essai ! Utilise l'aide ! Efface avant de reprendre ! » s'affiche s'il ne l'est pas. Ainsi, un tracé réalisé de façon perceptive et sans emploi d'instruments appropriés peut être validé s'il est précis, tandis qu'un tracé réalisé avec les bons instruments mais de façon imprécise sera invalidé. Les imprécisions peuvent provenir par exemple de mauvais ajustements entre instruments et traces graphiques. La marge d'imprécision acceptée est toutefois plus importante que celle dans l'environnement papier-crayon. Dans l'exemple du triangle isocèle ABC précédent par exemple, il se pourrait que la droite (d), construite ou non avec l'équerre, passe visuellement à côté du point C mais soit quand même validée.

Compétences en jeu dans les composantes technico-figurale et manipulatoire

Dans l'environnement numérique, l'action motrice du sujet est restreinte, puisque seuls le clavier et la souris (ou le pavé tactile) de l'ordinateur sont à manipuler. Les schèmes d'usage sont peu nombreux. Ils se limitent :

- à la préhension et aux petits déplacements de la souris tenue par la main, ou alors aux glissements d'un doigt sur le pavé tactile,

- à une pression, rapide ou prolongée, suivie d'un relâchement, exercée avec un doigt sur le bouton gauche ou droit de la souris ou du pavé tactile (clic gauche ou clic droit),
- à une pression, plus ou moins prolongée, exercée avec un doigt sur une touche du clavier.

Des compétences praxiques sont requises pour ces manipulations. Les différents mouvements impliqués dans tous ces gestes sont de faible amplitude et sont très peu variés. Cela n'empêche pas une grande diversité de manipulations des instruments virtuels, apparaissant à l'écran sous forme d'icônes, de dessins ou de textes, pour aboutir à la production d'objets graphiques. Si les tâches praxiques sont ainsi considérablement allégées dans l'environnement numérique, la coordination visuo-manuelle peut s'avérer plus complexe si elle doit s'effectuer sur deux espaces distincts : l'espace d'action motrice avec le clavier et/ou la souris d'un côté, l'espace perceptif correspondant à l'écran de l'autre. Le regard du sujet doit en effet alterner entre le plan horizontal de la table, pour y repérer les touches du clavier et son pavé tactile ou le boîtier de la souris et ses deux boutons, et entre le plan vertical de l'écran, pour y repérer les différents objets. En revanche, cette alternance n'est pas requise si le sujet repère touches et boutons de façon uniquement kinesthésique, ce qui devient possible suite à une automatisation des gestes. Elle peut s'acquérir d'autant plus facilement que le nombre de touches utilisées est limité. Il en est bien ainsi avec les instruments virtuels de Mathenpoche qui peuvent être manipulés avec les flèches « haut », « bas », « gauche » et « droite » du clavier, la touche « R », la barre d'espace et éventuellement la touche « majuscule », en complément de l'utilisation de la souris et de son clic gauche. En revanche, avec le logiciel GeoGebra, les commandes des différents outils peuvent être données exclusivement par la manipulation de la souris : petit déplacement, clic gauche et clic droit.
L'action motrice du sujet se répercute dans la mise en mouvement d'objets à l'écran, réalisée grâce au pointeur représenté à l'écran et guidé par la manipulation de la souris ou du clavier. Dans Mathenpoche, les déplacements des instruments virtuels sont analogues à ceux des instruments concrets, exception faite de la simultanéité (par exemple l'instrument ne peut être glissé et tourné en même temps). Avec GeoGebra, les différentes actions à réaliser sont aussi nécessairement séquencées.

Par ailleurs, des connaissances et compétences pratiques sont requises sur les manières efficientes de manipuler les instruments, tout comme dans l'environnement papier-crayon. De même, des compétences visuo-spatiales sont sollicitées, et notamment pour repérer les différents objets et leurs relations dans l'espace perceptif.
Ainsi, le sujet doit se représenter les relations spatiales entre son corps et l'ordinateur, pour faire en sorte d'agencer clavier, souris et écran de façon ergonomique et permettre des mouvements aisés ainsi qu'une bonne perception de leurs effets à l'écran. Le fait que le sujet n'agisse pas directement avec son corps sur l'espace de production des objets graphiques facilite sa perception des relations entre les différents objets que ses mains pourraient gêner sinon, et en particulier les relations entre le pointeur, relié aux commandes motrices, et les objets techniques ou graphiques situés sur l'écran. Des rétroactions visuelles permettent aussi d'informer le sujet de certaines relations : avec le logiciel de géométrie dynamique, le sujet peut savoir que le pointeur est bien sur l'objet graphique qu'il souhaite sélectionner quand cet objet devient plus épais et que la croix qui représente le pointeur est remplacée par une flèche ; dans Mathenpoche, le sujet peut savoir que le pointeur est bien sur l'icône d'un instrument quand la flèche qu'il dirige sur cette icône se transforme en main et que l'icône se fonce en étant entourée d'un cadre rouge.

Une anticipation de la position des objets techniques sur la zone de tracé est nécessaire avec Mathenpoche. En effet, un instrument virtuel peut être saisi avec le pointeur placé n'importe où sur son dessin, mais, il ne peut être lâché si le lieu de la prise doit sortir de la zone de tracé : le pointeur doit donc être placé sur une partie de l'instrument qui sera encore dans la zone de tracé, une fois l'instrument positionné. Par contre, les objets graphiques n'auront pas lieu de sortir de la zone de tracé, cette anticipation étant prise en charge par les concepteurs des exercices par des objets graphiques préalablement placés. Ces anticipations ne sont pas indispensables avec GeoGebra : d'une part, les différents outils sont rangés par catégories placées sur une bande horizontale en haut de l'écran (barre d'outils), d'autre part la fenêtre de travail peut être déplacée ou alors un zoom arrière peut être effectué, ce qui fait qu'un tracé qui sortirait de l'écran pourrait y être ramené.

Composante Manipulatoire	**Composante Technico-figurale**
Intention motrice : programmation	
Visée manipulatoire	*Visée technico-figurale à finalité Graphique Géométrique*
Compétences praxiques, visuo-spatiales, pratiques	

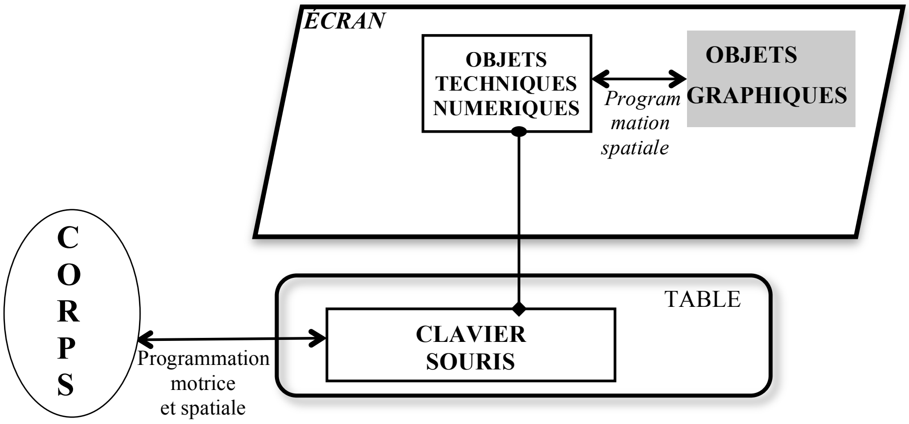


Schéma 2.10. : Intention motrice, programmation du geste dans l'environnement numérique

Compétences en jeu dans la composante organisationnelle

Des compétences organisationnelles sont sollicitées dans un premier niveau, d'une part pour planifier les séquences de mouvements impliqués dans la composante manipulatoire de la construction, et d'autre part pour planifier les différentes actions élémentaires associées à la visée technico-figurale, ainsi que toutes celles impliquées dans les actions périphériques décrites ci-après.

Des compétences organisationnelles dans un second niveau sont aussi sollicitées. Tout d'abord, en amont de l'action instrumentée, il faut rejoindre l'environnement numérique de travail. Pour cela, le sujet doit sortir l'ordinateur portable de sa housse ou s'installer à une table où se situe un poste fixe. Il doit ensuite allumer l'ordinateur, éventuellement chercher à le brancher, ouvrir une session de travail avec un mot de passe, puis trouver l'icône qui lui permettra d'ouvrir une fenêtre de travail dans GeoGebra ou d'accéder à internet via différents liens aux exercices en ligne de Mathenpoche. Il n'y a alors pas lieu d'apprêter les instruments comme dans l'environnement papier-crayon : ils sont immédiatement opérationnels. Avec GeoGebra, le repère prédéfini qui apparaît à l'ouverture pourra être désactivé et la fenêtre d'algèbre fermée si l'on veut travailler sur un support vierge. Les instruments sont accessibles sous forme d'icônes rangées toujours au même endroit. Ils sont visibles à l'écran

dès le départ dans Mathenpoche et sont peu nombreux. Ils peuvent donc être trouvés rapidement. Avec GeoGebra, une partie des outils est visible immédiatement à l'écran sur la barre d'outils, l'autre l'est suite à l'affichage d'un menu déroulant. L'outil voulu peut donc être trouvé par une recherche méthodique ou grâce à une mémorisation de son emplacement.
Au cours de la construction, une bonne organisation de la zone de tracé, non encombrée par d'autres instruments que ceux en cours d'utilisation, ou par des tracés incorrects ou inutiles, contribue à établir de bonnes conditions de production de l'objet graphique. Dans Mathenpoche, il est possible de masquer les instruments virtuels après utilisation (le dessin de l'instrument disparaît de l'écran). Avec le crayon, ne reste à l'affichage que le dernier trait tracé : un tracé raté peut être ainsi directement remplacé. Ceci n'est pas valable pour les traits de compas. Il est possible aussi d'effacer l'ensemble des tracés avec l'icône « Effacer ». Avec GeoGebra, un objet graphique peut être supprimé s'il ne convient pas, ou caché si l'on souhaite que les traits de construction ne soient pas apparents notamment pour améliorer la lisibilité de la construction.
Enfin, la production obtenue avec GeoGebra peut être sauvegardée sur un fichier qu'il faut nommer puis ranger dans un dossier placé par exemple dans « Mes documents ». Les activités ne sont pas sauvegardées avec Mathenpoche.

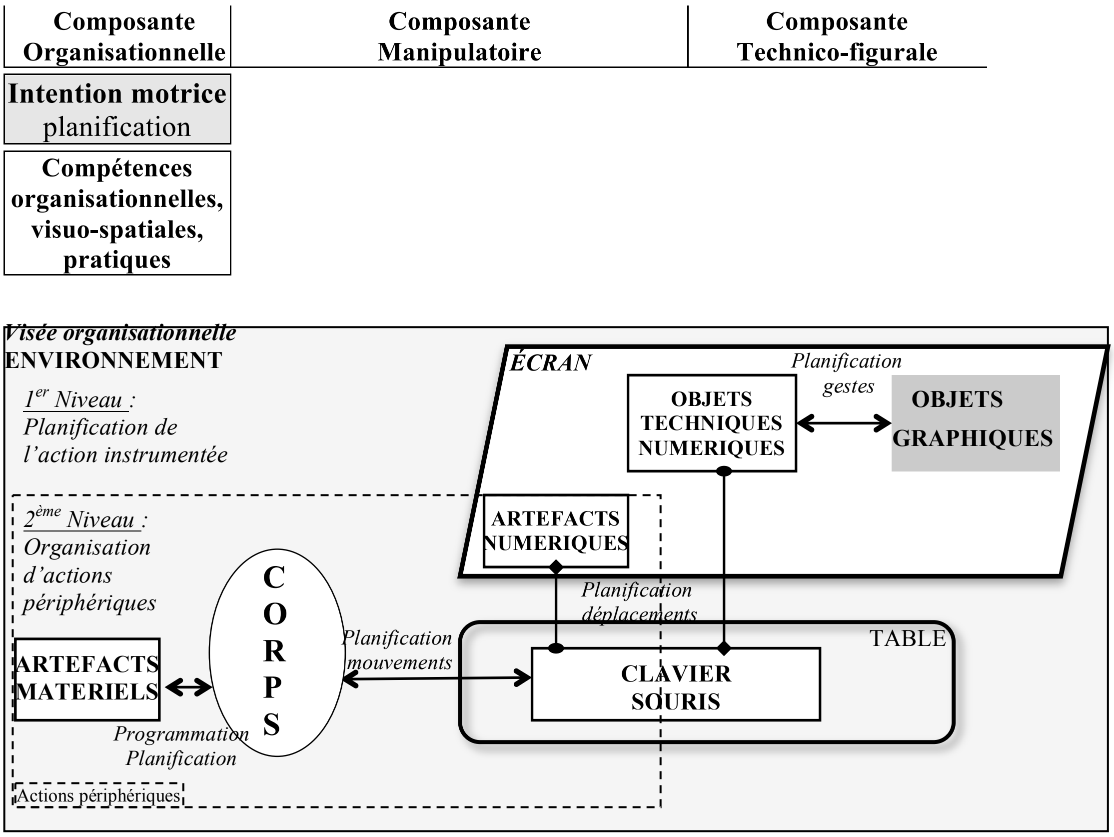


Schéma 2.11. : Organisation du geste dans l'environnement numérique

Exécution : passage à l'acte

Comme dans l'environnement papier-crayon, le sujet peut décider de passer à l'acte en exécutant les actions périphériques et l'action principale.

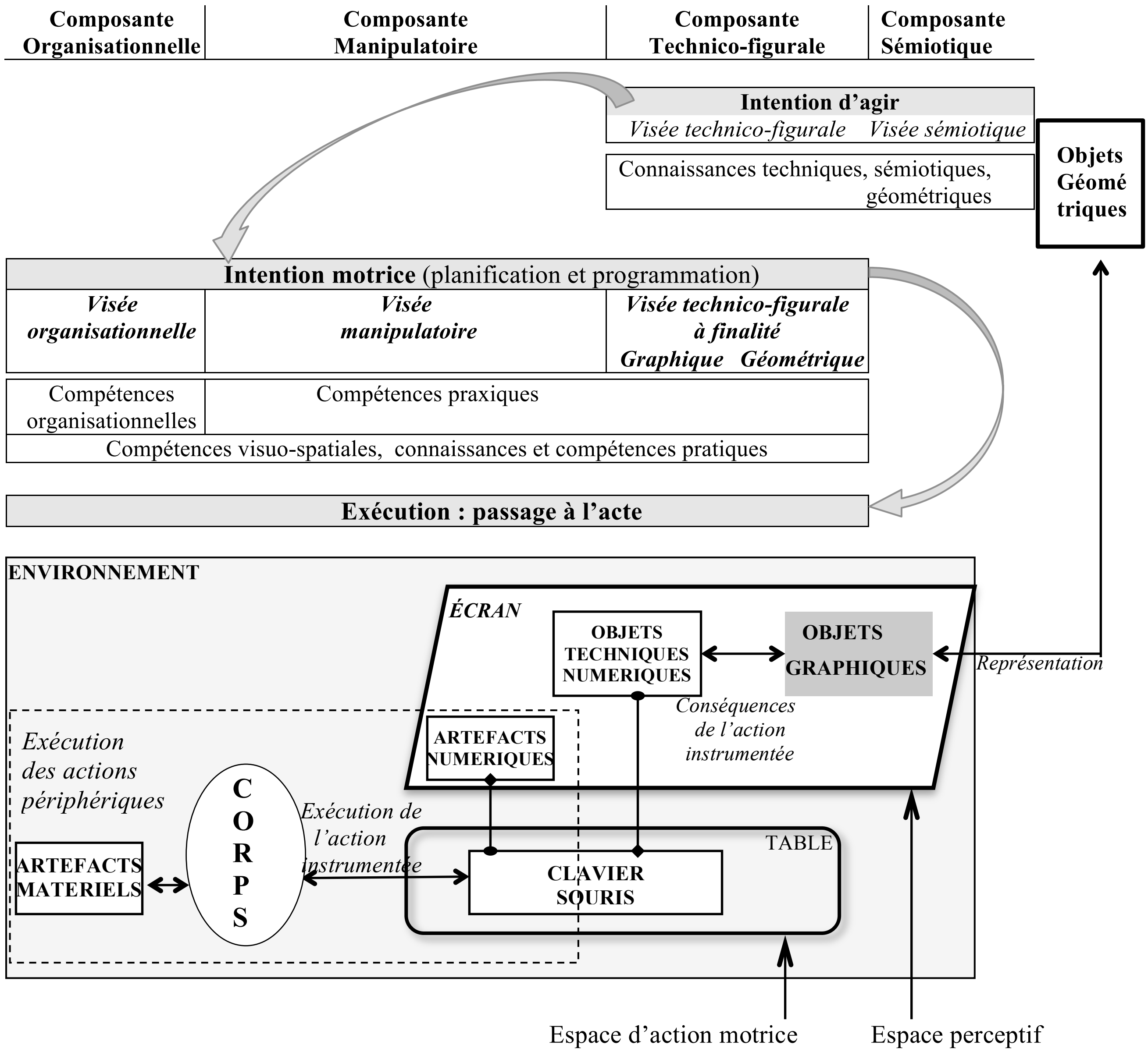


Schéma 2.12. : Action instrumentée dans l'environnement numérique

III. Analyse de tâches de construction instrumentée à l'aide du cadre

Dans cette partie, nous utilisons notre cadre théorique pour analyser des tâches de construction instrumentée dans l'environnement papier-crayon, réalisée avec des instruments, imposés ou non, parmi l'équerre, le compas, la règle et la règle non graduée.
La construction d'un objet graphique complexe s'obtient à la fin d'une suite d'étapes de tracé ou de mesure, où chacune des étapes, caractérisée par une utilisation spécifique d'un instrument, correspond à un des six types d'actions instrumentées présentés dans I.B.1.
Quatre étapes sont relatives au tracé :
- *étape a* : tracer la demi-perpendiculaire à une droite passant par un point avec une équerre
- *étape c* : tracer un arc de cercle ou un cercle avec un compas
- *étape t* : tracer un trait droit avec une règle non graduée
- *étape* g_x : reporter une longueur de x cm avec une règle graduée

Deux étapes donnent des informations sur la mesure :
- *étape m_g* : mesurer la longueur d'un segment avec une règle graduée
- *étape m_a* : comparer un angle avec l'angle droit de l'équerre

Chaque étape est déclinée en trois phases : (a) la prise de l'instrument choisi, (b) son positionnement, (c) le tracé ou (c') la mesure ou une comparaison de mesures. Chaque phase est constituée d'un ou plusieurs gestes (ou schèmes d'utilisation), que nous appellerons désormais actions élémentaires ou plus simplement actions, pour différencier les gestes réalisés avec un instrument des gestes ostensifs accompagnateurs du discours.
Nous décrivons ci-après les six types d'étapes (ou actions instrumentées) et effectuons une analyse a priori des connaissances et compétences mises en jeu dans leur réalisation, en nous appuyant sur le cadre d'étude du processus d'accès à la géométrie par la construction instrumentée présenté dans ce chapitre. Nous exposons au préalable les compétences communes aux six types d'étapes.

A. Compétences communes aux six types d'étapes

Des compétences organisationnelles sont nécessaires pour organiser la recherche des instruments à utiliser et pour rendre le support de travail plan. Elles le sont aussi pour planifier les différentes actions élémentaires de la construction instrumentée : certaines doivent être simultanées, d'autres successives et parfois l'ordre n'a pas d'importance. Des compétences praxiques sont sollicitées pour la réalisation des mouvements permettant d'effectuer chacune des actions élémentaires des différentes étapes, mais aussi chacune des actions périphériques (tailler le crayon, enlever les affaires qui encombrent la table, etc.). Enfin, pour ce qui est de la posture du corps dans l'environnement de travail, la feuille posée sur la table dans l'axe du corps et le visage à 25-30 cm de la feuille permettront de bonnes conditions de travail.

B. Analyse a priori des étapes de tracé

1. Étape a

L'*étape a* est engendrée par l'intention d'obtenir la demi-perpendiculaire à une droite (d), éventuellement droite support d'un segment ou d'une demi-droite, passant par un point M, représentés sur une feuille de papier. Si le point M n'appartient pas à la droite (d), l'*étape a* comporte les cinq actions élémentaires présentées dans le tableau suivant :

Phases	Actions élémentaires de l'*étape a*
(a)	n°1 : Prendre l'équerre et le crayon
(b)	n°2 : Mettre un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) n°3 : et mettre l'autre côté de l'angle droit de l'équerre sur le point M
(c)	n°4 : Maintenir l'équerre n°5 : et tracer avec le crayon le long du côté de l'équerre où se situe le point M

Si le point M appartient à la droite (d), l'action n°3 devient « mettre le sommet de l'angle droit de l'équerre sur le point M » et l'ordre entre les actions n°2 et n°3 n'a pas d'importance.

Le choix de prendre l'équerre est motivé par l'intention d'en utiliser l'angle droit pour réaliser le tracé.

Des connaissances techniques sont nécessaires quant à cette fonction de l'équerre - elle permet de produire un angle droit - et quant à ses schèmes d'action instrumentée pour l'obtenir, à savoir la mise en relation de parties de l'équerre avec les objets graphiques représentant la droite (d) et le point M.
Des connaissances sémiotiques sont mises en jeu. Tout d'abord, pour ce qui est du point M, il est représenté par une croix lorsqu'il est unité figurale de dimension 0 (croix isolée ou petite marque sur une ligne) ou lorsqu'il est intersection de lignes ; ou il est représenté comme sommet d'un « coin » (Duval, 1995). Il se situe alors graphiquement à l'intersection des branches des lignes qui se croisent ou au sommet du « coin ». Ensuite, pour ce qui est de la droite, elle est représentée par un trait droit prolongeable. Il pourra être nécessaire dans certains cas d'effectuer un prolongement du trait avant de pouvoir y appuyer un côté de l'angle droit de l'équerre ; dans d'autres cas, un appui sur une partie du trait pourra être suffisante.
Des connaissances et compétences pratiques peuvent être utiles à différents niveaux :

- Au niveau manipulatoire, le placement de l'équerre peut être facilité si, par exemple, une main posée sur l'équerre peut la faire glisser sur la feuille tandis que l'autre main maintient fixe la feuille sur la table. De plus, l'écartement des doigts de la main posée sur l'équerre permet de répartir les appuis et donne donc une meilleure stabilité. Ensuite, le tracé au crayon le long du côté de l'équerre sera réussi si la main non dominante posée sur l'équerre effectue un appui plus fort que la main qui trace, et si la vitesse de tracé est maîtrisée : elle doit diminuer pour que l'arrêt puisse s'effectuer avant de ne plus avoir d'appui sur le bord de l'équerre. Enfin, il peut être plus facile de démarrer le tracé le long du côté de l'angle droit de l'équerre en démarrant un peu plus loin que son sommet, quitte à prolonger le tracé ensuite, parce qu'il est plus aisé d'y placer la mine du crayon pour démarrer. Il est incontournable de procéder ainsi lorsque le coin de l'équerre est abîmé ou arrondi.
- Au niveau graphique, si le trait tracé doit être prolongé, il devra être au départ suffisamment grand pour permettre une précision graphique acceptable.
- Au niveau matériel, le crayon doit être bien aiguisé pour laisser une trace fine sur le papier.

Et enfin, des compétences visuo-spatiales sont sollicitées. Lorsque le point M n'appartient pas à la droite (d), deux positions de l'équerre sont possibles, et lorsqu'il appartient à la droite (d), quatre positions sont possibles. Dans une visée manipulatoire, le choix peut découler d'une anticipation de la phase (c) en faisant en sorte que le tracé puisse être réalisé de façon confortable, sans avoir les mains croisées par exemple, ou sans être gêné par la tranche d'un cahier. Concernant la position relative de l'équerre et de la représentation du point M, il est nécessaire de tenir compte de l'épaisseur de la mine du crayon en décalant le bord de l'équerre du point M de cette épaisseur. Enfin, une analyse visuelle de l'équerre doit permettre de repérer son angle droit et ses côtés et une prise d'informations perceptives doit être faite sur les objets graphiques qui représentent la droite et le point.

Les connaissances géométriques associées à cette construction sont relatives à l'angle droit : un angle droit est délimité par deux demi-droites de même origine, deux angles droits adjacents forment un angle plat.

2. Étape c

L'*étape c* est engendrée par l'intention d'obtenir un cercle ou un arc de cercle à partir d'un centre P et d'un rayon donnés. Elle comporte les quatre actions élémentaires présentées dans le tableau suivant :

Phases	Actions élémentaires de l'*étape c*
(a)	n°1 : Prendre le compas
(b)	n°2 : Prendre l'écartement correspondant au rayon avec le compas n°3 : Placer la pointe du compas sur le point P
(c)	n°4 : Tourner le compas en laissant une trace avec sa mine

Le choix de prendre le compas est motivé par l'intention de tracer un cercle ou alors par celle d'utiliser un écartement fixe de ses branches pour faire un report de longueur en traçant un petit arc de cercle.
Des connaissances techniques sont nécessaires quant aux schèmes d'action instrumentée du compas par la mise en relation de sa pointe avec la représentation d'un point d'une part, et de l'écartement de ses branches avec une longueur d'autre part.
Des connaissances sémiotiques sont utiles sur les représentations possibles d'un point (point isolé, point d'intersection de lignes, point sur une ligne, point extrémité d'un segment) et sur la représentation d'une longueur (la longueur peut être celle d'un segment représenté par un trait droit, elle peut aussi correspondre à une distance entre deux points).

Des connaissances et compétences pratiques peuvent être utiles à différents niveaux :

- Au niveau matériel, elles permettent d'apprêter le compas. Tout d'abord, sa mine doit être taillée pour obtenir un tracé précis. Ensuite, la hauteur de la mine doit être réglée de telle façon que les deux branches du compas aient la même longueur : cela évite de pencher le compas lors de la rotation, l'appui pour maintenir fixe la pointe n'étant plus réalisable sinon. Enfin, il ne doit pas y avoir de jeu entre les deux branches, il peut donc être nécessaire de resserrer la vis qui les lie car sinon, l'écartement risque de varier en cours de tracé. Au niveau de l'organisation de l'espace de travail, la feuille de tracé ne doit pas être posée sur une surface dure : cela empêche la pointe du compas de s'enfoncer et favorise alors un glissement de la pointe en cours de tracé.
- Au niveau manipulatoire, lors du tracé, le compas doit être tenu par le haut, de la main dominante, tandis que l'autre main est posée à plat sur le support. Ainsi le support reste fixe pendant la rotation, de même que l'écartement (le compas tenu par les branches, cet écartement risquerait d'être modifié). Le mouvement du compas est commandé par la main en faisant tourner le haut de l'instrument entre le pouce et l'index, et simultanément, une pression plus forte sur la pointe que sur la mine doit être exercée.
- Au niveau graphique, il faut tenir compte de l'épaisseur de la mine du crayon dans des raccords à effectuer : d'infimes ajustements peuvent être par exemple nécessaires pour que la ligne tracée passe bien graphiquement par le point voulu. Pour le tracé d'un cercle de centre quelconque, il peut être utile de marquer le point choisi pour centre afin de le retrouver rapidement au cas où la pointe du compas glisserait avant la fin du tracé.

Concernant les compétences visuo-spatiales, une analyse visuelle du compas doit permettre d'en repérer la pointe et la mine, et une prise d'informations perceptives doit être faite sur les objets graphiques à prendre en compte.
Les connaissances géométriques associées à cette construction au compas sont les suivantes : un cercle est déterminé par son centre et son rayon ou encore par son centre et un point ; le cercle de centre P et de rayon r est l'ensemble de tous les points situés à la distance r du point P ; un cercle est une courbe fermée de courbure constante.

3. Étape t

L'*étape t* est engendrée par l'intention d'obtenir un trait droit. Celui-ci peut représenter un segment si deux points A et B donnés sont à relier (*étape t_s)*, il peut représenter une droite (*étape t_d)* ou une demi-droite (*étape $t_{d'}$)* définie par deux points A et B, et enfin, il peut s'agir d'un prolongement d'un trait déjà tracé (*étape t_p)*.
Dans tous les cas, cinq actions élémentaires analogues sont nécessaires ; ce qui varie est le point de départ et le point d'arrêt du tracé. Ces actions sont présentées dans le tableau suivant :

Phases	**Actions élémentaires de l'*étape t***			
		segment : *étape t_s*	**droite :** *étape t_d*	**prolongement :** *étape t_p*
(a)	n°1 :	Prendre la règle non graduée		
(b)	n°2 :	Placer la règle sur les deux points A et B		Placer la règle le long du trait
	n°3 :	Placer la mine sur A	Placer la mine avant A	Placer la mine sur le trait
(c)	n°4 :	Maintenir la règle		
	n°5 :	et tracer le long de la règle		
		jusqu'au point B	jusqu'après le point B	jusqu'à l'endroit souhaité

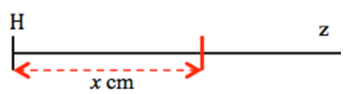
Les actions élémentaires relatives au tracé d'une demi-droite [AB) (*étape $t_{d'}$*) sont analogues à celles du tracé d'une droite (AB) excepté l'action n°3 où il faut placer la mine sur le point A.

Le choix de prendre la règle est motivé par l'intention d'en utiliser un bord rectiligne. Les bords de l'équerre pourraient tout aussi bien convenir. Par ailleurs, il est spécifié de prendre une règle « non graduée » pour préciser que ses éventuelles graduations ne serviront pas. L'analyse a priori des connaissances et compétences en jeu pour le tracé d'une droite (AB) est traitée en exemple en III. B. Elles sont analogues pour le tracé d'un segment [AB] excepté le fait que les extrémités du trait sont imposées.
Pour le prolongement, des connaissances pratiques au niveau graphique permettent d'éviter l'obtention d'une ligne brisée : une partie suffisante du bord de la règle doit être placée sur la ligne à prolonger. Une ligne droite n'est en effet bien déterminée graphiquement que par deux points suffisamment écartés.

4. Étape g_x

L'*étape g_x* est engendrée par l'intention de reporter une longueur de x cm sur une demi-droite [Hz) à partir du point H. Quatre actions élémentaires sont nécessaires. Elles sont présentées dans le tableau suivant :

Phases	**Actions élémentaires de l'*étape g_x***	
(a)	n°1 :	Prendre la règle graduée
(b)	n°2 :	Placer la règle sur la demi-droite [Hz) avec la graduation 0 sur le point H
(c)	n°3 :	Maintenir la règle
	n°4 :	et faire une marque avec le crayon sur [Hz) au niveau de la graduation x



Le choix de prendre la règle graduée est motivé par l'intention d'en utiliser le bord rectiligne et les graduations pour effectuer des mesures. Un bord d'équerre graduée pourrait tout aussi bien convenir. Des connaissances techniques sont nécessaires quant à la mise en relation des graduations de la règle avec les points considérés. Des connaissances sémiotiques concernant les différentes représentations des points détaillées dans les étapes précédentes sont aussi mises en jeu. Au niveau graphique, des connaissances pratiques à propos de la marque à faire pour représenter un point sur une ligne conduisent à faire un petit trait à main levée coupant cette ligne : faire une croix surchargerait la figure, faire un gros point rendrait sa localisation imprécise. Enfin, des compétences visuo-spatiales sont sollicitées, d'une part pour placer le trait d'une graduation sur un point donné, et d'autre part pour lire la graduation située au niveau d'un point.

C. Analyse a priori des étapes en lien avec la mesure

1. Étape m_g

L'*étape m_g* est engendrée par l'intention de mesurer la longueur d'un segment [EF] donné ou de mesurer la distance entre les points E et F. Cette mesure peut être faite, par exemple, dans un but de report de la longueur d'un segment donné sur une demi-droite, dans un but de comparaison de longueurs de segments ou encore dans un but de contrôle d'une technique de construction. Trois actions élémentaires sont nécessaires :

Phases	Actions élémentaires de l'*étape m_g*
(a)	n°1 : Prendre la règle graduée
(b)	n°2 : Placer la règle sur les points E et F avec la graduation 0 sur le point E
(c')	n°3 : Maintenir la règle et n°4 : Repérer la graduation x sur le point F

Comme pour l'*étape g_x*, le choix de prendre la règle graduée est motivé par l'intention d'en utiliser le bord rectiligne et les graduations pour effectuer des mesures. De plus, les mêmes connaissances techniques et sémiotiques sont en jeu et les mêmes compétences visuo-spatiales sont sollicitées. Les connaissances associées à la mesure d'une longueur d'un segment font partie du domaine des grandeurs et mesures. Les connaissances géométriques apparaissent surtout dans l'exploitation faite de la mesure, par une utilisation de propriétés géométriques relatives à des longueurs ou à des distances, comme par exemple « un triangle équilatéral a ses trois côtés de même longueur » ou « les points de la médiatrice d'un segment sont équidistants des extrémités de ce segment ». Ces propriétés s'accommodent en général bien d'une comparaison de grandeurs sans passer par la mesure.

2. Étape m_a

L'*étape m_a* est engendrée par l'intention de comparer un angle de côtés [AB) et [AC) à l'angle droit. Cette comparaison peut avoir lieu par exemple dans un but de contrôle d'une technique de construction ou dans un but de prélèvement d'informations sur les angles d'une figure si l'on travaille dans une finalité graphique. Cinq actions élémentaires sont nécessaires. Elles sont présentées dans le tableau suivant :

Phases	Actions élémentaires de l'*étape m_a*
(a)	n°1 : Prendre l'équerre
(b)	n°2 : Mettre un côté de l'angle droit de l'équerre sur le côté [AB) n°3 : avec le sommet de l'équerre sur le sommet A de l'angle n°4 : et le deuxième côté de l'angle droit de l'équerre dans le demi-plan de frontière (AB) contenant le point C
(c')	n°5 : Repérer la position relative du deuxième côté de l'angle droit de l'équerre et de [AC)

Le choix de prendre l'équerre est motivé par l'intention d'en utiliser l'angle droit pour le comparer à l'angle tracé. Des connaissances techniques sont nécessaires quant à cette fonction de l'équerre – elle permet de vérifier les angles droits – et quant à ses schèmes d'action instrumentée pour réaliser cette vérification, à savoir la mise en relation des côtés et du sommet de l'angle droit de l'équerre avec ceux de l'angle considéré. Des connaissances sémiotiques sont en jeu relativement à la représentation d'un angle. Des connaissances et compétences pratiques analogues à celles mentionnées pour la phase (b) de l'*étape a* sont également mises en jeu. Et enfin des compétences visuo-spatiales sont sollicitées : une analyse visuelle de l'équerre pour en repérer l'angle droit et ses côtés et une prise d'information perceptive sur les côtés et le sommet de l'angle tracé doivent être réalisées.
Les connaissances associées à la comparaison d'angles font partie du domaine des grandeurs et mesures. Les connaissances géométriques apparaissent surtout dans l'exploitation faite de la vérification d'un angle droit, par une utilisation de propriétés géométriques relatives aux angles, comme par exemple « un triangle rectangle a un angle droit ».

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons élaboré un cadre théorique pour analyser des actions et leur résultat graphique que l'on peut observer lorsqu'un sujet réalise une construction géométrique avec des instruments. Nous avons construit progressivement ce cadre en exploitant des outils théoriques issus de travaux en didactique de la géométrie, ainsi que deux approches des sciences cognitives : l'approche instrumentale de Rabardel (1995) et une approche neuropsychologique relative au développement du geste (Mazeau et Pouhet, 2014).
L'unité d'analyse choisie est l'action élémentaire, sachant qu'une construction géométrique complexe nécessite un enchaînement d'actions avec un (ou des) instrument(s), et que chaque action instrumentée implique l'exécution d'une suite d'actions élémentaires : prendre l'instrument, le positionner et tracer ou prélever une information sur la mesure.
L'analyse d'une action élémentaire s'effectue alors au regard de quatre composantes, caractérisées par différentes relations (environnement-corps, corps-objets techniques, objets techniques-objets graphiques, objets graphiques-objets géométriques) et mises en lien avec les intentions du sujet (intention d'agir et intention motrice), ainsi qu'avec les connaissances et compétences activées lors de la conception et de l'exécution de l'action instrumentée.
Ainsi, différentes connaissances sont activées, au niveau de l'intention d'agir du sujet, dans les composantes technico-figurale et sémiotique :

- dans une visée sémiotique de l'action instrumentée, le sujet active des connaissances géométriques et des connaissances sémiotiques, ces dernières permettant de discerner les informations graphiques pertinentes et d'en interpréter la signification géométrique ;
- dans une visée technico-figurale de l'action instrumentée, le sujet active, en plus des connaissances géométriques et sémiotiques, des connaissances techniques qui concernent le lien théorique entre les objets techniques théoriques et les objets graphiques, représentant les objets géométriques.

D'autres connaissances et compétences sont en jeu, au niveau de l'intention motrice du sujet, dans les composantes organisationnelle et manipulatoire, ainsi que dans la partie perceptive de la composante technico-figurale. Dans les trois composantes en effet, des connaissances et compétences pratiques sont activées, relativement aux aspects matériels et physiques de l'action instrumentée réalisée dans un contexte donné, avec ses contraintes pratiques. En outre, des compétences visuo-spatiales sont sollicitées au niveau de la représentation spatiale nécessaire et de l'analyse visuelle des différents éléments (objets graphiques, objets techniques, corps du sujet et artefacts de son environnement de travail). Par ailleurs, dans la composante organisationnelle, des compétences organisationnelles sont activées à deux niveaux : celui de l'action principale, lorsque le sujet doit organiser temporellement ses différents gestes, et celui des actions périphériques à cette action principale, lorsque le sujet prépare son matériel et organise son environnement pour installer de bonnes conditions de réussite de l'action instrumentée. Et enfin des compétences praxiques sont requises dans les composantes manipulatoire et technico-figurale lorsque le sujet coordonne ses mouvements avec l'objet technique et les objets graphiques.

Le cadre théorique nous permet donc de dissocier, dans l'action instrumentée, ce qui est en lien avec des connaissances géométriques, de ce qui ne l'est pas. Ainsi, les aspects cognitifs liés à la conceptualisation en géométrie se situent dans les composantes technico-figurale et sémiotique, au niveau de l'intention d'agir du sujet ; tandis que les aspects pratiques liés à l'exécution d'actions se situent au niveau de l'intention motrice du sujet, dans les composantes organisationnelle et manipulatoire, ainsi que dans la partie perceptive de la composante technico-figurale.

Ce cadre théorique d'analyse de l'activité géométrique du sujet sera complété dans le chapitre 4 avec la prise en compte d'une production de langage et de gestes, dans une situation de communication.

Chapitre 3

Exploration des voies d'accès à la géométrie pour un élève dyspraxique visuo-spatial

Dans ce chapitre, nous exhibons des caractéristiques liées aux troubles des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux et qui se manifestent en classe, à partir de nos observations de l'activité autonome de tels élèves confrontés aux mêmes types de tâches de construction instrumentée, et dans les mêmes conditions que les élèves standards. Nous étudions ensuite l'impact des troubles praxiques et visuo-spatiaux sur l'action instrumentée en nous appuyant sur l'étude du processus d'accès à la géométrie réalisée dans le chapitre 2. Nous élaborons alors des hypothèses sur des voies d'accès à la géométrie pour l'élève dyspraxique visuo-spatial.

Sommaire du chapitre 3

I. Difficultés de l'élève dyspraxique visuo-spatial en géométrie plane

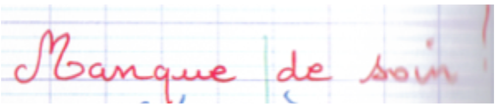
Nous présentons tout d'abord les travaux écrits, dessins géométriques et textes écrits, que peut produire un élève dyspraxique en géométrie plane, en classe de CM2 ou de sixième, ainsi que des interprétations qui peuvent en être faites par l'enseignant. Nous exposons ensuite les manifestations en classe des difficultés qui engendrent de tels résultats à différents niveaux : manipulatoire, organisationnel et perceptif.

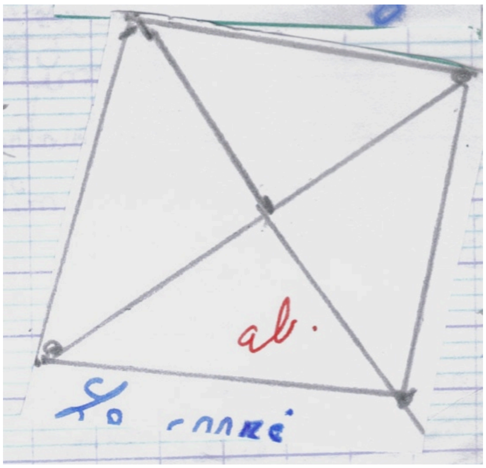
A. Productions écrites de l'élève et interprétations par l'enseignant

1. Dessin géométrique

Les tracés aux instruments réalisés par l'élève dyspraxique sont rarement jugés satisfaisants par l'enseignant qui, dans ses appréciations, note généralement une grande imprécision, constate un mauvais tracé ou souligne un manque de soin. L'élève lui-même est conscient de sa piètre production, fruit pourtant de nombreuses tentatives. Très souvent en effet, le dessin effectué se présente sur un fond d'essais mal gommés, avec des écarts perceptibles à l'œil nu au niveau de la mesure des longueurs ou des angles (de plusieurs millimètres ou degrés) et avec des imprécisions au niveau des relations d'incidence (par exemple, les points sont un peu à côté des lignes sur lesquelles ils devraient être). L'élève obtient alors des figures planes non fermées, des carrés qui ne ressemblent pas perceptivement à des carrés, des droites parallèles qui visiblement sont sécantes sur le dessin, des alignements non respectés, etc. Ainsi, le résultat obtenu est imprécis et brouillon, il n'est par conséquent exploitable ni comme support d'apprentissage pour l'élève pour mémoriser des représentations de figures de référence ou des propriétés géométriques, ni comme support pour des vérifications de propriétés géométriques, pour l'émission de conjectures ou pour le raisonnement.

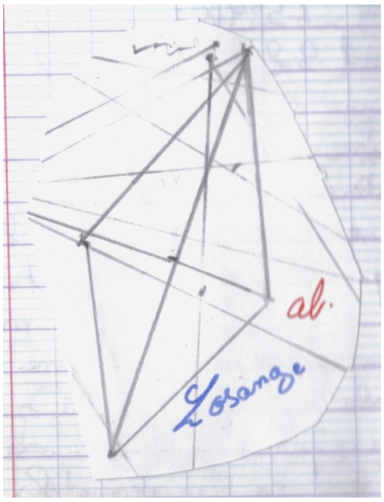
Nous illustrons nos propos par cet extrait du cahier de leçon de CM1 de l'élève M, dyspraxique visuo-spatiale, qui devait tracer un losange et un carré à partir de leurs diagonales, sur support uni, à l'équerre et à la règle graduée.





Pour le carré, un segment a été tracé comme diagonale, le milieu est repéré avec quelques millimètres d'erreur. Une demi-diagonale forme deux angles droits avec la première diagonale, l'autre demi-diagonale forme un angle aigu et un angle obtus avec la première diagonale. Elle a été prolongée par un segment de quelques millimètres permettant d'obtenir les deux demi-diagonales de même longueur. La deuxième diagonale ne forme pas une ligne continue : elle est composée de trois segments mal « raccordés ».
Les extrémités des diagonales sont marquées par des gros points, qui ont été reliés à la règle. Au final, le quadrilatère obtenu admet 4 millimètres d'écart entre son plus petit côté et son plus grand côté, et aucun de ses angles n'est droit. Visuellement, la figure n'apparaît pas comme un carré.

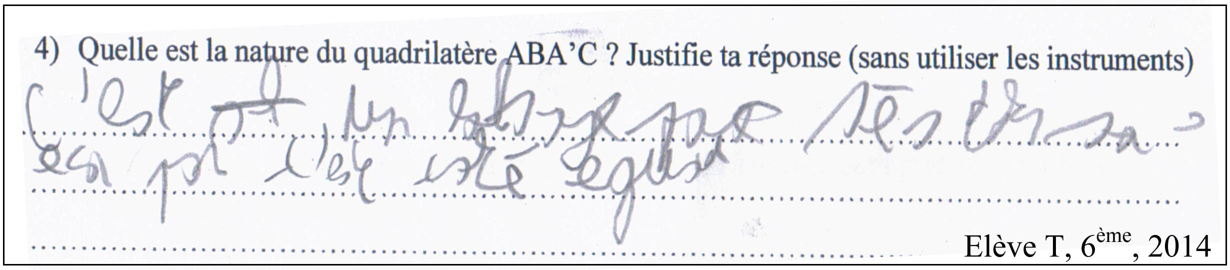
Pour le losange, nous pouvons observer la trace de nombreux essais. La petite diagonale du losange est une ligne brisée, presque droite. Si les segments tracés vérifient approximativement les propriétés des diagonales d'un losange, les extrémités ont été mal reliées : une imprécision de deux ou trois millimètres existe pour un sommet du losange et une ligne parasite mal gommée a été utilisée pour le tracé d'un autre sommet.
Au final, un écart de 8 millimètres apparaît entre le plus petit côté de la figure matérielle censée représenter un losange et le plus grand, alors que les quatre côtés devraient avoir la même longueur.



2. Écriture

L'élève dyspraxique peut également peiner dans l'acte graphique et avoir des problèmes de dysgraphie se traduisant par une très mauvaise calligraphie. Son écriture semble alors négligée, peu soignée, mais surtout, elle peut être illisible pour autrui tout comme pour lui-même. Cela compromet pour l'élève toute forme de communication manuscrite, incontournable à l'école dans des situations habituelles d'évaluation, et utile lorsqu'il s'agit de conserver la mémoire de résolutions de problèmes réalisés en classe, ou encore la mémoire de nouvelles connaissances dans la leçon.

Exemple d'un écrit produit par un élève dysgraphique de sixième



Elève T, 6ème, 2014

3. Interprétations

Les productions de dessins géométriques de l'élève dyspraxique peuvent laisser penser à l'enseignant, lorsqu'il ne l'a pas vu construire avec ses instruments, qu'une technique incorrecte a été mise en œuvre, alors que cela peut ne pas être le cas. Les différentes traces écrites, dessins instrumentés ou textes, laissent en général supposer de la précipitation, de la négligence, un manque d'attention ou d'application : c'est ce type de commentaires écrits que l'élève reçoit constamment sous forme de constats ou de conseils de la part de l'enseignant, ou d'autres tels « J'en ai assez de cette écriture et de la mauvaise volonté pour l'améliorer !!! », « Écriture illisible ! Comment peut-on apprendre la leçon dans ces conditions ? Commencez par vous appliquer quand vous recopiez la leçon ! ». Ces interprétations se révèlent erronées lorsque l'on constate que les productions écrites de l'élève lui demandent, dans leur réalisation, beaucoup plus de temps et d'efforts qu'aux autres élèves.

Plusieurs facteurs, imputables au handicap de l'élève, concourent à ce niveau d'échec important dans ses productions écrites. Nous en développerons les explications dans la partie II de ce chapitre, à partir de travaux en sciences cognitives.
Nous présentons maintenant les manifestations des difficultés qui conduisent l'élève dyspraxique aux productions échouées que nous avons décrites. Pour cela, nous nous appuyons sur nos observations de l'activité de tels élèves, lors de séances de géométrie en classe de CM2 ou de sixième, pour présenter les régularités qui en ressortent. Nous complétons parfois ces observations du témoignage d'adultes affectés par ce même handicap, Mme A et Mme Z, dont nous avons donné le profil dans le chapitre 1, III. A.

B. Manifestations de difficultés

Nous distinguons trois niveaux de manifestations des difficultés de l'élève dyspraxique, non indépendants les uns des autres. Nous présenterons tout d'abord le niveau manipulatoire, relatif à toutes les actions réalisées avec un instrument géométrique ou un outil scolaire. Vient ensuite le niveau organisationnel, relatif à l'organisation générale de l'élève dans son environnement, et enfin le niveau perceptif, non lié à un problème de vision, mais lié à des difficultés de perception, et qui concerne en particulier l'élève dyspraxique avec troubles visuo-spatiaux.

1. Au niveau manipulatoire

Tout d'abord, l'élève dyspraxique fait preuve d'une extrême maladresse dans la manipulation de ses instruments de géométrie. Elle se manifeste par une gestuelle saccadée, sans modulation, avec un freinage tardif, et également par une coopération malhabile des mains. Cela conduit à des positionnements d'instruments très approximatifs (règle mal ajustée sur un segment à prolonger), à des appuis mal dosés (la règle bouge car l'appui de la main qui trace est plus fort que celui de la main qui maintient la règle), et à des tenues d'instruments inadaptées (doigts qui dépassent du bord de la règle le long duquel il faut tracer, compas tenu par les branches avec une branche dans chaque main). Tout cela concourt à des tracés échoués, qui ne concordent pas avec l'intention de l'élève. Le même type de difficultés manipulatoires apparaît dans l'utilisation de ses outils scolaires (paire de ciseaux, colle, gomme, taille-crayon, stylos). Il se montre incapable de mener habilement des tâches de découpage, pliage ou collage malgré l'énergie qu'il y consacre et il semble inapte à progresser dans les essais successifs qu'il peut entreprendre. Au niveau de l'activité géométrique, il ne sera pas en mesure, par exemple, de réussir une vérification de symétrie de figure par pliage. Au niveau de tâches accessoires, s'il est besoin par exemple de découper et coller un document, il est possible qu'il y consacre tout le temps imparti à l'activité principale. Au final, il obtiendra des documents aux contours mal découpés, comme dans l'exemple du carré présenté en A.1 où le texte a été altéré, et ses documents finiront pour beaucoup en « feuilles volantes décollées » placées au hasard entre deux pages d'un cahier.
Par ailleurs, l'élève dyspraxique semble dépourvu de tout bon sens pratique, par exemple lorsqu'il gomme sans maintenir son support ou alors en maintenant sa règle sur le trait qu'il essaie d'effacer. Il est capable de surinvestir les conseils qui lui sont donnés comme pour ce qui est de tracer avec un crayon bien aiguisé, taillant et retaillant son crayon très fréquemment et sur une durée démultipliée, parce que la mine casse sans cesse, se coince dans le taille crayon ou parce que le taille crayon se renverse.
Enfin, l'élève dyspraxique n'arrive pas à organiser et à mettre en œuvre des séquences de gestes nécessaires à la manipulation d'un instrument, en concordance avec son intention. Mme A témoigne ainsi de ses souvenirs de l'utilisation de l'équerre, lors d'un entretien que nous avons eu avec elle :

E : Est-ce que, pour la manipulation des instruments, tu avais du mal ?
Mme A : Ah ben oui ! L'équerre, j'avais du mal à, il fallait que je la tournicote dans tous les sens, parce que j'arrivais pas à utiliser le, à vraiment bien identifier le coin et l'endroit où il fallait le poser, tu vois.
E : Est-ce que tu pourrais expliquer davantage ce que tu n'arrivais pas à identifier ? Tu ne reconnaissais pas l'angle droit ?
Mme A : Non c'est pas ça, c'est au niveau de la manipulation. Tu es capable, tu sais, comme un hamster dans une roue, tu vas la tourner dix fois avant de te dire « Mais dans quel sens il faut que je la mette, quoi ? ». C'est un truc, ça te rend chèvre, t'as pas, c'est comme si t'avais pas le schéma d'utilisation, y'a un truc qui « bug » quoi et t'arrives pas à identifier quoi, du coup, t'oses pas dire, parce que t'as l'air un peu neuneu quand même [...]. Tu sais ce que tu veux faire, mais ça se brouille dans ta tête, t'as plus aucun indice, t'as plus rien, tu n'y arrives pas.
Extrait 2 d'un entretien avec Mme A, juin 2014

L'élève dyspraxique reste parfois ainsi hébété avec l'instrument en main à ne pas savoir comment s'en servir ou à faire de multiples tentatives malheureuses. Il semble ne pas parvenir à intégrer le mode d'emploi de l'instrument. Il se retrouve toujours comme s'il était en phase d'apprentissage lorsqu'il le manipule. Il est capable de parvenir à la réussite d'un tracé s'il dispose de temps pour recommencer lorsqu'il échoue, s'il est persévérant, et surtout s'il possède encore des ressources attentionnelles suffisantes. Ainsi, quand il utilise sa règle, il fait autant d'efforts et d'essais pour tracer le trait qu'il souhaite obtenir lorsqu'il est en sixième que lorsqu'il était au cours préparatoire. La maîtrise de ces manipulations instrumentées n'est, pour lui, jamais totalement acquise ; même s'il progresse, lentement, l'écart par rapport à la norme s'accroît, ses difficultés deviennent inavouables pour lui et inconcevables pour l'enseignant ignorant du handicap. En outre, ce qui semble acquis pour l'élève dyspraxique est remis en cause dès qu'une modification même infime dans l'objet technique utilisé apparaît, ce qui nécessite une adaptation insignifiante pour tout un chacun est source de forte perturbation pour lui. C'est ce qu'exprime Mme A lorsqu'elle revient sur ses difficultés d'utilisation d'une règle en bois qu'elle n'avait jamais manipulée, et dont elle a dû se servir lors d'un atelier de formation d'enseignants à la géométrie.

Mme A : Je n'arrivais pas à me servir de ce bout de bois là ! [...]. J'arrivais pas à mettre et l'instrument règle, bout d'bois-là que je connaissais pas, et prendre en charge tout mon faisceau de droites, et bien viser.
E : Tu savais que tu voulais passer par ce point-là ?
Mme A : Oui mais c'est passé à côté, parce que le fait d'utiliser l'bout d'bois a court-circuité euh
E : Tu devais réfléchir à ce que tu devais faire
Mme A : Voilà
E : avec le bout de bois ?
Mme A : C'est ça, pourtant le bout de bois et la règle, c'était quand même pas super différent hein, mais y'avait une épaisseur sur la règle et du coup je ne voyais pas bien mes tracés, alors ça, ça a fini de me perturber.
Extrait 3 d'un entretien avec Mme A, juin 2014

À ces difficultés manipulatoires qui compromettent fortement la précision d'une construction instrumentée, ou même sa réalisation effective, viennent s'ajouter des difficultés d'organisation, qui constituent des obstacles qui affectent fortement l'activité de l'élève dyspraxique.

2. Au niveau organisationnel

Un défaut d'organisation conduit fréquemment l'élève dyspraxique à ne pas disposer de façon rapide en classe de son matériel (crayon, équerre, etc.) : son activité se réduit alors soit à ne pas savoir comment se le procurer et à attendre, soit à le chercher pendant plusieurs minutes, de façon désordonnée, en retournant toutes ses affaires dans son sac ou sur la table. Pendant ce temps, les autres élèves réalisent leur construction si bien qu'un décalage se crée entre l'activité de la classe et celle de l'élève dyspraxique. Les explications qui font suite sont perdues pour l'élève dyspraxique s'il décide de faire la construction une fois son matériel trouvé, puisqu'il ne peut à la fois être concentré sur la manipulation des instruments et écouter l'enseignant ; ou alors elles lui sont moins accessibles, s'il décide d'écouter et de ne pas faire la construction, puisqu'elles se réfèrent à des techniques et raisonnements qu'il n'a pas eu l'occasion d'élaborer. Ce manque d'organisation important est une constante au cours de la scolarité des élèves si l'on s'en réfère à leur dossier scolaire de l'école primaire. Par exemple, sur celui de CE1 de l'élève M, il est écrit : « Incapacité à organiser son matériel qui s'étale sur, sous la table. L'élève M manque d'organisation et de méthodes, elle perd toujours du temps car son matériel est extrêmement désorganisé et en fouillis. » Et en sixième, nos observations peuvent attester que rien n'a changé pour elle, si ce n'est peut-être que l'enseignant de collège y est moins vigilant, considérant cette organisation comme acquise.
Un défaut d'organisation conduit aussi à des constructions sur des supports instables avec comme conséquence un tracé échoué : échoué parce que la « règle bouge » lorsqu'elle est en déséquilibre sur le grand cahier d'exercices posé sur une table encombrée par la trousse et son contenu étalé, par les instruments de géométrie, par le livre, et par le cahier de cours ; échoué parce que « l'équerre bascule » lorsqu'elle est moitié sur le bas du cahier, moitié dans le vide ; échoué parce que le « compas dérape » lorsque le support est une feuille de papier posée sur la table dans laquelle la pointe du compas n'a pas d'accroche, etc.
Pour ce qui est de l'organisation des tracés sur le support, des difficultés dans la représentation spatiale pour certains, des troubles visuo-spatiaux pour d'autres, empêchent également toute anticipation d'une occupation rationnelle de l'espace de la feuille de papier. Les tracés devront être refaits parce qu'il faudrait sinon « sortir de la feuille » pour les terminer ou alors parce qu'ils se chevaucheraient avec d'autres figures ou avec du texte. Lorsqu'aucune contrainte de dimension n'est donnée, les tracés peuvent être démesurés, peu lisibles lorsqu'ils sont trop grands ou lorsqu'ils sont trop petits ou encore avec des codages (égalités de longueur, angles droits, noms d'objets géométriques) disproportionnés par rapport à la figure. Nous illustrons ces difficultés organisationnelles avec l'exemple d'un tracé de prolongement d'un segment perpendiculaire à une droite, réalisé à l'équerre par l'élève C, dyspraxique visuo-spatial, en classe de sixième.

Tout d'abord l'élève C a oublié son équerre, il en utilise une qui lui est prêtée mais qui est plus épaisse que la sienne : cela contribue à perturber son tracé.
Ensuite, sa figure est placée près de la tranche de son cahier et en bas : il ne parvient pas à positionner sa main, ni son instrument de façon stable, l'équerre bascule sans cesse, il ne réussit pas à la positionner comme il le souhaite, il ne trouve pas de solution à cela, il essaie de tracer malgré tout et échoue.

Elève C, 6ème, 2011

3. Au niveau perceptif

L'élève dyspraxique visuo-spatial éprouve des difficultés à se repérer dans l'espace. Dans le méso-espace, il n'a pas le sens de l'orientation et il se perd facilement. De plus, les représentations planes de l'espace lui sont peu accessibles, que ce soit sous la forme d'un plan ou d'une représentation en perspective cavalière. Dans le micro-espace, il peine à prendre des repères. La distinction droite / gauche n'est pour lui aucunement acquise. Ces problèmes de repérage engendrent des difficultés en géométrie, mais elles perturbent également le quotidien de l'élève dans la classe, ne serait-ce par exemple que pour prendre en note le cours que l'enseignant écrit au tableau. Ainsi témoigne Mme Z de ses souvenirs d'élève :

> Mme Z : Les cours au tableau à recopier, je terminais toujours après les autres [...]
> Pour les schémas, j'avais du mal à visualiser tout d'suite, c'était difficile de refaire ce que je voyais au tableau.
> E : Le fait de passer du tableau au papier peut-être ?
> Mme Z : Voilà, c'était ça. Je n'arrivais pas à me repérer, j'faisais au pif.
>
> Extrait 3 d'un entretien avec Mme Z, octobre 2013

Dans une lecture de schéma ou de figure complexe, lorsqu'il y a beaucoup d'informations visuelles à prendre en compte, l'élève dyspraxique visuo-spatial se perd et n'arrive plus à discerner les données pertinentes des traits « parasites ». Des erreurs surviennent lorsqu'il se méprend sur les lignes qu'il utilise pour faire ses constructions, comme dans l'exemple de la construction du losange en A.1. Il peut aussi interrompre une construction de façon inattendue parce qu'il ne « voit plus rien ». Mme A commente ainsi les raisons d'une telle situation dans laquelle elle s'est trouvée, alors qu'elle voulait tracer les médianes d'un triangle, construit sur un réseau de droites parallèles :

> Mme A : Et donc après, j'ai commencé à tracer ça // *elle trace une médiane à main levée*, et l'autre médiane, et impossible de tracer la troisième médiane, parce que je ne voyais plus le sommet de mon triangle. Voir le sommet du triangle, voir le milieu, voir ça // *elle pointe le réseau de droites parallèles*, utiliser la règle, boum, bug !
> E : Et dans le cas du bug
> Mme A : C'est le grand vide, c'est vraiment, t'as plus aucune action, plus aucune pensée [...]
> E : Donc tu n'arrivais pas à mettre la règle parce que tu ne voyais pas
> Mme A : J'voyais plus, j'voyais plus rien !
> E : à cause de toutes les lignes ?
> Mme A : Et puis en plus ma figure elle était plus allongée que ça, c'était pas prototypique.
>
> Extrait 4 d'un entretien avec Mme A, juin 2014

Plusieurs éléments apparaissent ici comme contribuant à empêcher la perception : une surcharge dans les informations visuelles à traiter (voir en même temps le sommet du triangle, le milieu du côté opposé à ce sommet et abstraire le réseau de droites parallèles sur lequel est tracé le triangle), une action instrumentée à organiser avec un instrument nouveau (la règle en bois évoquée dans l'extrait 3 de l'entretien avec Mme A), et enfin un triangle de forme et de position éloignée du triangle prototypique qui pose des problèmes de reconnaissance. Mme A dit avoir beaucoup de mal à reconnaître carré, rectangle, triangle lorsqu'ils diffèrent des figures prototypiques (le carré avec des côtés horizontaux et verticaux, de même pour le rectangle avec en plus un rapport d'environ 1,5 entre longueur et largeur, et le triangle avec un côté horizontal et ses hauteurs situées à l'intérieur du triangle).

Nous venons de donner un aperçu de quelques manifestations de la dyspraxie visuo-spatiale en classe : difficultés manipulatoires, organisationnelles et perceptives qui compromettent les apprentissages géométriques. Nous étudions à présent l'impact des troubles praxiques et visuo-spatiaux sur l'action instrumentée en nous appuyant sur l'étude du processus d'accès à la géométrie réalisée dans le chapitre précédent.

II. Impact des troubles praxiques et visuo-spatiaux sur l'action instrumentée

De nombreux réseaux neuronaux sont impliqués dans le développement du geste au niveau des fonctions praxiques et visuo-spatiales. Il existe ainsi une grande variété de troubles du développement des apprentissages gestuels et différents degrés de manifestation de ces troubles, mais pas encore de consensus entre spécialistes au niveau des définitions et terminologies de ces pathologies. Il peut être question de dyspraxies (constructives, idéatoires, idéomotrices, etc.), de Troubles d'Acquisition de la Coordination, de retard psychomoteur. Dans notre étude, nous nous intéressons à des élèves que nous qualifions de *dyspraxiques visuo-spatiaux*. Ce sont des élèves dont un bilan neuropsychologique a fait état de troubles praxiques et de troubles visuo-spatiaux, avec des conséquences scolaires handicapantes manifestes.

A. Troubles des fonctions praxiques

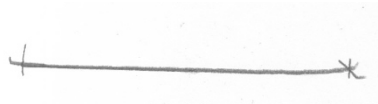
Les troubles des fonctions praxiques se manifestent en classe en particulier par une grande maladresse et une lenteur importante dans des tâches motrices qui nécessitent précision, rapidité et agilité, telle la manipulation d'outils scolaires (stylo, règle, cahiers, ciseaux, taille-crayon). Pour expliquer la maladresse gestuelle d'une part, et pour l'identifier à partir d'observations détaillées de l'élève en classe d'autre part, nous nous appuyons sur cette définition de la dyspraxie :

> Sur le plan neuropsychologique, la dyspraxie est un *trouble de la planification* spatiale et temporelle de l'action intentionnelle et finalisée qui se traduit par une anomalie de *la réalisation* gestuelle.
>
> (Mazeau, 2008, p.94)

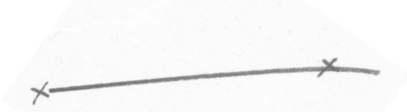
Ainsi, la dyspraxie se révèle par le constat d'une discordance entre l'intention de l'action et le résultat de l'action réalisée. Il est bien entendu que cela ne suffit pas pour établir un diagnostic de dyspraxie. Ce dernier est en effet fondé sur des évaluations menées par différents professionnels des domaines médical et paramédical (neuropsychologue, médecin, psychologue, orthophoniste, orthoptiste, psychomotricien, ergothérapeute), ainsi que sur des observations d'adultes côtoyant l'enfant (ses enseignants à l'école et ses parents à la maison). Des tests étalonnés dans des épreuves gestuelles témoignent d'une maladresse pathologique, par des résultats très en dessous des résultats moyens d'une tranche d'âge (à au moins 1,5 ou 2 écarts-types en dessous de la norme). Des tests mettent également en évidence une dysgraphie plus ou moins invalidante, le tout contrastant avec une réussite normale ou supérieure aux épreuves de langage, de raisonnement verbal et de mémoire verbale. Le bilan permet d'exclure différentes causes qui pourraient expliquer les incapacités constatées. Mazeau (2008) précise qu'elles ne doivent pas être dues à un défaut d'apprentissage ou d'entraînement (méconnaissance du geste ou de l'outil), qu'elles ne doivent pas être liées à un trouble neuromoteur, neurosensoriel, neuromusculaire, ni à une déficience mentale, ni à un trouble psychiatrique ou à un problème de compréhension de consignes.

L'élève dyspraxique est dans l'incapacité (totale ou partielle) d'inscrire cérébralement certains « programmes gestuels », en dépit d'un apprentissage normal des gestes considérés (Mazeau, 2008). Cela signifie que pour lui, dans la partie préparatoire à l'acte moteur de l'action instrumentée, les composantes à visée organisationnelle et à visée manipulatoire ne pourront pas être automatisées, malgré la répétition et l'entraînement. Ainsi, des tâches devenues banales pour un élève de CM2 ou de sixième, comme par exemple tracer un trait droit avec une règle, nécessiteront pour l'élève dyspraxique une attention et un contrôle volontaire extrêmement coûteux, lorsqu'il devra mettre en œuvre les coordinations bi-manuelles, les régulations anticipatrices et les anticipations visuelles nécessaires à la réussite du tracé. L'élève sera toujours comme s'il était en phase d'apprentissage, échouant très souvent dans ses productions, conscient des écarts entre ce qu'il avait l'intention de produire et ce qu'il obtient effectivement. L'élève peut en effet avoir les connaissances techniques, sémiotiques et géométriques, sans avoir les compétences organisationnelles, praxiques et visuo-spatiales nécessaires à la réalisation effective et à la réussite d'une construction instrumentée. Il peut aussi avoir des connaissances pratiques sans réussir à les utiliser de façon concrète.
Nous illustrons cela par la présentation de trois essais successifs réalisés par un élève dyspraxique de CM2 qui devait relier par un segment deux points donnés, à l'aide d'une règle.

Essai n°1



Essai n°2

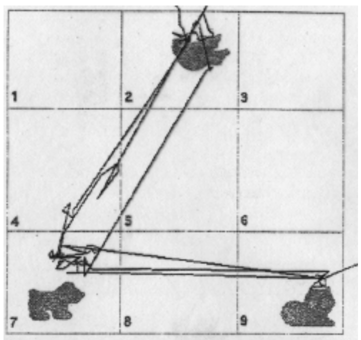


Essai n°3

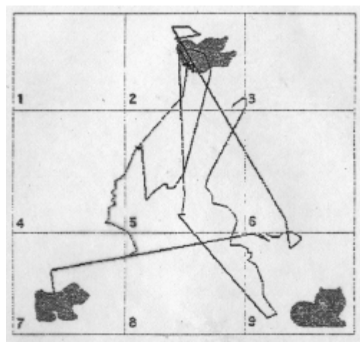
Au premier essai, la règle est mal positionnée (elle ne passe par aucun des deux points), mais elle est bien maintenue et la ligne tracée est droite. Au deuxième essai, la règle bien positionnée au départ, bouge au moment du tracé (mauvais dosage dans la pression de stabilisation de la règle par la main non dominante) : elle ne passe que par un des deux points, la ligne tracée est droite, elle suit la règle, mais elle est achevée à main levée pour atteindre le deuxième point. Au troisième essai, la règle est bien positionnée et bien maintenue, mais le tracé démarre un peu après le premier point et s'achève plus loin que le deuxième. À la fin de chaque essai, l'élève repère bien ce qui ne convient pas, il ajuste son action, mais il échoue autrement. Il ne parvient pas à gérer simultanément les contraintes qui mèneraient immédiatement à la production souhaitée. Il arrive aussi qu'il réussisse son tracé du premier coup, mais cette performance ne devient jamais une régularité, la qualité de ses productions reste fluctuante au cours du temps. Cette tâche de tracé d'un segment demande beaucoup d'efforts à l'élève dyspraxique car elle n'est pas automatisée. En situation de classe, cela en demanderait encore plus car l'élève à chaque fois aurait à gommer l'essai échoué avant de retenter un tracé. Gommer, tâche banale et routinière pour l'élève standard, mais pas pour l'élève dyspraxique qui doit de façon consciente coordonner ses deux mains : tenir le support de la main non dominante pour qu'il ne se froisse pas, pendant que la main dominante parcourt le trait avec la gomme.
L'élève dyspraxique n'est a priori pas en mesure d'obtenir de façon efficace l'objet graphique qu'il souhaite construire lorsqu'il exécute une action instrumentée. Le contrôle permanent et l'attention que cette action nécessite sont coûteux en fatigue, ce qui est ignoré de l'entourage pour qui l'action automatisée ne demande plus aucun effort.

B. Troubles des fonctions visuo-spatiales

Les fonctions visuo-spatiales concernent l'espace corporel et l'espace extracorporel. Elles participent à la construction et à l'utilisation efficace de repères spatiaux : localisations relatives et orientation par rapport à l'axe du corps (Mazeau, 2005). Les anomalies des traitements spatiaux sont issues de troubles de la structuration spatiale et/ou de troubles du regard. Le regard met en jeu des gestes dans l'exécution des tâches visuelles : ce sont les gestes oculomoteurs. Mazeau (2005) précise que les troubles du regard empêchent l'automatisation des organisations et stratégies oculomotrices adéquates, ce qui conduit à une fatigabilité anormale pour toutes les tâches visuelles : regarder devient une activité qui doit être volontairement contrôlée, cognitivement coûteuse et qui consomme d'importantes ressources attentionnelles.
Les troubles des traitements spatiaux ont une incidence dans la représentation spatiale des objets au niveau de la topologie et au niveau de l'orientation. Une exploration visuelle déficitaire perturbe en effet l'analyse visuelle qui permet de situer des objets les uns par rapport aux autres ou de situer des objets par rapport à soi, selon son orientation propre. Cela mène à une représentation spatiale incomplète ou défectueuse. De plus, l'interprétation perceptive de propriétés métriques et la perception de l'orientation de lignes (en particulier les obliques) pose problème.
Enfin, l'orientation du regard, non guidée par une stratégie spatiale fiable, provoque des difficultés dans la lecture d'un texte, mais aussi dans les tâches de dénombrement, et également dans l'analyse visuelle de dessins. Nous illustrons ces anomalies du regard par la représentation des saccades oculaires de deux sujets (un sujet normal et un sujet présentant des troubles de l'oculomotricité) explorant visuellement un support avec trois pictogrammes.



Sujet normal (9 ans)



Sujet avec troubles de l'oculomotricité (10 ans)

[Document extrait de la thèse de Laure RISS, 1999, Nancy]

Les yeux du sujet présentant des troubles de l'oculomotricité n'explorent pas le support de façon organisée, ils vont de façon aléatoire d'un endroit à un autre. Dans des activités de dénombrement, des objets pourront être comptés plusieurs fois tandis que d'autres seront ignorés : ainsi, les troubles visuo-spatiaux empêchent de faire fonctionner le schème d'énumération avec le regard. Cela a des conséquences en géométrie si l'élève est amené à travailler en comptant des carreaux sur un support quadrillé, ou si par exemple il doit identifier un polygone par son nombre de côtés, ou encore s'il doit prendre en compte différents points placés sur une feuille pour les relier. Ce manque de contrôle du regard perturbe aussi la lecture d'un texte écrit. En effet, le regard ne parvient pas à suivre de façon organisée les lignes de gauche à droite, avec retour à la ligne ; il se perd dans le texte s'il n'y a pas un contrôle volontaire. Ce contrôle entraîne de l'épuisement, mais surtout empêche l'accès au sens de l'écrit, ce qui a une incidence en géométrie si l'énoncé est donné sous forme rédigée. Enfin, les figures géométriques seront difficilement perçues dans l'organisation spatiale des lignes et des points qui les constituent.

> Les yeux ne peuvent pas explorer la figure, ou le modèle, de façon cohérente et régulière. Ils « sautent » sans logique d'un endroit à un autre, se posant à plusieurs reprises sur certains secteurs et en ignorant d'autres, sans percevoir l'ensemble ni l'organisation spatiale des diverses parties.
>
> (Mazeau *in Crouail*, 2009, p.60)

Dans son appréhension d'une figure géométrique, l'élève dyspraxique visuo-spatial doit donc, avant tout, tenter de ne pas se laisser parasiter par la perception incohérente, non stable et parcellaire qu'il en a.

C. Conséquence commune des troubles praxiques et visuo-spatiaux : la double tâche

Ainsi, ce qui constitue le plus grand handicap de l'élève dyspraxique, au-delà de cette fatigue insoupçonnée engendrée dans les domaines qui dysfonctionnent, au-delà de son apparente maladresse, de sa lenteur et de ses fréquents échecs dans les tracés, est la situation de *double tâche* dans laquelle il est très souvent placé.

> Lorsque l'on doit conduire deux (ou plusieurs) tâches simultanément, ce qui est le cas le plus fréquent, il est nécessaire qu'au moins une des deux tâches soit automatisée pour permettre leur réalisation dans de bonnes conditions. Si aucune des deux tâches n'est automatisée (ne peut se dérouler sans contrôle attentionnel ou ne réclame que très peu de contrôle), alors les deux tâches sont ratées (alors que chacune, *séparément,* aurait pu être conduite de façon satisfaisante).
>
> (Mazeau et Le Lostec, 2010, p. 20)

Nous pouvons donc penser que, dans l'action instrumentée, l'élève dyspraxique perdra de vue l'aspect géométrique de l'activité, empêtré qu'il sera dans des tâches matérielles qui nécessiteront un contrôle conscient de chaque étape. Entièrement accaparé par des difficultés purement manipulatoires et/ou perceptives, et s'épuisant dans un contrôle rarement efficace de la réalisation de son action, il ne sera pas en mesure d'exercer son raisonnement, alors qu'il en a les moyens conceptuels. La dyspraxie en effet n'altère en rien l'intelligence. L'élève dyspraxique possède des capacités d'abstraction et de raisonnement qui lui permettraient d'accéder au concept, seulement il ne peut en tirer parti s'il doit réaliser des tracés aux instruments. Ainsi, ces tâches praxiques dans lesquelles il ne sera jamais performant l'empêchent d'accéder aux connaissances géométriques visées.

III. Hypothèses sur des voies d'accès à la géométrie pour un élève dyspraxique visuo-spatial

Nous cherchons à atteindre pour l'élève dyspraxique visuo-spatial l'acquisition des connaissances géométriques que permet l'action instrumentée pour un élève standard. À partir de l'examen d'adaptations ou d'aménagements possibles de la situation d'enseignement, nous émettrons différentes hypothèses sur des voies d'accès à la géométrie pour l'élève dyspraxique visuo-spatial.

A. Regard sur des adaptations et rééducations existantes

1. Améliorations de la prise d'informations visuelles

Les difficultés perceptives dues aux troubles du regard peuvent être considérablement limitées si l'enseignant accorde une attention particulière à la forme des supports qu'il propose à l'élève dyspraxique visuo-spatial. Les préconisations faites habituellement dans le Projet Personnalisé de Scolarisation de l'élève sur les adaptations des supports sont de mise en géométrie. En effet, l'élève aura davantage accès à la compréhension de ce qui est attendu de lui si les informations sont à prélever sur un support aéré et sans illustration parasite. Cela nécessitera donc une adaptation des documents prévus pour la classe car, dans une contrainte d'économie, ces documents sont en général « compacts » lorsqu'il s'agit de photocopies ou de manuels. De plus, les textes gagneront en lisibilité s'ils sont aérés avec des interlignes, avec un espacement des lettres de chaque mot et également des mots[31], ainsi qu'avec une police de caractères supérieure à l'usage courant. Une autre adaptation est l'alternance de couleurs pour les écrits, qui permet de guider le regard et favorise un accès au sens, ce que peuvent également faciliter des consignes et énoncés transmis à l'élève par oral. Enfin, la possibilité de mettre en évidence des éléments d'une figure géométrique (des segments, des droites ou des points particuliers), soit par surlignage avec des couleurs fluorescentes dans l'environnement papier-crayon, soit par un changement de couleur, d'épaisseur ou de style de trait dans un environnement numérique, peut procurer une aide pour dépasser l'appréhension perceptive globale et conduire à un traitement géométrique de ces figures.

2. Potentialités des méthodes de rééducation

Afin de déterminer les points d'appui qu'un élève dyspraxique visuo-spatial peut avoir pour apprendre, nous explorons le panorama des méthodes rééducatives existantes et leurs potentialités, à partir de la présentation de Mazeau et Le Lostec (2010).
Les *méthodes traditionnelles ou « classiques »* proposent une variété d'exercices ciblés sur les échecs de l'enfant lors de son bilan neuropsychologique. Elles visent à des améliorations par un entraînement intensif des fonctions sensorielles, motrices et spatiales.
Les *méthodes « dynamiques » ou « écologiques »* consistent à mettre l'enfant « en situation », en graduant les difficultés via les contraintes à gérer au niveau gestuel, et en variant les contextes de l'action, pour gagner en souplesse de réalisation du geste et favoriser les transferts vers des gestes proches mais non travaillés.
Avec trente ans de recul, ces méthodes, orientées vers le déficit et la restauration des processus pathologiques, n'ont pas obtenu de résultats convaincants quant à leur efficacité : même si des progrès peuvent apparaître, ceux-ci ne sont pas nécessairement liés aux méthodes de rééducation, mais surtout et indiscutablement, ils ne conduisent pas à de meilleures performances en classe. Ces absences d'amélioration corroborent l'idée de l'inutilité d'un acharnement à l'entraînement des gestes de l'élève dyspraxique pour le conduire à réussir son action instrumentée.

> Poursuivre les entraînements habituels ne consisterait alors qu'à proposer, sans cesse et sans fin, « toujours plus de la même chose qui ne marche pas ».
>
> (Mazeau et Le Lostec, 2010, p.3)

[31] L'augmentation de l'espacement des lettres d'un mot et des mots d'un texte améliore la vitesse et la qualité de la lecture chez les enfants sensibles à « l'encombrement perceptif », c'est-à-dire au masquage visuel de chaque lettre par celles qui l'entourent. Ces résultats sont ceux d'une recherche Franco-italienne codirigée par Ziegler (CNRS) et publiés par la revue Proceedings of the National Academy of Science (4 juin 2012).

Les *méthodes cognitivoverbales* sont les seules à obtenir des résultats positifs. Elles s'appuient explicitement sur le raisonnement, la mémoire et le langage, points forts de l'enfant dyspraxique. En situation de résolution de problème, il doit successivement déterminer et énoncer le but poursuivi, la stratégie à mettre en œuvre, les étapes, leur contenu et leur organisation. Une fois l'action réalisée, il doit comparer la réalisation au projet initial, analyser le problème rencontré en cas d'échec et énoncer des solutions à mettre en œuvre pour y remédier. Ces méthodes permettent de réduire des symptômes gênants mais en aucun cas de restaurer la fonction gestuelle ; elles requièrent d'importantes ressources attentionnelles et ne peuvent être utilisées que sur des activités ponctuelles : elles ne conviennent donc pas telles quelles dans les activités géométriques. De ces méthodes rééducatives, nous retiendrons l'idée de l'exploitation et du développement des compétences préservées, et celle de la formulation de l'intention, de la stratégie et de la séquentialisation de l'action.

B. Hypothèses sur des modalités de travail favorables à des apprentissages géométriques

1. Premières propositions

Dans le chapitre 2, nous avons vu que les connaissances géométriques étaient mises en jeu seulement dans les composantes technico-figurale et sémiotique de l'action instrumentée. Leur acquisition constitue le principal objectif d'enseignement dans une activité de construction instrumentée. Cette partie de la représentation de l'action, l'intention d'agir, ne pose pas de difficulté à l'élève dyspraxique, parfaitement en capacité d'élaborer l'intention et le projet de l'action de façon consciente, comme tout autre élève. Nous pouvons remarquer que les aspects pratiques de l'action (organisationnels et manipulatoires) n'apportent rien au niveau géométrique. Bien au contraire, ils entravent les apprentissages pour qui n'a pas automatisé les schèmes d'utilisation à mettre en œuvre avec les objets techniques. Toutes les ressources attentionnelles de l'élève dyspraxique sont alors mobilisées sur des tâches périphériques à celles qui permettent d'apprendre, lorsqu'il tente en vain d'aboutir à une production précise et soignée de l'objet graphique.

Nous proposons donc d'alléger le plus possible ces composantes, voire de les supprimer, pour permettre à l'élève dyspraxique de déployer ses facultés intellectuelles qui, elles, sont préservées. Un allégement pourrait être réalisé si l'élève travaillait dans un environnement numérique plutôt qu'avec des instruments matériels (le coût manipulatoire serait moindre, sans toutefois être négligeable) et s'il recevait de l'aide au niveau de l'organisation matérielle dans la gestion de son ordinateur (recherche, ouverture, enregistrement de fichiers, classement de documents). Par ailleurs, la suppression des aspects organisationnels et manipulatoires pourrait être atteinte si les compétences langagières de l'élève dyspraxique étaient exploitées dans un travail en dyade, avec la manipulation effective des instruments à la charge de l'autre. Dans ce contexte de communication orale, l'élève dyspraxique serait amené à donner des instructions verbales, traduisant son intention de l'action élaborée dans la composante technico-figurale, à celui qui manipulerait et qu'il observerait manipuler.

Notre dessein à terme n'est pas de rendre l'élève dyspraxique capable de parvenir par lui-même à la réussite de la réalisation de l'action avec les instruments. Il nous semble en effet pertinent de renoncer partiellement à son autonomie dans la construction instrumentée, pour lui permettre d'accéder à des horizons d'apprentissages géométriques plus ambitieux. Nous choisissons délibérément de sacrifier une partie du développement de son autonomie en classe au profit de l'acquisition de connaissances géométriques, puisqu'il n'est pas possible de poursuivre et d'atteindre les deux objectifs simultanément au regard de son handicap. Ne pas faire ce choix reviendrait à centrer l'élève sur des tâches de bas niveau et à le maintenir dans un état de sous fonctionnement cognitif.

2. Apports des sciences cognitives et affinement des propositions

Des découvertes récentes en neuropsychologie ont montré que l'observation d'une action provoquait l'activation des mêmes réseaux de neurones pour l'acteur et l'observateur, lorsque ce dernier en comprenait l'intention. En effet, un lien direct existe entre observation et exécution d'une action via les *neurones miroirs*[32] :

> Ces neurones permettent une représentation partagée de l'action, entre celui qui l'exécute et celui qui l'observe. Ils seraient donc le support, pour l'observateur de la compréhension de l'action, de sa signification, de son but : l'observateur, qui active en grande partie les mêmes neurones que l'acteur, éprouverait ainsi lui-même l'action de l'autre.
>
> (Mazeau et Laporte, 2013, p.54)

Quelques remarques à propos de l'activation des neurones miroirs dans une situation d'observation sont à considérer. Tout d'abord, l'observateur ne peut éprouver l'action de l'autre, ni mettre en jeu la même activation intellectuelle, que s'il en perçoit le but, la signification et l'intention. Cette perception est d'autant plus développée que le geste a déjà été pratiqué. Ensuite, l'observation du geste, ou son évocation mentale, permet à un initié de s'améliorer, mais elle ne permet pas au novice d'apprendre : les neurones miroirs ne codent pas les caractéristiques fines du geste (aspects morphologiques et cinématiques) (Mazeau et Le Lostec, 2010).

Dans le dispositif de travail en dyade proposé, nous ne cherchons pas à ce que l'élève dyspraxique améliore son action motrice : nous souhaitons seulement qu'il puisse éviter de manipuler les instruments, sans que cela réduise le potentiel d'apprentissage géométrique offert par la situation d'action instrumentée. L'action de l'élève dyspraxique pourrait se ramener à :

1. activer son intention de l'action, a priori par le langage, en donnant des instructions à l'autre,
2. éprouver l'action sans se préoccuper de ses caractéristiques manipulatoires fines, via l'activation de ses neurones miroirs, en observant l'action exécutée par l'autre,
3. bénéficier d'une rétroaction de l'action réalisée par l'autre, conforme à son projet de l'action.

Il est possible qu'une pratique préalable de la manipulation des instruments par l'élève dyspraxique l'aide à donner du sens aux observations qu'il fera de l'action réalisée par l'autre. L'action est en effet d'autant mieux comprise et éprouvée qu'elle a déjà été vécue. En outre, si l'on se réfère à l'approche de la cognition incarnée, le corps et ses interactions avec l'environnement jouent un rôle important dans les apprentissages, y compris ceux de concepts abstraits tels que les mathématiques (Abrahamson & Lindgren, 2014). Pour ne pas supprimer les bénéfices d'une action corporelle, nous proposons si nécessaire, à un moment donné de l'apprentissage, le recours à l'exécution de *gestes mimétiques* avec les instruments,

[32] L'identification des neurones miroirs au cours des années 1990 est due à l'équipe de G. Rizzolatti. Rizzolatti, G. (2008) *Les neurones miroirs*. Paris : Odile Jacob

que nous définissons comme une manipulation très approximative de ces instruments. Nous développerons cette idée dans le chapitre 4.
La finalité de l'action instrumentée telle que nous la proposons est nécessairement perçue, ou tout au moins connue, par l'élève dyspraxique lors de son observation, puisqu'il lui appartient de la formuler. L'utilisation du langage requiert une attention particulière : la précision d'un langage partagé par les deux membres de la dyade est indispensable pour conduire à une coïncidence entre l'intention de l'action (exprimée par l'élève dyspraxique) et son résultat (produit par l'autre membre de la dyade). Nous misons ici entre autres sur les performances langagières et mnésiques de l'élève dyspraxique et sur leur possible développement pour que le dispositif proposé fonctionne. Il nous reste alors à déterminer la nature exacte des instructions que pourrait donner l'élève dyspraxique et le type d'interactions qui pourrait être établi avec l'autre membre de la dyade pour que les apprentissages géométriques visés puissent avoir lieu. Nous étudierons la question du langage dans le chapitre 4. Il est bien entendu que les échanges au sein de la dyade seront dépendants de la fonction de celui qui travaille avec l'élève dyspraxique : dans le contexte de la classe, ce peut être l'enseignant, l'Auxiliaire de Vie Scolaire ou un pair. Nous présentons quelques aspects relatifs au fonctionnement d'un travail en dyade dans la partie C suivante.

C. Travail en dyade

1. Approche vygotskienne

Notre proposition de travail en dyade s'ancre dans une conception de l'apprentissage comme phénomène social. Dans la théorie vygotskienne, le développement de l'enfant résulte de son immersion dans un environnement culturel et du processus d'appropriation qu'il fait de cet environnement, à travers son activité poursuivie en commun avec d'autres personnes plus expérimentées :

> **Le social** constitue d'une part la source du développement conceptuel de l'enfant, et, caractérise, d'autre part, l'organisation de l'activité commune et de l'apprentissage de l'élève.
>
> (Garnier et *alii*, 1991, p.9)

Les modèles d'apprentissage qui émanent de cette théorie mettent au premier plan la dimension sociale. Ils sont basés sur la médiation que permettent les interactions sociales. La primauté du rôle du médiateur humain ressort dans la loi génétique générale du développement culturel de Vygotski (1931/1978) :

> Chaque fonction dans le développement culturel de l'enfant apparaît deux fois, ou à deux niveaux. Elle apparaît premièrement au niveau social, et ensuite au niveau psychologique. Elle apparaît premièrement entre les personnes comme une catégorie inter-psychologique, et ensuite « à l'intérieur » de l'enfant comme une catégorie intra-psychologique. Ceci est également vrai en ce qui concerne l'attention volontaire, la mémoire logique, la formation des concepts, et le développement de la volonté.
>
> (Wertsch et Stone[33], 1985, p.164)

Ainsi, l'apprentissage avec autrui mène à un processus de développement de l'enfant, qui se produit dans le cadre de la communication et de la collaboration. Dans le cas du travail en

[33] WERTSCH, J.V. et STONE, C.A. (1985). « The concept of internalisation in Vygotsky's account of the genesis of higher mental functions », dans WERTSCH, J.V. (réd.), *Culture Communication and Cognition.* Cambridge, Cambridge Un. Pr.

dyade proposé, les instructions de l'élève dyspraxique permettront une extériorisation de son action par autrui. Il la régulera grâce à l'observation du résultat produit (ou à une description que l'autre lui en fera si les traitements visuo-spatiaux s'avèrent trop complexes à effectuer) ou grâce aux demandes de précisions de l'autre, avant de l'intérioriser.

Dans ses travaux, Vygotski (1993) a aussi étudié le développement d'enfants « spéciaux », et entre autres celui d'enfants avec déficiences sensorielles (aveugles, sourds). Il conteste les méthodes d'étude des psychologues et pédagogues qui se focalisent de façon quantitative sur le défaut de l'enfant, en mesurant son degré de déficience, sans examiner qualitativement la structure intérieure de sa personnalité créée par le manque. Il considère le handicap comme une source de richesse, comme une force qui stimule des processus de compensation, par un développement important des capacités préservées.

> A defect has been statically viewed as merely a defect, a minus. Education has neglected the positive forces created by a defect. […]. They [the psychologists and pedagogues] didn't understand that a handicap is not just an impoverished psychological state but also a source of wealth, not just a weakness but a strength.
>
> (Vygotski, 1993, p.57)

Il défend la thèse que le développement des enfants « spéciaux » n'est pas inférieur à celui des « normaux », mais qu'il est différent. Dans leurs processus de développement, les enfants « spéciaux » empruntent des chemins qui leur sont propres en surcompensant leur handicap avec leurs organes sensoriels valides. La spécificité de ces enfants ne réside donc pas dans leur déficience, mais dans les capacités élevées qu'ils ont su développer.
Au-delà d'une compensation biologique, Vygotski (1993) avance l'idée d'une compensation sociale. Selon lui, l'éducation pour les enfants « spéciaux » doit permettre de rectifier les ruptures sociales engendrées par leur handicap. Il suggère par exemple l'idée qu'une personne aveugle puisse utiliser les yeux d'une autre personne comme véhicule de la vue, les yeux de l'autre assumant alors le rôle d'un instrument, pas moins différemment que ne le ferait un microscope ou un télescope.
Dans cette même optique, nous pouvons considérer que l'élève qui agit avec l'élève dyspraxique a, pour celui-ci, le rôle d'un instrument, qui permet de suppléer à ses fonctions défaillantes. Nous faisons ainsi appel à une compensation sociale, tout en mettant en œuvre une compensation biologique, à savoir les compétences langagières de l'élève dyspraxique.

2. Fonctionnement de la dyade

Dans le contexte de la classe, les interactions entre les deux membres de la dyade ne seront pas de même nature selon que le deuxième membre est un enseignant, un Auxiliaire de Vie Scolaire ou un pair. Si les instructions formulées par l'élève dyspraxique peuvent être communes avec chacun, les rétroactions qui en résultent ne peuvent l'être, en ce qu'elles sont pilotées par des rapports au savoir de l'interlocuteur différents. Par ailleurs, la durée possible des interactions au sein de la dyade est directement liée à la fonction de cet interlocuteur.

Avec l'enseignant

L'enseignant entretient une relation didactique avec l'élève dyspraxique. Il détient le savoir visé et est reconnu comme tel. Il a la fonction de faire acquérir des connaissances géométriques à tous les élèves de la classe, sachant que ces élèves ont des difficultés et des capacités variées. Dans une séance de géométrie, le temps qu'il peut accorder à l'élève dyspraxique dans une relation dyadique est nécessairement limité. La dyade élève dyspraxique - enseignant peut fonctionner lors d'un temps où les élèves travaillent en autonomie, mais aussi lors d'un temps collectif où l'enseignant réalise une construction au tableau en suivant les instructions données par l'élève dyspraxique interrogé.

Avec un Auxiliaire de Vie Scolaire

L'Auxiliaire de Vie Scolaire (AVS) a la fonction d'accompagner l'élève dyspraxique pour suppléer aux difficultés provoquées par son handicap. L'apport d'aides au niveau organisationnel et au niveau manipulatoire fait partie de ses fonctions. Il peut être affecté au seul élève dyspraxique s'il est nommé AVSi, et dans ce cas, tout son temps peut lui être consacré durant la séance de géométrie. Il peut être également affecté à plusieurs élèves s'il est nommé AVSco, ce qui réduit sa disponibilité auprès de chaque élève. Il n'est pas institutionnellement détenteur du savoir et n'a pas vocation à se substituer à l'enseignant. Il peut, par son parcours personnel, être plus ou moins compétent en géométrie, voire ne l'être absolument pas. Cela va nécessairement influer sur les rétroactions qu'il sera en mesure de produire lors de ses interactions avec l'élève dyspraxique. Le positionnement de l'Auxiliaire de Vie Scolaire par rapport à l'enseignant est aussi un facteur à prendre en compte. Toullec-Théry et Brissiaud (2012) présentent les quatre types de positionnement possibles suivants, identifiés à partir d'une analyse de cas de pratiques effectives enseignant-AVS :

> 1. *Une partition des rôles* qui marque des territoires respectifs identifiés par l'enseignant, l'AVS et l'élève. La planification et l'anticipation des activités sont de mise. L'accompagnement de l'AVS est alors indexé au discours et aux actions pédagogiques du professeur.
> 2. *Une position surplombante de l'AVS* quand il est considéré par l'enseignant comme expert du handicap. L'AVS prend alors la main dans les situations scolaires, il peut même aller jusqu'à proposer les activités pour l'élève en situation de handicap. [...]
> 3. Une position *surplombante* du professeur quand le professeur mène les activités de classe en insérant l'élève en situation de handicap, avec ou sans aménagements spécifiques pour lui. On constate alors une certaine inutilité de la présence de l'AVS. [...]
> 4. *Une certaine symétrie* entre l'AVS et le professeur, c'est-à-dire que l'AVS fait comme le professeur, avec l'élève qu'il accompagne, mais sans parfois maîtriser les enjeux d'apprentissage de la situation. On peut alors constater régulièrement un court-circuit des objectifs que s'était fixés le professeur. L'AVS peut ainsi donner la réponse aux élèves alors que l'enseignant voulait qu'ils trouvent seuls la procédure.
>
> (Toullec-Théry et Brissiaud, 2012, p.142)

Parallèlement à ces différents positionnements, l'élève dyspraxique peut considérer ou non que le savoir enseigné est détenu par l'Auxiliaire de Vie Scolaire. Selon le cas, les éléments relatifs au savoir que celui-ci lui transmettra pourront être mis en doute. L'attitude de l'élève accompagné peut alors varier entre la soumission, comme par exemple lorsqu'il abandonne ses procédures personnelles sans chercher à en comprendre l'éventuel bien-fondé, et la résistance, comme lorsqu'il persiste dans le développement de ses idées contrairement aux conseils de l'Auxiliaire de Vie Scolaire. Le même cas de figure peut se présenter avec un pair, selon qu'il est considéré par l'élève dyspraxique comme un expert ou non.

Avec un pair

Le pair, contrairement à l'enseignant et à l'Auxiliaire de Vie Scolaire, est comme l'élève dyspraxique, présent en classe pour apprendre. Différentes relations de travail en dyade peuvent s'établir entre deux élèves associés pour œuvrer dans le sens d'une production commune. Ils peuvent collaborer en se situant l'un l'autre dans une position d'égalité face au savoir et à leurs compétences. Dans ce cas, ils travaillent ensemble, ils se concertent, ils mettent leurs connaissances en commun, ils agissent conjointement, s'apportant mutuellement ce dont ils ont besoin pour atteindre le but poursuivi. Sinon, ils peuvent se situer dans une position inégale. Celle-ci se traduit par des relations d'aide qui présentent des configurations et des effets variés. L'élève reconnu plus compétent peut prendre le pouvoir, avec une répartition inéquitable des tâches au niveau cognitif. Cela correspond à ce que Baudrit (2007) relève comme inconvénient d'une mauvaise mise en œuvre d'un tutorat entre élèves :

> Il [l'élève tuteur] reste expert sans assumer les fonctions tutorielles lorsque, s'avisant de la moindre compétence du partenaire dans une tâche […] il prend la charge de la planification des actions, et leur exécution, en laissant au novice un rôle mineur.
>
> (Winnykamen[34], 1996, p.18 in Baudrit, 2007, p.16)

Baudrit (2007) relève différents types d'aide entre élèves à l'école en s'appuyant sur des résultats de plusieurs recherches :

1. L'*aide élaborée* apporte des explications, des analyses sur la façon de résoudre un problème. Elle a une fonction didactique.
2. L'*aide peu élaborée* fournit une information simple et appropriée permettant de résoudre un problème comme par exemple donner un synonyme pour un mot incompris, reformuler une consigne mal interprétée, pointer une omission, …
3. L'*aide exécutive* consiste à donner directement le résultat à un problème et l'*aide substitutive* à réaliser le travail de la personne aidée à sa place. Ces aides sont peu propices aux apprentissages : elles s'attachent à la réalisation des tâches et négligent la compréhension des notions qu'elles impliquent.
4. L'*aide régressive* se caractérise par un effacement progressif au cours du temps de l'aidant pour que l'aidé puisse s'investir de plus en plus.
5. L'*aide spontanée* consiste en un soutien apporté délibérément à celui qui est confronté à une difficulté.

De prime abord, il semblerait que l'intégration sociale de l'élève dyspraxique au sein de la classe ait plus de chances d'aboutir si l'élève travaille en dyade avec un pair, plutôt qu'avec l'Auxiliaire de Vie Scolaire, dont la seule présence aux côtés de l'élève est signe de sa différence. Par ailleurs, que ce soit de la part de l'Auxiliaire de Vie Scolaire ou de la part d'un pair, nous avons vu que certaines interventions ou aides apportées pouvaient entraver les apprentissages de l'élève dyspraxique.
A priori, dans un dispositif pédagogique où les élèves travaillent à deux, une orientation égalitaire des rapports sociaux émerge d'une position égale entre l'élève dyspraxique et son partenaire. Celle-ci semble compromise pour l'élève dyspraxique si aucune contrainte de fonctionnement n'est donnée au sein de la dyade. En effet, dans un type de tâches de construction instrumentée, son handicap (sa lenteur, sa maladresse gestuelle, son inefficacité manipulatoire) le met dans une position d'infériorité qui le dessert. Il risque de ne pas être considéré comme un partenaire à part entière et n'avoir par conséquent qu'une participation infime dans la réalisation à deux de la production attendue. Croire qu'il suffise que l'élève handicapé soit intégré dans le même dispositif de travail en binôme que les autres, sans aménagement particulier, pour que son intégration sociale se produise, est un leurre. Cela n'y contribue absolument pas, bien au contraire. Une position inégale paraît donc inéluctable.

---

[34] WINNYKAMEN, F. (1996). *Expert et/ou tuteur : les comparaisons entre dyades adulte/ enfant et enfant/enfant peuvent-elles éclairer les processus de guidage* ? Revue de Psychologie de l'Éducation, 2, 13-35.

Dans la deuxième partie de la thèse, nous analyserons différents fonctionnements de travail en dyade, à partir d'observations réalisées en classe lors de séances de géométrie. Notre but est de déterminer les contraintes conduisant aux interactions les plus appropriées à l'acquisition de connaissances pour l'élève dyspraxique, mais aussi pour le pair, lorsqu'il s'agit d'une dyade d'élèves. Nous verrons ainsi comment compléter notre proposition dans le cas où l'élève, « instrument » de l'élève dyspraxique, est guidé par ses instructions.

Chapitre 4

Outils d'analyse des ressources sémiotiques

Dans le cadre d'un travail à deux sur une activité où des objets géométriques sont à obtenir de façon instrumentée, une diversité de registres ostensifs est activée. Elle conduit à la production de ressources sémiotiques, partagées par les deux membres de la dyade et utilisées comme outils de communication. Dans le chapitre 2, nous avons déjà caractérisé l'action instrumentée et mis en évidence les différents observables relatifs aux interactions entre l'environnement, le corps, les objets techniques et les objets graphiques. Dans le chapitre 3, nous avons émis l'hypothèse d'un intérêt, pour l'élève dyspraxique, à utiliser le langage pour exprimer son intention d'agir, à défaut d'exécuter lui-même l'action, afin de prendre ainsi à sa charge la partie de l'action instrumentée qui met en jeu des connaissances géométriques. Nous avons également évoqué le potentiel intérêt à réaliser des gestes mimétiques avec les instruments pour simuler l'action instrumentée. Comme ressources sémiotiques dans nos études d'échanges en dyade lors d'activités géométriques de construction instrumentée, nous considérons donc les actions instrumentées, les traces graphiques (dessins, codages et textes), le langage et les gestes.

L'objectif de ce chapitre est de compléter le cadre théorique d'analyse de l'activité géométrique du sujet introduit dans le chapitre 2, avec la prise en compte d'une production de langage et de gestes, afin d'avoir des outils d'analyse des ressources sémiotiques activées par les élèves dans une situation de communication autour d'actions instrumentées.
Pour élaborer ces outils d'analyse, nous avons eu recours à différentes données relatives à des situations de communication, ainsi qu'à des éléments théoriques issus d'approches sémiotiques.
Dans la première partie, nous présentons d'abord les deux types de données relatives à des situations de communication : d'une part des situations de communication orale en dyade se

déroulant en classe ou hors classe, et d'autre part des documents d'aide à l'utilisation d'instruments pour réaliser des constructions géométriques. Nous exposons ensuite nos premières observations.
Dans la deuxième partie, nous présentons des outils théoriques d'analyse des ressources sémiotiques. Nous nous intéressons d'abord à des approches sémiotiques (II.A) avec le concept de système sémiotique (Duval, 1995 ; Ernest, 2006) élargi par Radford (2002), puis par Arzarello (2006) dans le concept de faisceau sémiotique. Ce concept permet de rendre compte de l'apprentissage des élèves en considérant comme signes non seulement ce qui peut être produit par la parole, l'écriture ou le dessin, mais aussi ce qui se manifeste par le corps telles la production de gestes et les actions avec des artefacts. Nous exposons ensuite différentes formes d'analyse du faisceau sémiotique gestes-discours que nous exploiterons dans notre étude : l'analyse synchronique (II.B) et l'analyse diachronique (II.C).
Dans la troisième partie, nous présentons le développement d'outils d'analyse du langage et des gestes, produits dans des situations de communication orale entre deux sujets à propos de la construction d'objets géométriques. Concernant le langage, nous nous appuyons sur une définition d'un dictionnaire de linguistique ainsi que sur les travaux de Laborde (1982) à propos du langage géométrique. Et concernant les gestes, nous utilisons des travaux de psycholinguistique et de psychologie cognitive, avec notamment la classification des gestes de Kendon (1988) et la typologie des gestes communicatifs de McNeill (1992).
Nous complétons ainsi le cadre théorique introduit dans le chapitre 2 en associant à chacune des composantes de l'action instrumentée une visée du langage et des gestes produits, ainsi que les registres de langues et catégories de gestes susceptibles d'être employés.

Sommaire du chapitre 4

I. Présentation des données

A. Situations de communication orale en dyade

Nous avons filmé des séances de résolution de différents types de problèmes qui conduisent à des constructions géométriques instrumentées (reproduction de figures, restauration de figures, construction de figures à partir d'un schéma ou d'un énoncé écrit), dans des dispositifs d'enseignement qui mettent en jeu des échanges en dyade (élève dyspraxique/Auxiliaire de Vie Scolaire, élève/enseignant ou élève/élève, avec des élèves standards ou dyspraxiques). Afin de provoquer des interactions langagières, nous avons choisi un fonctionnement en dyade où les rôles des deux membres sont différents. C'est naturellement le cas lorsque l'un des deux est l'enseignant ou l'Auxiliaire de Vie Scolaire car ceux-ci sont en posture d'aide ou d'étayage auprès de l'élève pour le conduire à de nouvelles connaissances mathématiques ou alors à la réussite du tracé. Dans le cas où la dyade est constituée de deux élèves, un seul a la charge de manipuler les instruments et doit suivre les instructions données par l'autre, dans des situations d'émission-réception, ou sinon doit au préalable se mettre d'accord avec lui avant de réaliser des tracés. Il nous semblait aller de soi, dans les expérimentations que nous proposions, que l'élève dyspraxique ne manipulerait pas les instruments. Il n'en a finalement pas toujours été ainsi, d'une part parce que cela apparaît inconcevable pour certains enseignants, convaincus de la nécessité de l'apprentissage d'un savoir-faire avec les instruments de géométrie et confortés dans cette position par les directives des programmes officiels, d'autre part parce qu'il est apparu comme une évidence pour les dyades d'élèves d'alterner les rôles et de se trouver ainsi dans une position égale. La prise en compte de ce facteur psychologique s'est révélée non négligeable pour la réussite d'un travail où les deux élèves s'impliquent pleinement.
Nous avons donc exploré l'utilisation de différents objets techniques permettant de construire des objets géométriques dans un environnement papier-crayon ou dans un environnement numérique, supposant que certains pourraient être plus accessibles que d'autres à l'élève dyspraxique lorsqu'il se trouverait en situation de manipulation :

- règle, équerre, compas et papier calque dans un environnement papier-crayon,
- règle, équerre, compas et crayon virtuels dans un environnement numérique,
- boîte à outils d'un logiciel de géométrie dynamique.

Enfin, nos observations ont été réalisées dans différents contextes : hors classe ou en classe, avec une variété de classes dans ce dernier cas :

- une classe de sixième ordinaire avec trois élèves dyspraxiques dont un avec une Auxiliaire de Vie Scolaire,
- deux classes de sixième ordinaires incluant des élèves dyspraxiques d'une Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire (ULIS),
- une classe de sixième de dix élèves d'un Établissement Régional d'Enseignement Adapté (ÉREA) dont la moitié d'élèves dyspraxiques,
- une classe de CM2 ordinaire avec deux élèves dyspraxiques et une Auxiliaire de Vie Scolaire.

B. Documents d'aide à l'utilisation d'instruments

Pour compléter notre état des lieux du langage employé dans des situations de communication, nous avons consulté des documents méthodologiques décrivant l'utilisation d'instruments dans des livres pédagogiques, dans des manuels de l'école primaire et de sixième, ainsi que dans des CD-ROM accompagnant certains manuels. Nous avons regardé en particulier les méthodes de construction de la droite perpendiculaire ou parallèle à une droite donnée passant par un point donné et les méthodes de construction de l'image d'un point par symétrie axiale. Pour les outils numériques, instruments virtuels de Mathenpoche ou logiciel de géométrie dynamique, nous avons pris connaissance des aides proposées aux utilisateurs. Ces documents d'aide, présentés sous forme d'écrits, sont destinés à guider dans la réalisation d'actions instrumentées, et non a priori à être pris comme des modèles de rédaction écrite de mathématiques. Le langage employé est un langage analogue à ce qu'il serait dans une situation de communication orale. Dans l'environnement papier-crayon, les textes sont complétés par des dessins du positionnement des instruments, organisés sous forme de bande dessinée. Le mouvement est schématisé par des flèches ou par un contour en pointillés de la position antérieure de l'instrument déplacé. Dans l'environnement numérique, les textes sont accompagnés d'animations. L'équivalent serait, en communication orale, une démonstration manipulatoire avec les instruments.

C. Premières observations

Dans nos deux types de données recueillies, il apparaît que le langage verbal, qu'il soit oral ou écrit, ne suffit pas en soi comme moyen de communication. À l'écrit, les schémas où sont représentés les instruments sont porteurs d'informations non données par le langage ; il en est de même pour les animations numériques. À l'oral, nous observons une production de gestes qui semblent avoir une importance réelle dans la communication : gestes effectués en complément du discours ou gestes précurseurs de mots que l'élève n'est pas encore capable de trouver spontanément ou qu'il ne connaît pas. Ces gestes ne sont pas restreints aux seuls gestes mimétiques évoqués précédemment, ils sont de natures variées et constituent un langage gestuel, qui remplace, complète ou facilite le langage oral.
Nous faisons l'hypothèse que ce langage gestuel, articulé avec le langage oral, pourrait aussi venir en appui au raisonnement pour l'élève dyspraxique. Cette hypothèse est confortée par différents travaux de psychologues (Church et Goldin-Meadow (1986), Alibali et Goldin-Meadow (1993), Goldin-Meadow (2003), McNeill (1992), Alibali, Kita et Young (2000), Valenzeno, Alibali, Klatzy (2003)) et les travaux d'Arzarello (2006) et de Radford (2009). Cela peut paraître paradoxal d'envisager une aide fondée sur des gestes à des élèves qui justement ont des troubles du geste ; cependant, nous ne parlons pas de gestes de motricité fine devant être réalisés avec précision : nous faisons référence à des gestes ébauchés grossièrement et qui pourraient être supports de l'évocation et du raisonnement de l'élève, en s'associant au langage. Dans les situations étudiées, nous prendrons donc en compte deux moyens d'expression, le langage verbal et le langage gestuel, en lien avec le regard porté sur la figure en cours de construction.

II. Présentation d'outils d'analyse des ressources sémiotiques

Les ressources sémiotiques, utilisées comme outils de communication, se révèlent aussi comme des instruments essentiels de pensée et permettent de saisir la signification des concepts mathématiques. Pour décrire les processus d'apprentissage, il est donc nécessaire de considérer cette variété d'observables dans leur production, leur traitement et leur évolution (Arzarello et *alii*, 2007).

> These general observations suggest that in order to scientifically describe the learning processes in the classroom, it is necessary to consider all such *resources* [a variety of *ostensives*], the *practices* they are treated with, and how they *evolve*.
>
> (Arzarello et *alii*, 2007, p.1629)

Afin de prendre en compte l'activation des ressources sémiotiques et leur pluralité dans les processus d'apprentissage, Arzarello (2006) se place dans une approche multimodale en considérant que différentes modalités sensorielles (tactile, kinesthésique, visuelle, auditive) font partie des processus cognitifs. Il s'appuie sur des découvertes en neuropsychologie à propos des aspects incarnés (embodied) et multimodaux de la cognition. Un résultat majeur est le caractère multimodal du système sensori-moteur. Cela signifie que, pour une même action motrice, différents sens sont activés. Le langage exploite aussi le caractère multimodal de ce système, en utilisant différentes modalités liées entre elles comme la vue, l'ouïe, le toucher, les actions motrices.
Dans une approche multimodale, Arzarello (2006) introduit le concept de *faisceau sémiotique* en étendant des concepts de la sémiotique classique. Il considère un signe (ou une ressource sémiotique) dans le sens défini par Pierce (1931/1958) :

> Un signe, ou representamen, est quelque chose qui tient lieu pour quelqu'un de quelque chose à un certain égard ou titre. Il s'adresse à quelqu'un, c'est-à-dire crée dans l'esprit de cette personne un signe équivalent, ou peut-être un signe plus développé. Ce signe qu'il crée, je l'appelle interprétant du premier signe. Ce signe tient lieu de quelque chose, son objet. Il tient lieu de cet objet, non pas à tous égards, mais en référence à une sorte d'idée que j'ai quelquefois appelée le fondement du representamen.
>
> (Pierce, 1931 / 1958, C.P. 2.228)

Nous présentons maintenant le concept de faisceau sémiotique issu d'approches de la sémiotique classique, ainsi que deux types d'analyse de ces faisceaux : l'analyse synchronique et l'analyse diachronique.

A. Approches de la sémiotique classique et extensions

1. Systèmes sémiotiques et registres de représentation sémiotique

Dans la sémiotique classique, Ernest (2006) caractérise un *système sémiotique* comme constitué des trois composantes suivantes :

1. Un ensemble de signes, chacun pouvant être éventuellement déclaré, parlé, écrit, dessiné ou codé électroniquement.
2. Un ensemble de règles de production de signes, pour produire ou émettre des signes simples ou composés.
3. Un ensemble de relations entre ces signes et leurs significations contenues dans une structure de signification sous-jacente.

Pour sa part, Duval (1993) définit les *représentations sémiotiques* comme des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système sémiotique de représentation qui a ses contraintes propres de signifiance et de fonctionnement. Les représentations sémiotiques peuvent être des productions discursives (langue naturelle ou langue formelle), ou écrites (figures, graphiques, schémas). Duval (1995) caractérise les *registres de représentation sémiotique* comme des systèmes sémiotiques qui permettent d'accomplir les trois activités cognitives suivantes :

> Tout d'abord, constituer une trace ou un assemblage de traces perceptibles qui soient identifiables comme *une représentation de quelque chose* dans un système déterminé.
> Ensuite, transformer les représentations par les seules règles propres au système de façon à obtenir d'autres représentations pouvant constituer un apport de connaissance par rapport aux représentations initiales.

> Enfin, convertir les représentations produites dans un système en représentations d'un autre système, de telle façon que ces dernières permettent d'expliciter d'autres significations relatives à ce qui est représenté.
>
> (Duval, 1995, p.21)

Un registre de représentation sémiotique est un système sémiotique particulier qui présente trois fonctions : l'objectivation (le sujet peut s'objectiver à lui-même une idée encore confuse, un sentiment latent), la communication (ou la transmission) à un interlocuteur et le traitement (transformation d'une représentation dans ce même registre).
L'activité géométrique, par exemple, fait appel au registre graphique, auquel appartiennent les figures et les dessins, et à celui de la langue naturelle. Un traitement dans le registre discursif peut être une reformulation d'un énoncé pour le remplacer ou pour l'expliquer. Dans le registre graphique, un traitement peut être une reconfiguration qui consiste à partager une figure en sous figures. Une conversion d'un registre à l'autre peut être la réalisation d'une figure à partir d'un énoncé ou, dans l'autre sens, la description d'une figure. Cette conversion peut être plus ou moins problématique. En effet, dans un problème de construction, les contraintes données dans la description d'un objet géométrique nécessitent que le sujet les remplace par des contraintes plus directement utilisables dans un tracé, en fonction des instruments disponibles, et il doit aussi prouver que la construction est réalisable de la façon choisie. Lorsqu'il s'agit de décrire une figure, la description à donner doit comporter toutes les conditions nécessaires à l'obtention de la figure et seulement celles-là. Il est parfois attendu que ces conditions soient nécessaires et suffisantes.
Pour qu'une démarche géométrique puisse aboutir, une coordination des traitements figuraux et discursifs est indispensable : ceux-ci doivent être effectués de façon simultanée et interactive et cela nécessite un apprentissage. Duval (1995) fait remarquer que l'enseignement privilégie l'apprentissage des règles concernant la formation et le traitement des représentations sémiotiques dans certains registres et pas dans d'autres. Par exemple, dans le registre du discours en langue naturelle, une place importante est donnée à la grammaire, alors qu'il n'y a aucun apprentissage des règles de traitement propres au registre des figures géométriques. Duval relève d'ailleurs des confusions à ce propos :

> Les tâches de construction de figures sollicitent seulement la coordination entre le registre discursif (plus particulièrement un emploi spécialisé de la langue naturelle) et des règles de formation [dans le registre des figures] qui sont souvent confondues avec les moyens techniques utilisés pour la réalisation des figures.
>
> (Duval, 1995, pp.43-44)

2. Première extension du concept de système sémiotique

Le concept de système sémiotique (Ernest, 2006) ne prend en compte que le langage verbal et les traces graphiques (écrites, dessinées ou numériques). Celui de registre de représentation sémiotique (Duval, 1995) se limite à des productions discursives (langue naturelle ou formelle) ou écrites (figures, graphiques, schémas). Les activités sémiotiques considérées renvoient à des organisations de signes très structurées, cette restriction à un aspect formel ne permet pas de prendre en compte certains phénomènes observés en classe et notamment la dimension gestuelle. Les gestes, en effet, ne possèdent pas de règle de production. Ils apparaissent dans le vif de l'action et sont souvent produits de façon inconsciente. Radford (2002) a donc élargi le concept de registre de représentation sémiotique pour rendre compte de l'apprentissage des élèves sans omettre les manifestations corporelles qui lui semblaient jouer un rôle important. Ainsi, il considère aussi les gestes comme des signes, non pas parce qu'ils sont assujettis à une syntaxe ou à une structure, mais parce qu'ils signifient : ils ont une signification intuitive et une syntaxe floue. Par ailleurs, dans l'activité d'apprentissage, il considère également la dimension matérielle relative au fonctionnement des artefacts. Ceux-ci apportent une signification qu'il qualifie de fonctionnelle.

> The idea of semiotic system that I am conveying includes classical system of representations – e.g. natural language, algebraic formulas, two or three-dimensional systems of representation, in other terms, what Duval (2001) calls discursive and non-discursive registers – but also includes more general systems, such as gestures (which have an intuitive meaning and to a certain extend a fuzzy syntax) and artifacts, like calculators and rulers, which are not signs but have a functional meaning.
>
> (Radford, 2002, footnote 7)

Dans la même perspective, Arzarello (2006) souligne la similitude entre les signes et les artefacts, en notant que le couple instrument-artefact peut être vu comme un système sémiotique dans un sens élargi. L'instrument est la combinaison d'un artefact avec ses schèmes d'utilisation : c'est une représentation sémiotique avec des règles d'utilisation portant un caractère intentionnel.

3. Faisceau sémiotique

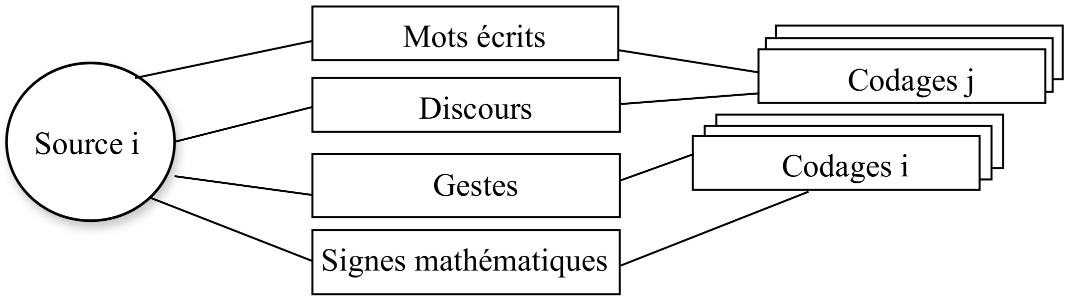
Afin d'élargir l'étude des signes apparaissant dans des situations d'enseignement-apprentissage à des modes d'expression tels que les gestes, le regard, les actions avec les artefacts, et afin d'étudier leurs relations, ainsi que le développement dynamique de leurs interactions, Arzarello (2006) a introduit le concept de faisceau sémiotique. Il définit la notion d'ensemble sémiotique en s'appuyant sur celle de système sémiotique généralisée par Radford (2002). Un *ensemble sémiotique* contient :

1. Un ensemble de signes pouvant être produits par des actions qui ont un caractère intentionnel, telles que déclarer, parler, écrire, dessiner, faire des gestes ou manipuler un artefact.
2. Un ensemble de modes de production de signes et éventuellement de transformation ; ces modes peuvent être éventuellement des règles ou des algorithmes, mais peuvent être aussi des modes d'action ou de production plus souples utilisés par le sujet.
3. Un ensemble de relations entre ces signes et leurs significations contenues dans une structure de signification sous-jacente.

Un *faisceau sémiotique* se caractérise alors par une collection d'ensembles sémiotiques et un ensemble de relations entre ces ensembles. Il s'agit d'une structure dynamique qui évolue dans le temps en fonction des activités sémiotiques du sujet. Des signes peuvent être produits en même temps, par exemple dans un faisceau gestes - discours où le sujet parle en faisant des gestes, ou alors ils peuvent être transformés en d'autres signes dans le cas d'une *conversion génétique* où un ensemble sémiotique est généré par un autre, agrandissant ainsi le faisceau. Dans la terminologie de Duval (1995), la conversion d'un registre de représentation sémiotique en un autre en est un exemple. Les processus d'apprentissage se réalisent dans une production et une transformation dynamique de signes variés mis en relation. L'analyse du faisceau sémiotique permet alors d'étudier l'activité sémiotique multimodale des sujets. Elle peut être effectuée de deux façons différentes et complémentaires. La première est une *analyse synchronique*, qui étudie les relations parmi les différentes ressources sémiotiques activées simultanément par les sujets à un certain moment. La seconde est une *analyse diachronique*, qui se centre sur l'évolution des signes activés par les sujets dans des moments successifs sur des périodes de temps variables. Ces analyses permettent d'étudier le rôle joué par les différents types de signes dans les processus d'apprentissage. Nous en présentons différentes approches dans ce qui suit.

B. Analyse synchronique des faisceaux sémiotiques

L'analyse synchronique, appelée aussi Processus d'Objectivation en Parallèle (Arzarello et *alii,* 2005), a lieu quand les différentes composantes (mots écrits, discours, gestes, signes mathématiques) sont vues comme un ensemble de processus se développant en même temps, comme par exemple parler et faire des gestes simultanément. Les composantes se réfèrent toutes à la même source qu'elles peuvent coder de différentes façons, ainsi que le représente le schéma ci-dessous.



Nous présentons brièvement quelques résultats de recherche sur les relations entre certaines composantes en développement synchronique.

1. Concordances et discordances gestes-discours

Différents travaux en psychologie cognitive ont étudié les concordances et discordances entre les gestes et le discours au niveau de l'information transmise (Church and Goldin-Meadow, 1986 ; Alibali and Goldin-Meadow, 1993 ; Goldin-Meadow, 2003). Une *concordance* apparaît lorsque l'information véhiculée par les gestes se retrouve dans les mots qui les accompagnent. Dans les autres cas se produit une *discordance.* Les expérimentations menées portent sur des tâches de conservation piagétienne où des enfants doivent exprimer leur jugement sur l'invariance des quantités, ou encore sur des tâches où ils doivent expliquer comment ils complètent des égalités, comme par exemple $4 + 5 + 3 = \ldots + 3$. Très souvent est observée la production de gestes spontanés, en concordance ou non avec le discours, lorsque les enfants donnent leurs explications.
Les études montrent que la discordance geste-discours de l'enfant est un indicateur de sa réceptivité accrue à l'apprentissage d'un concept. En effet, après entraînement, les enfants discordants progressent plus que ceux qui donnent des réponses erronées par les gestes et le discours dans un pré test. Certaines discordances reflètent l'activation simultanée de deux idées, par exemple lorsque l'explication verbale incorrecte de l'enfant entre en contradiction avec une production gestuelle porteuse d'une information correcte. Elles peuvent servir de signe aux interlocuteurs de l'enfant de son état transitoire. Ceux-ci peuvent alors ajuster leurs interventions en conséquence pour le faire évoluer dans sa compréhension. D'autres discordances se produisent lorsque les informations transmises par les gestes et le discours sont complémentaires. L'enfant peut, en effet, être incapable d'exprimer verbalement sa compréhension d'un problème au moment même où il est capable de l'exprimer par gestes, ce qui requiert moins d'efforts. Kita (2000) parle dans ce cas de gestes *non redondants.* Cette production de gestes est une étape vers la maîtrise de la tâche, elle est signe d'une propension

à progresser. L'analyse synchronique du faisceau sémiotique gestes-discours permet donc d'avoir des informations sur l'avancée de l'élève dans son développement cognitif.

2. Information Packaging Hypothesis

Des psycholinguistes se sont penchés sur les relations entre gestes, langage et traitement conceptuel et ont émis l'hypothèse d'une information « empaquetée ». Ainsi, dans le cadre de *l'Information Packaging Hypothesis*, Alibali, Kita et Young (2000) développent l'idée de McNeill (1992) que les gestes jouent un rôle dans la cognition et pas seulement dans la communication, comme facilitateurs de l'expression verbale (comme par exemple les gestes réalisés pour chercher un mot adéquat). Ils ont vérifié cette hypothèse en montrant que, sans faciliter spécialement l'accès au lexique, les gestes aidaient à la planification conceptuelle des messages en permettant d'organiser l'information spatiale et visuelle en unités appropriées à la verbalisation. Deux modes de pensée permettant d'organiser les informations sont considérés : d'une part la *pensée analytique,* employée quand les gens doivent organiser l'information pour la production d'un discours, celui-ci étant linéaire et segmenté ; d'autre part la *pensée spatio-motrice*, instantanée, globale et synthétique. Celle-ci émerge quand les gens interagissent avec l'environnement physique (interaction avec un objet, imitation d'une action) ou quand ils se réfèrent à des objets ou lieux virtuels. Il en résulte des gestes représentationnels. Le discours, représentant la pensée analytique, et les gestes, représentant la pensée spatio-motrice, sont coordonnés et tendent à converger.

3. Moyens sémiotiques d'objectivation

Dans sa conception non mentaliste de la pensée, Radford (2009) ne considère pas les gestes comme en étant le reflet. Pour lui, la pensée est *sensible,* elle ne se réduit donc pas à des idées mentales immatérielles et impalpables se déroulant dans la tête du sujet, mais elle existe dans et à travers le langage, le corps et les outils. Ainsi, la pensée est constituée de discours et d'actions réelles avec des objets et des signes. Les gestes, cas particuliers d'actions corporelles, ne sont alors pas des sortes de fenêtres illuminant ce qui se passe dans la tête, mais ce sont de véritables constituants de la pensée.
« Objectiver » signifie littéralement « rendre quelque chose apparent ». Le processus d'objectivation permet de rendre perceptible des objets conceptuels, comme par exemple un objet ou une propriété géométrique. Le perçu des objets abstraits n'est pas directement accessible à la perception, il ne résulte pas d'une contemplation passive, mais peut émerger progressivement via un processus social médiatisé par des *moyens sémiotiques d'objectivation* tels des termes linguistiques, des gestes, des actions avec les artefacts, des graphiques, des symboles (Radford, 2004). Ces moyens permettent aux élèves, à travers leur activité sociale, d'élaborer des signifiés et de prendre conscience graduellement de la généralité de l'objet conceptuel en lui donnant un sens. Ils permettent donc la formation des concepts mathématiques complexes et abstraits.

> L'objectivation, c'est ce perçu qui se dévoile dans le geste qui compte ou qui désigne, perçu qui se découvre dans le mouvement kinesthésique que médiatise l'artefact au cours de l'activité pratique sensorielle, quelque chose susceptible de se convertir en une action reproductible, dont le sens vise à ce schème eidétique culturel qui est l'objet conceptuel lui-même.
>
> (Radford, 2006, p. 116)[35]

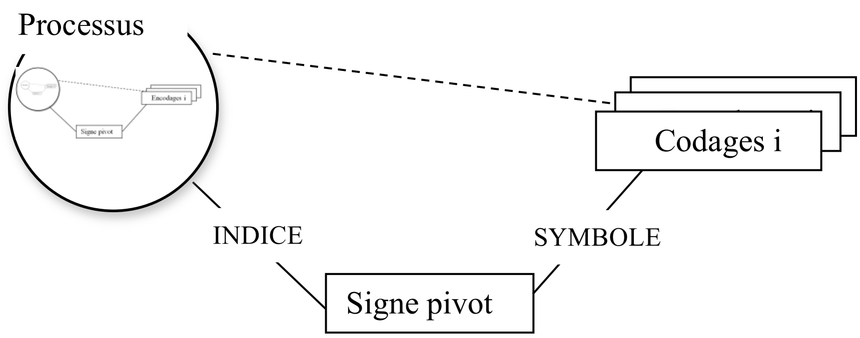
[35] Traduit de l'espagnol par Miquela Catlla puis relu par l'auteur.

Pour Radford (2006), apprendre revient à acquérir un savoir culturel historiquement constitué et l'apprentissage se produit à travers les interactions sociales. Les élèves coopèrent dans des périodes de travail en petits groupes où ils discutent des meilleures méthodes pour résoudre les problèmes donnés.

Le *nœud sémiotique* est un moment de l'activité des élèves où des actions, des gestes et des mots sont activés simultanément et produisent l'émergence de la signification du contenu mathématique. L'objectivation progresse pour les élèves, avec une configuration des moyens sémiotiques d'objectivation qui évolue. Le centre de gravité du nœud sémiotique se déplace : d'abord les actions deviennent plus courtes et les gestes et le langage deviennent plus pertinents, ensuite moins d'actions et de gestes sont nécessaires tandis que le langage devient important. Une discussion générale en classe, dirigée par l'enseignant, enrichit alors le nœud sémiotique de nouveaux signes et conduit à une compréhension plus profonde des significations mathématiques (Radford et *alii,* 2003 ; Radford, 2009).

C. Analyse diachronique des faisceaux sémiotiques

L'analyse diachronique, appelée aussi Processus d'Objectivation en Série (Arzarello et *alii,* 2005), est l'étude des signes activés dans des moments successifs sur des périodes de temps variables. Un (ou plusieurs) processus, en parallèle ou en série, est (sont) à la base de la genèse d'un nouveau signe (dessin, mot, geste, signe mathématique). Ce signe peut être un *signe pivot* avec une double nature : au sens de Pierce (1931/1958), il deviendra un *symbole,* entretenant un rapport conventionnel avec l'objet conceptuel, en vertu de règles, mais il reste encore un *indice*, étant une dénotation partielle, indirecte de l'objet, perceptible par les sens et n'en donnant qu'une indication.

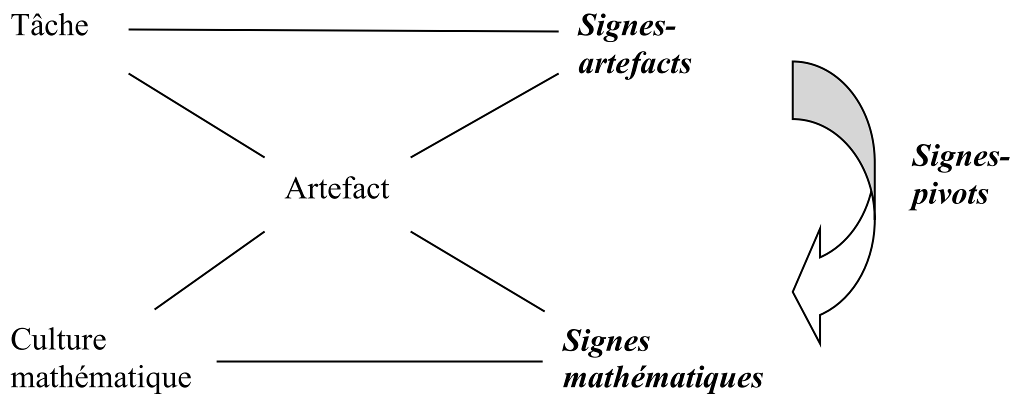


Dans la théorie de la médiation sémiotique où les signes sont étudiés dans des situations d'enseignement-apprentissage exploitant les potentialités d'un artefact, les signes pivots ont des fonctions analogues. Bartolini Bussi et Mariotti (2008) soulignent d'ailleurs la compatibilité et la complémentarité de leurs analyses avec celles d'Arzarello (2006). Leur approche exploite le système de relations entre artefact, tâche et connaissances mathématiques. L'artefact est lié à une tâche précise visant à fournir une solution adaptée, de même qu'à une connaissance mathématique précise. Ainsi, l'élève qui utilise l'artefact pour atteindre un certain objectif, fait émerger de l'activité des signifiés qui évolueront vers des signifiés mathématiques sous le guidage de l'enseignant. La relation existant entre l'artefact et les significations personnelles émergeant de son utilisation, et celle entre l'artefact et les significations mathématiques évoquées par son usage, constituent le *potentiel sémiotique de l'artefact* : l'enseignant, en exploitant ces potentialités, utilise l'artefact comme un *instrument de médiation sémiotique.*

L'artefact est le point de départ du processus. Il est source d'une riche production de signes tels des gestes, des mots, des dessins, des schèmes. Dans la théorie de la médiation sémiotique, l'enseignant organise une *polyphonie de voix* destinée à nourrir la construction individuelle de significations mathématiques, durant les discussions dans la classe (Bartolini Bussi, 2013). Le système de tâches proposé avec l'artefact doit conduire à la production de ces différentes voix. Ainsi, des activités langagières permettent au départ de donner une description de l'artefact. Il est demandé aux élèves de décrire ce qu'ils voient, sans avoir encore touché l'artefact ou réalisé des actions avec celui-ci. Le nom de l'artefact est introduit lors de cette phase au cours de laquelle émerge la *voix du narrateur*. Un questionnement vise ensuite à identifier les différentes parties de l'artefact, à les nommer de façon correcte et à décrire leurs relations spatiales. Émerge ainsi la *voix du constructeur*. Ensuite, l'artefact est utilisé, il devient de cette façon un instrument. La *voix de l'utilisateur* décrit les schèmes d'utilisation et la *voix du théoricien* les justifie.

Les signes produits dans le processus peuvent être répartis en trois catégories :

- Les *signes artefacts* se réfèrent au contexte de l'utilisation de l'artefact, à une de ses parties ou à l'action accomplie avec lui, en lien avec la *généralisation contextuelle* de Radford (2004) (généralisation renvoyant fortement aux actions du sujet dans le temps et dans l'espace, dans un contexte précis). Leurs significations émanent de l'expérience personnelle du sujet.
- Les *signes mathématiques* se réfèrent au contexte des mathématiques. Ils font partie de la culture mathématique.
- Les *signes pivots* permettent de faire référence à la fois au contexte de l'artefact et au contexte mathématique. Ces signes sont polysémiques et marquent un processus de généralisation. Ce peut être par exemple des termes du langage naturel qui ont une correspondance dans la terminologie mathématique.



III. Développement d'outils d'analyse du faisceau sémiotique gestes - discours

Dans le chapitre 3, nous avons proposé d'abandonner l'apprentissage et la pratique des aspects purement manipulatoires de la réalisation d'un tracé géométrique, tout en conservant la possibilité à l'élève dyspraxique d'élaborer des schèmes d'utilisation des instruments. Rappelons que ces schèmes n'émergeraient pas d'une manipulation effective, mais d'une observation de cette manipulation effectuée par quelqu'un qu'il guiderait par des instructions. Cette personne prendrait à sa charge tout le savoir-faire non mathématique de la manipulation. Dans ces modalités de travail à deux autour d'une construction instrumentée, nous proposons de nous appuyer sur le langage oral, point fort de l'élève dyspraxique, et sur une production de gestes, susceptible de soutenir son discours, mais aussi de compenser l'absence de réalisation effective de l'action instrumentée. Nous nous appuyons sur cette définition du langage :

> **Langage**
> Le *langage* est la capacité, spécifique à l'espèce humaine, de communiquer au moyen d'un système de signes vocaux (ou langue) mettant en jeu une technique corporelle complexe et supposant l'existence d'une fonction symbolique et de centres corticaux génétiquement spécialisés. Ce système de signes vocaux utilisé par un groupe social (ou communauté linguistique) déterminé constitue une langue particulière. […] Le nom de *langage* a été étendu à tout système de signes socialement codifiés qui ne fait pas appel à la parole.
> (Dictionnaire de linguistique, Larousse-BORDAS 2002, pp 264-265)

Dans notre étude, nous considérons le langage comme la capacité humaine de communiquer, en faisant usage de la langue dans le cas du *langage verbal*, et usage de gestes dans le cas du *langage gestuel*. Nous exposons à présent un cadre d'analyse pour chacun de ces langages employés lors de la construction instrumentée.

A. Cadre d'analyse du langage verbal

Dans le cadre de la communication orale destinée à conduire à l'exécution d'actions instrumentées, les instructions formulées par le sujet peuvent répondre à l'une ou l'autre des visées de l'action instrumentée présentées dans le chapitre 2 : organisationnelle, manipulatoire, technico-figurale et sémiotique. Ces instructions peuvent être exprimées dans différents registres de langue, la *langue* étant un ensemble de signes verbaux choisis dans un lexique donné de noms, verbes et adjectifs et agencés selon des règles grammaticales avec des prépositions, des démonstratifs, des désinences de conjugaison, etc. Nous illustrons ici avec quelques exemples les registres de langue utilisés en fonction de la visée de l'action instrumentée. Nous en développerons de façon plus exhaustive un répertoire, dans la troisième partie de la thèse.

1. Registres de langue de la visée sémiotique

Les instructions verbales à visée sémiotique sont entièrement détachées du choix des instruments utilisés pour réaliser la construction et sont indépendantes de l'environnement de travail (papier-crayon ou numérique). Elles portent sur le but final, sur les conséquences que doit avoir chaque action instrumentée, c'est-à-dire sur chaque objet graphique, représentant d'objet géométrique, à produire. L'objet géométrique peut être nommé et défini par ses éléments caractéristiques dans la langue géométrique, l'objet graphique peut être décrit par des informations graphiques sémiotiquement pertinentes, exprimées dans la langue courante. Les instructions à visée sémiotique peuvent porter explicitement sur l'un des deux objets, graphique ou géométrique, et implicitement sur l'autre ; elles peuvent aussi porter sur les deux objets. Par exemple, l'instruction « Tracer un trait droit représentant une droite » répond à une visée sémiotique de l'action instrumentée, mais est aussi l'expression de connaissances sémiotiques. Dans le langage géométrique, l'instruction devient « Tracer une droite » : reste implicite le fait que ce que l'on trace concrètement est le trait droit qui représente une droite. Dans le langage courant, l'instruction devient « Tracer un trait droit » : reste implicite le fait que ce trait représente une droite.

Langue géométrique

Les instructions verbales à visée sémiotique peuvent être formulées avec l'usage de la langue géométrique, elles portent sur les objets géométriques à construire pour obtenir une figure géométrique. Ces instructions constituent un programme de construction, exprimé en langage géométrique. Ce langage, relatif aux objets, relations ou propriétés géométriques, utilise la langue mathématique (Laborde, 1982) constituée d'éléments d'écriture symbolique, de termes lexicaux ayant un sens spécifique en mathématiques ou de tournures syntaxiques privilégiées. Le langage géométrique permet de formuler des connaissances géométriques. Les instructions données peuvent être des énoncés de relations ou de propriétés géométriques, de définitions d'objets géométriques, ou encore des énoncés de définitions compactées ou séquencées de tels objets, lorsqu'ils sont complexes. Une définition compactée correspond à l'énoncé du nom de l'objet géométrique accompagné des éléments qui permettent de le déterminer. Une définition séquencée est un *programme de construction* de cet objet. Les traces graphiques des différents objets géométriques à construire pour aboutir à l'objet géométrique souhaité constituent des traits de construction, et le choix de ces objets à construire est contraint par les objets techniques disponibles. Par exemple, le point introduit de façon compactée par la formulation « symétrique d'un point M par rapport à une droite (d) » peut être défini séquentiellement de façon différente si l'équerre et le compas sont disponibles ou si seul le compas l'est. En effet, dans le cas où le point M n'appartient pas à (d), ce point peut être défini comme « le point d'intersection, distinct du point M, de deux cercles passant par le point M, centrés sur la droite (d) » ou comme « le point d'intersection, distinct du point M, de la perpendiculaire à la droite (d) passant par M, et du cercle de centre P_M, projeté orthogonal de M sur la droite (d), passant par le point M ».

Les termes qui constituent la langue géométrique permettent de nommer de façon univoque les concepts géométriques (objets géométriques, relations et propriétés). Certains termes sont monosémiques et n'ont donc un usage qu'en géométrie, comme *perpendiculaire* ou *sécante,* alors que d'autres sont polysémiques. Ces derniers peuvent avoir des sens différents au sein de la langue géométrique : par exemple *diamètre* peut désigner un segment ou une longueur. Ils peuvent aussi avoir des sens différents selon le registre de langue : dans la langue courante, *sommet* désigne par exemple la partie la plus élevée d'une montagne, mais en géométrie plane, ce terme désigne le point commun à deux côtés consécutifs d'un polygone. Ces mots portent à confusion si le champ de référence n'est pas identifié.
Les termes de la langue géométrique ont des origines diverses. Leur étymologie, souvent latine ou grecque, peut exprimer des propriétés géométriques : *rectangle* dérive du mot latin médiéval *rectangulus,* formé sur *rectus* [droit] *et angulus* [angle] ; *polygone* vient du grec *poly* [nombreux] et *gonia* [angle]. Parfois ce sont des propriétés spatiales qui apparaissent dans les mots comme pour *hypoténuse* : les Grecs représentaient habituellement l'angle droit d'un triangle rectangle en haut du schéma, et dans cette représentation l'hypoténuse tend (*du grec teinein)* les côtés de l'angle droit par en dessous (*du grec hypo)*. Certains termes sont issus de la langue courante et ont pris un sens spécifique en mathématiques. C'est le cas par exemple du mot *rayon* : dans le dictionnaire historique et étymologique du vocabulaire mathématique (Hauchecorne, 2003), il est dit que Mersenne, dès 1634, désigne par rayon d'un cercle le segment qui joint le centre à un point de la circonférence par analogie au rayon d'une roue.
La langue mathématique n'est pas figée, elle évolue continuellement ainsi que le souligne l'argumentation de M. Lefrançois, professeur de mathématiques favorable à la demande faite à l'Association des Professeurs de Mathématiques d'unifier l'usage de certaines définitions dans l'enseignement, lors de l'Assemblée générale du 28 mars 1913 :

> Les grammairiens nous diront qu'une langue est un être vivant et que par suite elle se transforme continuellement. En mathématiques, comme dans toutes les branches de l'esprit humain, le vocabulaire se transforme peu à peu et on ne peut songer à l'immobiliser. Mais il est nécessaire de passer de temps en temps la revue du dictionnaire et de discuter les modifications plus ou moins légitimes introduites par l'usage, pour condamner les innovations dangereuses ou simplement inutiles et pour reconnaître droit de cité à celles qui sont jugées opportunes.
>
> (APMEP, 1913,10, p.44)

Les professeurs de mathématiques ont ainsi contribué à l'introduction de nouveaux termes de la langue mathématique, utilisés dans l'enseignement. L'Assemblée générale de l'association des professeurs de mathématiques a, par exemple, approuvé l'usage du terme *médiatrice* en 1923, à la place de la périphrase « droite passant par le milieu d'un segment et perpendiculaire à ce segment ». Le terme *médiatrice* est un mot valise, qui a été formé par l'accolement du début du mot *médiane* et de la fin du mot *bissectrice*.
Par ailleurs, de nombreux mots ont vu leur emploi évoluer au cours du temps : par exemple l'adjectif *rectangle,* qui au départ permettait de désigner une figure possédant un angle droit, n'est actuellement utilisé que pour le triangle rectangle. Le nom *rectangle* est venu remplacer la dénomination du *parallélogramme rectangle*. Des extensions de sens ont été réalisées pour certains termes : *médiatrice* définie à l'origine dans un triangle, l'est maintenant pour un segment.

La langue géométrique contient aussi des tournures syntaxiques particulières, fondées sur un nombre limité de verbes (*être, avoir, former, passer, etc.*), et des tournures comme *soit, étant donné, considérons* pour introduire les objets ; elle possède des expressions caractéristiques, des formulations conventionnelles, par exemple : « la droite (d) est la perpendiculaire à la droite (d') passant par le point A », « (d) et (d') sont perpendiculaires ».
Enfin, des éléments de l'écriture symbolique font partie de la langue géométrique comme des désignations d'objets géométriques : *point A, segment [AB], droite (d).*

Langue courante

Les instructions verbales à visée sémiotique peuvent aussi être formulées avec l'usage de la langue courante, par la description des caractéristiques des objets graphiques permettant de représenter les objets géométriques.
Il existe en effet des termes de la langue courante, issus du lexique des traces graphiques, qui nomment les objets graphiques représentant les objets géométriques. Par exemple, le terme « trait » est utilisé pour parler de la représentation d'une droite ou d'un segment, ce trait étant implicitement droit. Si l'on veut représenter une droite ou un segment quelconque, aucune information n'a à être donnée sur la longueur du trait ou sur son orientation sur le support. Des termes de la langue courante peuvent être génériques et avoir de nombreux emplois selon qu'ils sont accompagnés d'adjectifs qualificatifs ou de compléments du nom. Par exemple, dans le langage courant, on dira qu'il est nécessaire de tracer un « petit trait » à chaque bout du trait représentant un segment, pour en représenter les extrémités et ainsi différencier la représentation du segment de celle de la droite. Par ailleurs, le terme *trait* dans l'expression « trait de compas » est utilisé pour parler d'un petit arc de cercle lorsqu'il s'agit d'un trait de construction. Des signes analogues placés sur des segments codent la propriété d'égalité de longueurs de ces segments. Ces signes, placés sur les traits représentant les segments, peuvent être divers, par exemple un « petit trait » ou plusieurs, mais également un rond, une croix, une vague.

Certains termes ou périphrases de cette langue courante trouvent du reste leur origine dans l'étymologie du lexique géométrique lui-même : ils permettent de nommer des objets graphiques et aussi d'en formuler des positions relatives. Par exemple, l'expression « morceau de droite » correspond à la traduction littérale du terme latin *segmentum* [morceau coupé] d'où vient le mot *segment ;* l'expression courante « traits l'un à côté de l'autre » pour désigner des droites *parallèles,* n'est que la traduction littérale des mots grecs *para* [à côté] et *allêlous* [l'un l'autre] ; l'emploi de l'expression « qui se touchent » pour exprimer la notion de *tangence* correspond au sens littéral du terme latin *tangens*, participe présent de *tangere* [toucher]. Ainsi, des liens étroits peuvent exister entre langue courante et langue géométrique.

Usage dans l'enseignement

Or, dans une situation d'enseignement, dès la sixième, seule la langue géométrique est admise pour formuler un programme de construction. À l'exception de la formulation du nom des instruments disponibles, et seulement si l'on souhaite induire ou empêcher certaines manières de construire, seul le langage géométrique doit être employé. Ainsi, il est attendu que restent implicites les formulations sur les objets graphiques qui doivent être tracés. L'emploi du langage géométrique relève d'un apprentissage. Et même si parfois des termes de la langue courante évoquent bien les objets, relations ou propriétés considérés, ils ont un sens moins précis que celui des termes spécifiques. En début d'apprentissage, les élèves utilisent souvent spontanément des termes de la langue courante qui se réfèrent aux objets graphiques et à leurs relations spatiales, à la place des termes géométriques, pour exprimer ce qu'ils perçoivent des concepts géométriques, parce qu'ils ne considèrent les objets que comme des objets matériels : ils assimilent les objets graphiques aux objets géométriques. L'insertion de termes de la langue courante dans le langage géométrique peut aussi être générée par la polysémie de certains termes appartenant aux deux registres de langue. Ces termes peuvent en effet être source de malentendu pour les élèves qui, utilisant un terme géométrique avec son sens courant, pensent bien être dans un registre de langue géométrique alors qu'ils ne le sont pas. Par exemple, *milieu* pourrait être utilisé à la place de *centre* pour un cercle*,* comme lorsqu'on parle du « milieu d'une table » alors que le terme *milieu* en géométrie désigne le point d'un segment équidistant de ses extrémités. Des erreurs d'interprétation peuvent aussi découler de cette polysémie. Par exemple, une *diagonale* d'un polygone peut être interprétée dans son sens courant d'orientation oblique et non dans son sens géométrique de segment dont les extrémités sont deux sommets non consécutifs d'un polygone, ou encore, seul le point « le plus haut » est considéré comme *sommet* dans un triangle, en référence au sommet d'une montagne. Enfin, l'emploi inopportun du langage courant peut toucher l'expression de propriétés physiques (couleur, style de trait, etc.) ou spatiales (orientation par rapport au support : *vertical, en bas, etc.*) des objets graphiques, ou encore celle de ressemblances figuratives. Le non emploi de lettres pour désigner les objets géométriques, comme par exemple des points non nommés, favorise cette sortie du domaine de la géométrie.

Une analyse des registres de langue composant le discours des élèves permettra donc de définir la langue qu'ils utilisent pour parler des objets, mais elle ne sera pas suffisante pour déterminer le sens qu'ils attribuent aux termes formulés. En effet, le lexique employé peut être significatif des objets considérés par le sujet, mais pas nécessairement. Il arrive par exemple que, dans leurs échanges oraux autour d'une figure géométrique support d'un problème à résoudre, des « experts » en mathématiques utilisent de façon métonymique des termes nommant des objets graphiques pour parler des objets géométriques qu'ils représentent. À l'inverse, des élèves peuvent utiliser un terme géométrique en lui attribuant le sens de l'objet graphique qui le représente, notamment parce qu'ils ne perçoivent pas les implicites des formulations attendues dans les programmes de construction. Par exemple, l'instruction « Tracer une droite », menant au tracé d'un trait droit représentant cette droite, conduit assez naturellement à l'assimilation du trait tracé et de la droite. Les termes géométriques employés ainsi, avec un sens attribué aux objets graphiques, peuvent malgré tout constituer des termes pivots pour les élèves, qui, à plus ou moins long terme, finiront par leur attribuer le sens géométrique qui convient.

2. Confrontation aux observations

Dans une première série d'observations de constructions avec un logiciel de géométrie dynamique, réalisées par des dyades dyspraxique - non dyspraxique dans les deux classes de sixième ordinaires incluant des élèves dyspraxiques de l'ULIS, par des dyades d'élèves dyspraxiques de sixième de l'ÉREA et par une dyade d'élèves non dyspraxiques de CM2 hors classe, nous avons proposé un travail en binôme susceptible de favoriser les échanges entre élèves sur le but à atteindre dans l'activité proposée, ainsi que sur la procédure à adopter pour résoudre le problème posé. Celui-ci consistait, deux points A et B étant donnés, à placer le plus possible de points à la même distance du point A que le point B, en utilisant d'abord le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra, puis en utilisant des instruments de géométrie dans l'environnement papier-crayon. La consigne avait été formulée oralement, avec le fichier sur lequel se trouvaient les points A et B comme support, de la façon suivante :

> On veut placer des points qui sont tous à la même distance du point A, en bleu
> // *pointage du point A avec l'index*
> On a déjà placé le premier point, B, en rouge // *parcours de A à B avec l'index*
> Continuez. Vous devez en placer le plus possible.

Nous présentons ici un extrait de nos analyses concernant les binômes dont la production obtenue répondait bien au problème posé, et pour lesquels nous en inférons une bonne compréhension. Il leur avait tout d'abord été demandé de reformuler la consigne en répondant par écrit à la question « Que faut-il faire ? » avant d'entrer dans une phase d'action.

De nombreuses difficultés sont apparues pour les élèves, qu'ils soient dyspraxiques ou non, dans cette activité de reformulation de la tâche, difficultés dont certains avaient conscience. (« Je sais ce qu'on doit [faire], mais je ne sais pas comment formuler […] Non, c'est moche. » / « J'ai l'impression que le début est bien mais c'est le reste qui est moins bien. » / « Y'a un truc qu'est faux là-dedans.»)
Dans leurs propositions, certains binômes omettent des informations : la distance AB à considérer est implicite (« Il faut que tous les points ont la même distance du point A ») ou alors le rôle du point A l'est (« Faut placer des points à la même distance que B »). L'expression de la langue n'est pas non plus maîtrisée. La tournure spécifique « un point est à une distance d'un autre » devient « un point fait une distance avec un autre » ou « un point a une distance d'un autre ». La structure de comparaison « même…que » est mal employée : comparant et comparé ne sont pas de même nature (« les points sont à la même distance que AB ») ou alors le comparant n'est pas donné (« les points ont la même distance »). L'emploi de la conjonction « que » n'est pas acquis : « que » est considérée comme synonyme de la préposition « de » dans « Les points sont à la même distance que A », ou alors est remplacée par « comme » dans « Il faut que les points soient à la même distance de A comme de B. », ce qui transforme alors le type de tâches. Et enfin, au niveau de l'usage du vocabulaire spécifique, « longueur » et « distance » sont considérés par les élèves comme synonymes (« points de la même longueur »). Cette conception erronée est probablement renforcée par le

fait que la longueur d'un segment ou la distance entre deux points est obtenue avec le même outil de GeoGebra, désigné par « Distance ou longueur ».

D'autres types de formulation apparaissent dans les échanges oraux privés que nous avons filmés au sein de binômes, lorsqu'un élève est amené à expliquer à l'autre ce qui est attendu par l'enseignant. Certains s'appuient sur des gestes pour montrer les objets géométriques qu'ils considèrent (les points) ou pour exprimer des relations entre ces objets (distance entre ces points) :

> En fait, le prof, il veut que tous les points // *parcours du doigt aller-retour de A à B*,
> à côté de A // *pointage du point A*,
> doivent être // *pointage du point B*,
> à la même distance // *parcours avec l'index de B à A*.

Les gestes portent ici des informations non données dans le discours : la distance AB à considérer et le rôle du point A. Un autre élève s'appuie sur un exemple, doublé de gestes de pointage : « Si le point A il fait 5, euh 4 virgule 5, par exemple s'il fait avec le B, et ben le point C il doit faire 4,5 avec le A ». La spécificité du point A est implicite dans cette explication, cela a d'ailleurs conduit à un malentendu au sein du binôme, l'autre élève déduisant que les points à placer devaient être à la même distance les uns des autres.

L'étude du recueil des reformulations du but à atteindre dans cette activité met en évidence un décalage entre ce que les élèves comprennent et ce qu'ils parviennent à formuler lorsqu'ils doivent utiliser un langage géométrique. Nous interprétons leur compréhension à travers leurs actions, leurs productions graphiques et les gestes qui accompagnent leurs formulations. Des discordances apparaissent. Le langage géométrique suppose un niveau d'abstraction important, il n'est directement accessible à aucun élève en phase d'apprentissage. Les élèves sont d'abord capables d'agir avant d'être capables de formuler ce qui motive leurs actions : l'élève standard atteindra généralement le but qu'il se fixe dans l'action, tandis que l'élève dyspraxique échouera le plus souvent. Pour tout élève, une dialectique existe entre le dire et l'agir : d'un côté, l'action est un appui à la formulation, effectuée dans un langage spontané qui est souvent le langage courant pour l'élève lorsqu'il concentre ses efforts sur l'action ; d'un autre côté, la formulation permet de mieux orienter l'action, elle aide l'élève à progresser dans la conceptualisation.

Les formulations spontanées des élèves sont souvent l'expression des manipulations instrumentées qu'ils mettent en œuvre, comme par exemple : « Pique la pointe de ton compas sur A et mets la mine sur B », « Tu prends ton compas avec un écartement de 4 cm sur ta règle ». En classe, les enseignants les font évoluer en introduisant les termes conventionnels et expressions spécifiques qui seront réinvestis par les élèves après un temps nécessaire de familiarisation. Nous trouvons aussi des formulations de ce type dans l'aide verbale apportée en classe à l'élève dyspraxique par l'Auxiliaire de Vie Scolaire ou par l'enseignant : « Tu fais glisser [l'équerre contre la règle] jusqu'à ce que ça passe par le point M », « Il faut placer l'angle droit de l'équerre sur la droite ». Ce langage descriptif de l'action instrumentée est employé temporairement en classe par l'enseignant lors de la phase d'apprentissage de la manipulation des instruments, il le considère comme non valide sinon, et surtout dans les écrits que l'élève peut être amené à faire pour résoudre un problème de géométrie.

L'institutionnalisation de ce langage descriptif de l'action instrumentée ne pourrait-elle pas avoir un intérêt pour l'élève dyspraxique qui utiliserait ce langage en substitution à la construction instrumentée effective dans une phase d'action, sachant qu'il n'a pas encore la maîtrise du langage géométrique adéquat ? Ne pourrait-elle pas non plus avoir un intérêt pour des élèves standards pour qui le saut cognitif entre action et formulation en langage géométrique est trop important ?

3. Registres de langue de la visée technico-figurale

Dans une visée technico-figurale de l'action instrumentée, les instructions décrivent, de manière séquencée, les actions à effectuer avec les objets techniques pour obtenir les tracés représentant les objets géométriques envisagés. Elles informent des relations entre les objets graphiques et les objets techniques, dans l'environnement papier-crayon ou dans un environnement numérique. Seules les instructions relatives à la manière théorique de réaliser l'objet graphique avec les objets techniques, porteuses d'un contenu géométrique sont considérées. Elles constituent un *programme de tracé* avec, pour chaque action instrumentée :

(a) la mention de l'objet technique choisi,
(b) l'expression des liens entre certaines de ses parties et des traces graphiques présentes, le cas échéant, et celle à obtenir par le tracé, ces liens permettant le positionnement de l'objet technique,
(c) la description de la trace graphique à obtenir, dans son apparition dynamique.

Trois registres de langue peuvent être employés dans un langage à visée technico-figurale :

- la *langue technique* constituée de termes dénommant les objets techniques et leurs constituants, ainsi que de termes exprimant des relations entre objets techniques et objets graphiques, représentants d'objets géométriques,
- *la langue courante*, qui se réfère aux objets graphiques (cf. III. A. 1) et aux artefacts,
- *la langue géométrique*, qui se réfère aux objets géométriques, que les objets graphiques représentent (cf. III. A. 1)

Nous explicitons ci-après le lexique de la langue technique et celui de la langue courante qui lui est associé.

Le lexique spécifique de la langue technique relatif à la visée technico-figurale est constitué de deux classes de termes.
La première classe contient les termes qui dénomment les objets techniques, comme *équerre* ou *compas.* Ces termes sont, par leur étymologie et l'usage prévu de l'instrument qu'ils dénomment, liés à un concept géométrique. Par exemple l'équerre est associée au concept d'angle droit. Ce concept apparaît en effet dans l'origine latine du terme, *exquadrare* [rendre carré], et l'équerre est un instrument qui permet de tracer ou de vérifier un angle droit. Parfois, ces termes sont employés de façon métonymique lorsqu'est nommé l'instrument au lieu de sa partie considérée : par exemple l'*équerre* à la place d'un « côté de l'angle droit de l'équerre ».
Les termes dénommant les constituants des objets techniques impliqués dans la composante technico-figurale de l'action instrumentée font aussi partie de cette première classe, comme « la pointe du compas » ou « un côté de l'angle droit de l'équerre ». Dans ce dernier exemple, un groupe nominal issu de la langue géométrique est utilisé pour nommer une partie de l'instrument : l'objet géométrique est ainsi mis en lien avec l'objet matériel qui permet de le représenter. La langue technique contient ces termes géométriques associés de cette façon à un instrument, leurs équivalents non géométriques font partie de la langue courante, comme « bord d'un coin de l'équerre ». Parmi ces termes, certains sont polysémiques et peuvent être indifféremment interprétés dans leur sens géométrique ou dans leur sens courant, il s'agit de termes pivots. C'est le cas du mot *côté* : *côté* synonyme de *bord* pour l'objet matériel équerre ou *côté* entendu dans son sens géométrique comme « *côté* de l'angle droit » ou « *côté* du

triangle que représente l'équerre ». Les termes nommant les parties d'instruments à mettre en lien avec les objets graphiques ou géométriques, issus de la langue naturelle, mais sans équivalent dans la langue géométrique, font aussi partie de la langue technique comme par exemple *la pointe* du compas.

La seconde classe contient des termes exprimant des relations entre objets techniques et objets graphiques. Ces relations sont exprimées par des verbes d'action ou par les noms qui en sont issus. Ce peut être une action relative à une fonction de l'objet technique théorique dans l'action sur l'objet graphique représentant l'objet géométrique, comme par exemple « *prolonger* le trait qui représente une droite avec une règle ». Ce peut être aussi une action interne à l'action instrumentée, associée à une fonction de l'objet technique théorique, à réaliser sur l'objet technique en lien avec les objets graphiques ou géométriques, comme par exemple « *écarter* les branches du compas de la longueur du rayon ».

Deux registres de langue permettent d'exprimer ces actions. Les termes de la langue technique sont ceux en usage dans le discours des enseignants ou dans les manuels quand il s'agit d'expliquer des manipulations d'instruments, des termes ou périphrases synonymes font, eux, partie de la langue courante. Par exemple le verbe *prolonger* appartient à la langue technique alors que les verbes *continuer* et *rallonger* relèvent de la langue courante ; *superposer* ou « faire coïncider » sont de la langue technique contrairement à « mettre l'un sur l'autre » ou « faire atterrir l'un sur l'autre ».

Pour ce qui est des transformations géométriques, les verbes expriment le mouvement que l'on peut faire avec un calque pour passer d'un dessin à l'autre : les termes de la langue technique sont *glisser* pour la translation, *tourner* pour la rotation et *retourner* pour la symétrie axiale. Dans la langue courante, les termes *tourner* et *retourner* sont synonymes : mouvoir par un mouvement circulaire autour d'un axe de rotation. Dans la langue technique, en géométrie plane, il est entendu implicitement que pour *tourner*, l'axe de rotation est perpendiculaire au plan sur lequel se trouve la figure alors que pour *retourner*, l'axe est inclus dans le plan de la figure.

Dans l'environnement numérique, le lexique de la langue technique est constitué des deux classes définies précédemment, avec d'autres termes.

Dans la première classe, des termes ont un sens spécifique en informatique tels *pointeur*, *menu*, *icône* et d'autres termes sont spécifiques aux outils d'un logiciel de géométrie dynamique. Les outils sont représentés à l'écran par des icônes avec un dessin, et associés à des noms écrits. Ces derniers peuvent être des termes de la langue géométrique (*point*, *droite*, etc.) : le nom de l'outil est assimilé au nom de l'objet géométrique qu'il permet de construire. Certains outils sont nommés par une composition de termes géométriques, avec le nom d'un objet géométrique et entre parenthèses ses éléments constitutifs, par exemple l'outil nommé « cercle (centre - point) » permet de construire un cercle défini par son centre et un de ses points. Nous classons les expressions de ce type dans la langue technique propre au logiciel.

Une langue technique spécifique à l'environnement numérique existe aussi pour exprimer les relations entre objets techniques et objets graphiques. Elles peuvent être formulées à l'aide de verbes d'action à réaliser sur l'outil à choisir, en lien avec l'objet graphique à construire, comme par exemple sélectionner l'outil « cercle (centre - point) » dans le menu déroulant. Ce peut être aussi des actions à réaliser sur des objets graphiques, suite à la sélection d'un outil, comme par exemple sélectionner le centre du cercle, puis un point du cercle.

Nous appelons *langage technique* un langage qui répond à la visée technico-figurale de l'action instrumentée. Nous en caractérisons trois :

- le *langage technique géométrique,* relatif à la manipulation des instruments en lien avec des propriétés géométriques, utilise deux registres de langue : la langue technique et la langue géométrique. Dans ce langage, les propriétés géométriques ne sont pas explicitement formulées, mais elles apparaissent à travers l'expression des connaissances techniques du sujet, en lien avec ses connaissances sémiotiques et géométriques.

- le *langage technique courant*, relatif à la manipulation des instruments en lien avec des propriétés graphiques, utilise deux registres de langue : la langue technique et la langue courante.
- le *langage technique mixte* est un mélange des deux langages précédents, avec un usage partiel de la langue technique et de la langue géométrique, complété par la langue courante.

Nous parlerons de langage technique sans le qualifier de géométrique, courant ou mixte, si les objets géométriques ou graphiques ne sont pas exprimés verbalement, c'est-à-dire s'ils sont implicites ou désignés gestuellement.

4. Registres de langue de la visée manipulatoire

Dans une visée manipulatoire de l'action instrumentée, le langage exprime les actions corporelles à effectuer avec les objets techniques pour obtenir de façon pratique les objets graphiques. Les instructions ou conseils aux utilisateurs, relatifs à la manipulation des différents objets techniques et non porteurs d'un contenu géométrique, font partie de ce langage. Deux registres de langue sont conjointement employés pour exprimer la visée manipulatoire :

- la langue courante, avec un lexique relatif aux parties du corps en action lors de la manipulation des instruments : les mains, les doigts, le regard,
- la langue technique avec :
    1. des termes permettant de dénommer les instruments et leurs parties qui seront manipulées, comme le « haut du compas » que l'on tient entre le pouce et l'index ou la « poignée » de la règle que l'on saisit,
    2. des verbes d'action corporelle à réaliser avec les instruments, comme *tourner* dans l'expression « Tourner le haut du compas entre le pouce et l'index », *appuyer* dans « N'appuie pas de trop sur la mine, appuie plus sur la pointe », *tenir* dans « Tiens bien ta règle avec ta main », *regarder* dans « Regarde ce que tu fais, tu vois bien la mine ? »

5. Indicateurs langagiers d'une visée organisationnelle

Dans une visée organisationnelle de l'action instrumentée, le langage exprime les actions périphériques à l'action principale d'une part, et l'organisation temporelle de l'action instrumentée d'autre part.

Les actions périphériques sont exprimées dans :

- la langue courante, avec un lexique relatif aux parties du corps en action lors de la manipulation des artefacts
- la langue technique avec :
    1. des termes permettant de dénommer des parties d'objets techniques (pour le compas : *porte-mine* ou *protège pointe sèche* par exemple) ou des artefacts, utilisés dans des actions périphériques (*taille-crayon* ou *gomme* par exemple),
    2. des verbes d'action (par exemple *tailler*, *serrer* la vis de réglage, *gommer*).

L'organisation temporelle des actions des composantes technico-figurale et manipulatoire liées à l'action principale et celle des actions périphériques sont exprimées par des indicateurs temporels, avec notamment des adverbes tels *d'abord, ensuite, après, maintenant* et des verbes tels *commencer, continuer, finir*.

B. Cadre d'analyse du langage gestuel

> **Gestuel**
> Le *langage gestuel* désigne l'ensemble des énoncés signifiants véhiculés par des gestes. On envisage alors le geste (attitude ou mouvement du corps ou du visage) non seulement comme un acte, mais comme porteur d'une signification.
> (Dictionnaire de linguistique, Larousse-BORDAS 2002, p 221)

Nous présentons quelques résultats de recherche en psychologie sur l'étude des gestes avant d'exposer les différentes catégories de gestes que nous retiendrons dans notre étude.

1. Résultats de recherche en psychologie

Effets des gestes dans les apprentissages

L'ensemble sémiotique des gestes joue un rôle important au sein des faisceaux sémiotiques. Différentes recherches sur leur rôle en lien avec le discours ont été menées en psychologie. Selon McNeill (1992), les gestes, en collaboration avec le langage, aident à constituer la pensée et ils reflètent également la représentation mentale d'images activées au moment du discours. Dans leurs expérimentations où des enfants avaient à résoudre et expliquer une série de problèmes mettant en jeu le concept d'équivalence mathématique, Alibali et Goldin-Meadow (1993) ont trouvé que ceux qui ne faisaient pas de geste du tout réussissaient moins bien aux évaluations que ceux qui en avaient fait. Les gestes semblent donc avoir des effets dans les processus d'apprentissage. Ils en ont aussi parce que l'utilisation des différentes modalités, gestes et discours, pour exprimer des idées requiert moins d'effort que si elles sont véhiculées seulement par le discours : les gestes allègent les efforts cognitifs qui peuvent alors être consacrés à d'autres tâches.
Pour ce qui est des gestes produits par l'enseignant, Valenzeno, Alibali et Klatzy (2003) ont montré que les gestes qui accompagnent le discours d'enseignement favorisent les apprentissages des élèves. Elles ont pour cela comparé les effets sur les acquisitions des élèves de deux situations d'enseignement analogues, l'une avec gestes de la part de l'enseignant, et l'autre sans. Elles ont choisi l'enseignement d'un concept visuo-spatial, la symétrie axiale. L'étude montre que les gestes de l'enseignant jouent un rôle dans la compréhension du langage. Plusieurs hypothèses sont données :

- les gestes de pointage (par exemple le pointage au tableau de la figure considérée) guident et maintiennent l'attention des élèves,
- les gestes de tracé (par exemple le parcours d'un axe de symétrie avec le doigt) permettent de relier le côté abstrait de l'expression verbale au côté concret de l'environnement physique,
- les gestes sont un deuxième canal de communication. Lorsqu'ils sont redondants avec le message verbal, l'élève a deux opportunités de comprendre le message de l'enseignant.

Typologie des gestes communicatifs

D'après McNeill (1992), le terme de « geste » désigne tous les mouvements spontanés des mains et des bras que font les gens quand ils parlent. Les gestes ont les caractéristiques suivantes : ils commencent à partir d'une position de repos (la *phase préparatoire*), s'éloignent de cette position (l'*apogée*), et retournent à la position de repos (*phase rétractive*). La signification portée par le geste est exprimée généralement dans la partie centrale du mouvement. Ces gestes sont effectués habituellement dans un espace limité dans

le plan frontal du corps appelé *espace gestuel* : espace allant de la taille aux yeux et compris entre les épaules.
Il existe plusieurs classifications différentes des gestes communicatifs. Nous présentons celles sur lesquelles nous nous appuierons pour définir les catégories de gestes correspondant au cadre de notre étude.
La classification de Kendon (1988) est organisée en un continuum allant de la *gesticulation* (gestes spontanés, non conventionnels, qui accompagnent la parole) à une langue très codifiée et conventionnelle, la *langue des signes*, en passant par la *pantomime* (images gestuelles ne nécessitant pas l'accompagnement d'un discours) et par les *emblèmes* (gestes symboliques ayant une signification communément acceptée au sein d'une même culture). Le continuum peut se représenter de la façon suivante :

Gesticulation > Pantomime > Emblèmes > Langue des signes

De gauche à droite, la nécessité d'accompagner le geste par la parole est d'abord obligatoire, puis elle diminue jusqu'à disparaître. Les propriétés linguistiques, d'abord absentes dans la gesticulation, augmentent jusqu'à être très présentes dans la langue des signes. Les gestes sont de plus en plus conventionnels et ils évoluent d'une forme globale et synthétique à une forme segmentée et analytique.
S'appuyant sur une analyse des paramètres de la conversation, McNeill (1992) a catégorisé les gestes non conventionnels du continuum de Kendon (gesticulation et pantomime) en définissant une typologie des gestes communicatifs. Il distingue les gestes de structuration du discours, comme les *gestes de battements* rythmant le discours ou les *gestes cohésifs* liant des parties du discours, des gestes propositionnels. Ces derniers se répartissent en trois catégories :

- les *gestes déictiques* permettent de désigner, en général par pointage de l'index, un objet, un événement ou un lieu, présent ou non présent ;
- les *gestes iconiques* ont un caractère imagé, ils portent une relation perceptuelle avec des objets concrets et des événements : une relation de ressemblance existe avec le contenu de la parole ;
- les *gestes métaphoriques* présentent un contenu imagé d'une idée abstraite qui n'a aucune forme physique.

2. Catégories de gestes dans une situation de communication en géométrie

Nous avons vu qu'en situation d'apprentissage, les gestes pouvaient jouer un rôle non seulement dans la communication, mais aussi dans le processus de conceptualisation, en permettant par exemple à l'élève de transmettre une information qu'il n'était pas encore capable d'exprimer de façon purement verbale ou formelle. Parmi les mouvements du corps produits dans le langage gestuel, nous nommons *gestes mathématiques* tout mouvement du corps, spontané ou délibéré, porteur d'une signification en lien avec les mathématiques. Dans notre étude, ils peuvent avoir une visée sémiotique lorsqu'ils évoquent un objet, une propriété ou une relation géométrique ou alors une visée technico-figurale lorsqu'ils mettent en lien objets techniques et objets graphiques. Les gestes mathématiques peuvent être *complémentaires* au langage verbal s'ils se substituent à la formulation du terme géométrique, de la propriété ou de l'action à réaliser avec l'instrument ; ils peuvent être également *redondants* au langage verbal, s'ils doublent l'information transmise oralement. Nous considérons comme non mathématiques les gestes à visée manipulatoire et ceux à visée organisationnelle, sauf s'ils sont évocateurs d'une signification mathématique.
Nous avons défini différentes catégories de gestes, spécifiques aux situations de communication en géométrie, en nous appuyant à la fois sur les classifications des gestes communicatifs de Kendon (1988) et de McNeill (1992) et sur nos observations de productions de gestes réalisés par l'enseignant, l'Auxiliaire de Vie Scolaire ou des élèves,

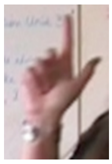
dans différentes situations de communication lors de séances de géométrie, en fin d'école primaire et début de collège.
Nous présentons ci-après les catégories de gestes que nous retenons pour notre analyse, à savoir les gestes de structuration du discours, les gestes déictiques, les gestes mimétiques, les gestes iconiques et les gestes métaphoriques. Nous les mettons en lien avec les différentes visées de l'action instrumentée et les illustrons en nous appuyant sur nos différentes observations et analyses.

Gestes de structuration du discours

Les *gestes de structuration du discours* sont à visée organisationnelle. Cette catégorie comprend les *gestes cohésifs* et les *gestes de battement* définis par McNeill (1992). Nous considérons ces gestes comme non mathématiques, sauf s'ils ont des effets indirects sur les apprentissages mathématiques de l'élève, comme par exemple des gestes de battements qui ponctueraient une énumération de propriétés à prendre en compte, ou une succession d'actions à réaliser pour aboutir à un tracé instrumenté.

P : Donc on doit faire attention : l'angle droit *(Geste 1)* et la distance *(Geste 2)* entre un point et l'axe, et son symétrique et l'axe doit être la même.


Geste 1

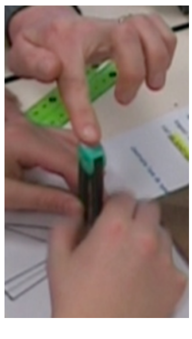

Geste 2

Exemple de gestes de structuration du discours

Gestes déictiques

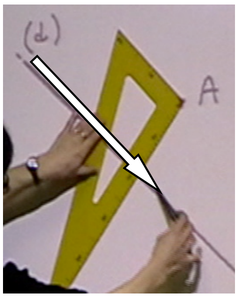
Les *gestes de pointage*, réalisés avec l'index, la main ou avec un artefact instrumentalisé, étant donné qu'ils permettent de désigner une partie du corps, un objet technique ou un de ses composants, un objet graphique en tant qu'objet matériel ou en tant que représentant d'objet géométrique, sont des gestes déictiques. Le pointage peut être réalisé en contact avec ce qui est montré, mais aussi à une certaine distance (par exemple un élève peut parler d'un objet graphique tracé au tableau en le pointant de l'index depuis sa place en classe). Ce qui est pointé peut aussi être absent (pointage abstrait) et seulement imaginé par le sujet. Le langage doit, dans ce cas, nécessairement accompagner ce geste déictique de pointage pour qu'il soit compris par l'interlocuteur. Ce type de geste révèle un premier passage vers l'abstraction.
Les *gestes de parcours* sur des objets présents, comme le déplacement de l'index sur le bord de la règle ou sur la représentation d'une droite, sont aussi des gestes déictiques. Dans la pratique, les gestes de parcours sont souvent répétés avec plusieurs va-et-vient sur la partie parcourue : cela permet d'en allonger la durée et en favorise par conséquent la perception. Pour ce qui est des gestes de pointage, ils sont mieux perçus s'ils sont tenus en position figée sur une certaine durée ou alors s'ils sont rythmés par un tapotement attirant le regard sur ce qui est à voir. Des termes déictiques (« ici », « là », « ça ») accompagnent souvent les gestes déictiques. Dans une visée manipulatoire, un geste déictique de pointage consiste par exemple à montrer le lieu de prise d'un instrument :

L'élève commence à manipuler son compas en le tenant par les branches.
AVS : Tiens-le par le haut, ton compas // *elle pointe de l'index le haut du compas.*

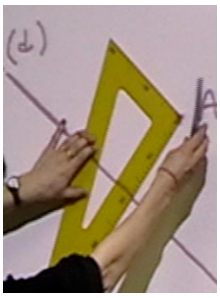


Un geste déictique de pointage sur les doigts à utiliser (pouce et index de la main dominante) pourrait être aussi réalisé, pour mettre en relation le corps et l'instrument.

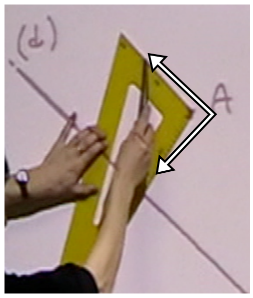
Dans une visée technico-figurale, le geste déictique permet de mettre en relation l'objet technique, ou un ou plusieurs de ses composants, avec les objets graphiques, représentant d'objets géométriques. Dans l'exemple suivant, un élève propose un positionnement d'équerre erroné au tableau pour tracer la *perpendiculaire* à une droite (d) passant par un point A. L'enseignante maintient l'équerre et revient sur le but de l'action instrumentée en accompagnant son discours de gestes déictiques pour montrer les objets graphiques représentant la droite (d) (geste de parcours) et le point A (geste de pointage). Elle précise ensuite la partie de l'équerre à utiliser, l'angle droit, dont elle montre les côtés par un geste de parcours.



Parcours de la droite (d)



Pointage du point A



Parcours des côtés de l'angle droit de l'équerre (deux va-et-vient)

Exemple de gestes déictiques dans une visée technico-figurale

Dans une visée sémiotique, les gestes de pointage ou de parcours d'un objet graphique présent permettent soit la désignation de la trace graphique matérielle, soit la désignation de l'objet géométrique qu'il représente. Le langage accompagnant le geste peut permettre de déterminer l'objet considéré par le sujet, le geste seul ne le permet pas.

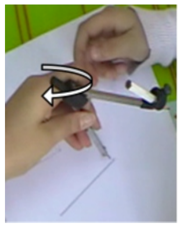
Gestes mimétiques

Les gestes mimétiques sont relatifs aux mimes d'actions réalisées avec les objets techniques. Cette catégorie de gestes fait partie des pantomimes dans le continuum des gestes de Kendon (1988) et répond à la définition de gestes iconiques de la typologie de McNeill (1992). Le mime peut être effectué avec l'objet technique, dans l'air ou sur un support. Dans ce dernier cas, le mime se distingue de l'action instrumentée en ce que le positionnement de l'instrument est grossièrement réalisé et sa manipulation est volontairement approximative, sans aucune recherche de précision. Le mime peut aussi être effectué sans l'objet technique. Celui-ci est alors soit imaginé, soit incarné par la main ou une autre partie du corps.

Dans une visée manipulatoire, les gestes mimétiques correspondent par exemple au mime d'une position corporelle adéquate pour manipuler un instrument (doigts de la main écartés pour maintenir la règle) ou au mime d'un geste corporel à réaliser avec l'instrument (mouvement du pouce sur le majeur et l'index pour faire tourner le compas).

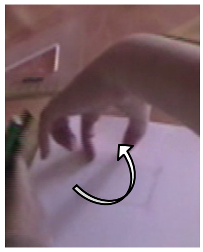
Dans une visée technico-figurale, les gestes mimétiques mettent en relation instrument et objets graphiques. Par exemple, des gestes mimétiques peuvent être faits pour donner des instructions relatives au tracé d'un cercle avec le compas, avec l'utilisation effective du compas comme accessoire pour le mime ou avec le mime du compas en se servant du pouce et de l'index d'une main.

Donc, tu vas piquer là
// pointage avec l'index du lieu où il faut piquer la pointe du compas, puis placement approximatif de la pointe
Et, hop !
// mime du mouvement à faire avec le compas.



Exemple de gestes mimétiques avec instrument

Les deux branches du compas sont représentées par le pouce et l'index. Sur la photo ci-contre, l'élève fixe son index sur le centre du cercle à tracer, puis tourne autour avec son pouce, comme pour tracer le début du cercle dont elle parle :
A moins que le diamètre, ce soit ça.



Exemple de gestes mimétiques sans instrument

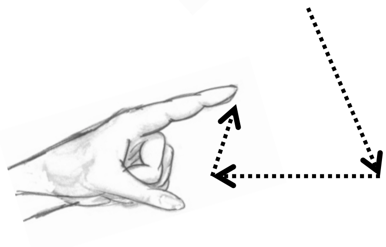
Gestes iconiques

Nous réservons le terme d'iconiques aux représentations corporelles, statiques ou dynamiques, des objets, relations ou propriétés géométriques. Les gestes iconiques ressemblent aux objets graphiques qui représentent les objets géométriques, ils apparaissent dans une visée sémiotique.

De façon statique, une figure géométrique peut, par exemple, être représentée avec les doigts, comme le triangle représenté ci-contre (geste iconique statique) : chacun des deux index constitue un côté du triangle et les deux pouces qui se touchent et placés sur une même ligne forment le troisième côté.

Geste iconique statique

Un geste de tracé avec l'index, réalisé dans l'air, permet aussi d'évoquer le triangle. Sur le dessin ci-contre, les flèches en pointillés représentent le parcours déjà réalisé par l'index (geste iconique dynamique).
Ce même geste réalisé sur un support est aussi iconique à condition qu'il ne soit pas un geste de parcours de la trace graphique du triangle déjà présente, car dans ce cas, nous considérons le geste comme déictique.

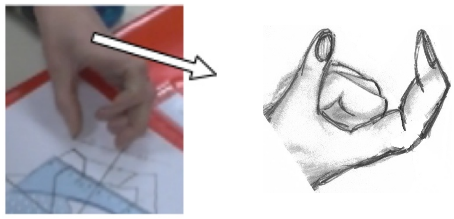


Geste iconique dynamique

Gestes métaphoriques

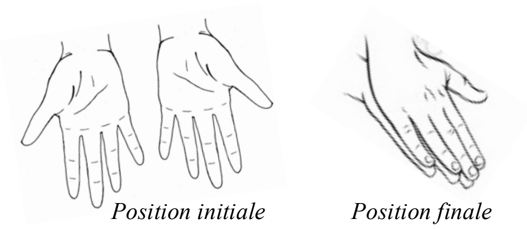
Les gestes métaphoriques permettent de représenter les concepts géométriques. Ils sont issus des gestes mimétiques et des gestes iconiques. Ceux-ci ont pris une forme épurée, décontextualisée et sont alors directement associés aux concepts géométriques. Ils constituent ainsi des gestes pivots entre l'action instrumentée et le concept géométrique qu'ils représentent. Ils sont partagés par la classe et peuvent en ce sens être considérés comme des emblèmes au sein du groupe classe.

Par exemple, la propriété d'égalité de longueurs peut être évoquée de façon métaphorique par l'écartement pouce-index de la main qui se déplace dans l'air. Ce geste avec le pouce et l'index peut provenir d'un geste mimétique sans instrument correspondant au compas que l'on déplace avec les branches écartées.



Geste mimétique puis métaphorique

Autre exemple : l'isométrie de figures symétriques peut être évoquée par une superposition de ces figures après pliage le long de l'axe de symétrie. Un geste mimétique avec les deux mains en permet une représentation : position initiale avec les mains paumes vers le haut, puis l'une des deux mains se retourne et vient se poser sur l'autre. Ce geste est issu d'une action de pliage. Il devient métaphorique quand il évoque directement l'isométrie, en étant réalisé dans l'air, sans lien avec un support.

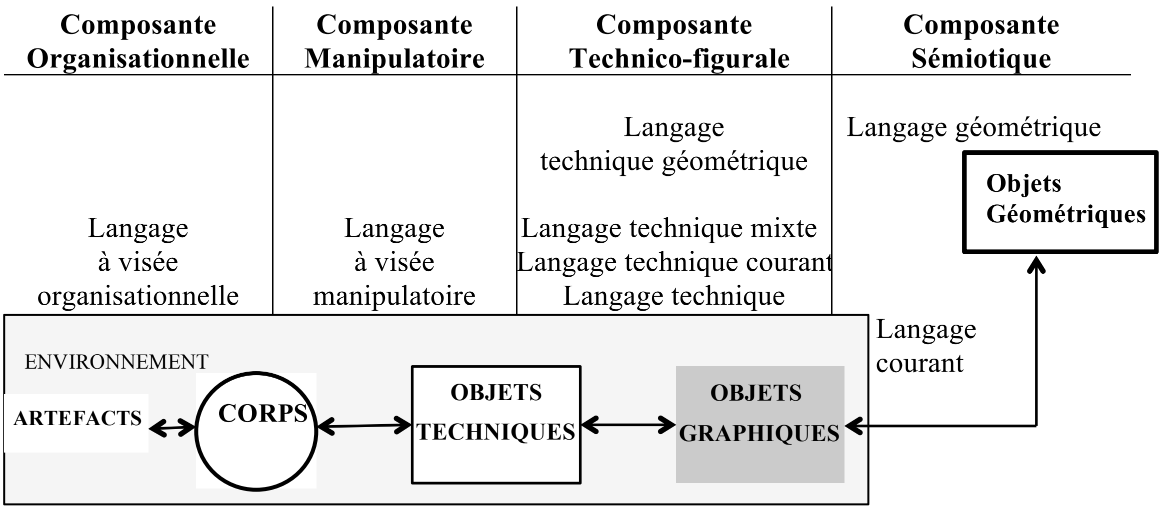


Geste métaphorique

Conclusion

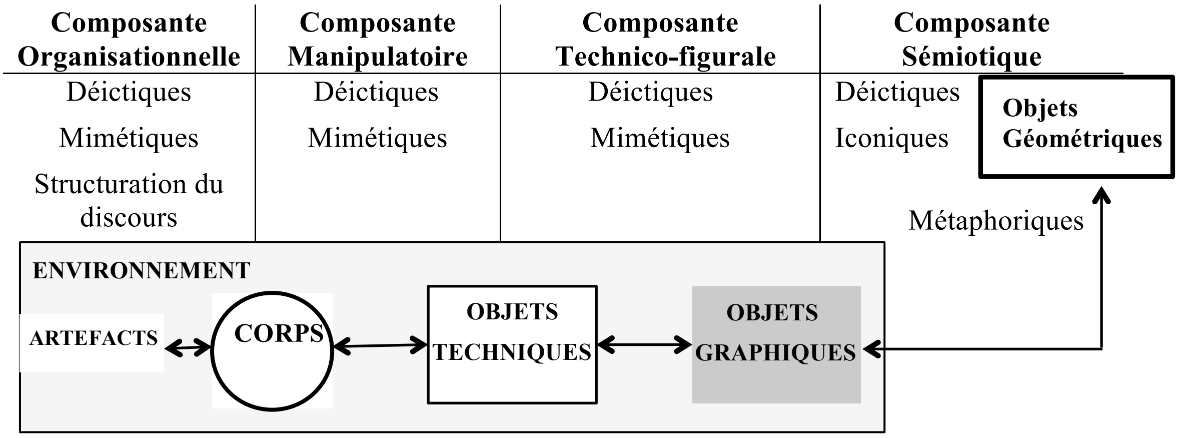
Dans ce chapitre, nous avons présenté des outils d'analyse du langage et des gestes susceptibles d'être employés dans des situations de communication orale liées à la réalisation d'actions instrumentées aboutissant à une construction géométrique.
Dans une visée sémiotique de l'action instrumentée, la langue géométrique ou la langue courante peuvent être employées. S'ajoute à ces langues la langue technique, dans une visée technico-figurale. Nous avons défini des langages qui répondent à ces visées : le langage géométrique et le langage courant pour la visée sémiotique, le langage technique, technique courant, technique mixte et technique géométrique pour la visée technico-figurale. Langue courante et langue technique sont aussi utilisées dans les visées manipulatoire et organisationnelle, avec des termes que nous avons spécifiés.

Représentation des langages relatifs à l'action instrumentée



Dans une visée organisationnelle, des gestes de structuration du discours peuvent être produits, mais également des gestes déictiques et mimétiques en lien avec des actions périphériques à l'action instrumentée. Dans les visées manipulatoire et technico-figurale, des gestes déictiques de parcours ou de pointage et des gestes mimétiques (avec ou sans instrument) peuvent être produits. Dans une visée sémiotique, des gestes déictiques de parcours ou de pointage et des gestes iconiques peuvent être produits et les gestes mimétiques et iconiques peuvent évoluer pour se transformer en gestes métaphoriques.

Représentation des gestes relatifs à l'action instrumentée



L'étude du langage et des gestes employés lors d'échanges en dyade ou en triade nous permettra de définir quelle(s) visée(s) de la construction instrumentée sont poursuivies, dans les analyses que nous ferons dans la deuxième partie de la thèse.
Ces outils d'analyse nous permettent également de déterminer les langages que nous utiliserons dans l'expérimentation présentée dans la troisième partie de la thèse, à savoir le langage technique géométrique et le langage géométrique.

Deuxième partie

Étude de la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe

La deuxième partie de la thèse a pour objet l'étude de la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe, lors de séances de géométrie, dans différents dispositifs de travail en dyade (ou triade), dans différents milieux de scolarisation et dans différents environnements de travail.
Nous exposons tout d'abord, dans le chapitre 5, la méthodologie de l'étude, avec la présentation générale des données et celle du cadre d'analyse des aides, qui s'appuie sur le cadre théorique présenté dans la première partie.
Dans le chapitre 6, nous étudions l'aide apportée par un tiers, une Auxiliaire de Vie Scolaire dans un cas, une enseignante dans l'autre, pour deux élèves dyspraxiques scolarisés chacun dans une classe de sixième ordinaire.
Dans le chapitre 7, nous étudions l'activité d'élèves dyspraxiques dans un travail en dyade ou en triade entre pairs, en milieu spécialisé et en milieu ordinaire.
Dans le chapitre 8, nous étudions les intérêts et obstacles que peut constituer l'environnement numérique pour le travail d'un élève dyspraxique.

Chapitre 5

Méthodologie de l'étude

L'objectif de l'étude est de déterminer les modalités de fonctionnement en classe ainsi que les aides qui permettent de pallier le handicap de l'élève dyspraxique sans amoindrir ses possibilités d'acquérir des connaissances géométriques. Pour cela, nous dressons d'abord un état des lieux en repérant, dans les pratiques de classe, les difficultés rencontrées par des élèves dyspraxiques et les aides qui leur sont apportées par un tiers (l'enseignant, l'Auxiliaire de Vie Scolaire (AVS) ou un pair non dyspraxique), puis nous réalisons un bilan des besoins que les aides ne satisfont pas. Par ailleurs, nous explorons aussi les intérêts et obstacles que peut constituer l'environnement numérique pour le travail d'un élève dyspraxique.
Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons d'abord nos données, puis nous établissons le profil des élèves dyspraxiques que nous avons observés, aussi précisément que possible, sachant que chaque élève est particulier dans son handicap, dans les compensations qu'il peut avoir développées ou dans les aides compensatoires qui lui ont été attribuées par la Commission des Droits et de l'Autonomie des Personnes Handicapées.
Dans la deuxième partie, nous exposons le cadre d'analyse des aides susceptibles d'être données à un élève dans la réalisation d'une construction géométrique instrumentée. Nous définissons sept catégories d'aides en considérant d'une part les visées de l'action instrumentée (organisationnelle, manipulatoire, technico-figurale, sémiotique) de celui qui apporte l'aide et les effets produits sur le sujet, et d'autre part les intentions du sujet sur lesquelles tente d'agir celui qui apporte l'aide : l'intention d'agir relative à l'élaboration théorique de la construction avec les instruments et l'intention motrice relative à sa mise en œuvre contextualisée. Des regroupements des catégories en type d'aides (aides pratiques, aides mathématiques) visent à distinguer les aides mettant en jeu des connaissances mathématiques de celles qui ne relèvent pas de ces connaissances.

Dans les chapitres 6, 7 et 8, nous utilisons ce cadre d'analyse des aides pour identifier, dans les épisodes étudiés, ce qui est pris en charge par un tiers dans l'activité de construction instrumentée de l'élève dyspraxique et ce qui est laissé à son autonomie.

Sommaire du chapitre 5

I. Présentation de l'étude

A. Choix des données

L'étude est réalisée à partir d'observations d'élèves dyspraxiques de CM2 ou de sixième, en classe ou hors classe, lors de séance de géométrie, durant la période janvier 2011 - janvier 2014. Elle concerne six élèves dyspraxiques :

- l'élève C, l'élève M et l'élève L scolarisés en milieu ordinaire ;
- les élèves Lu, Hug et Sam, scolarisés en milieu spécialisé (ÉREA), dans la même classe.

Elle concerne également quatre élèves non dyspraxiques :

- l'élève A et l'élève B, scolarisés dans la classe de sixième de l'élève C ; il s'agit d'une classe à effectif allégé, composée de seize élèves, où sont scolarisés trois élèves dyspraxiques, dont l'élève C, trois élèves dyslexiques, dont l'élève A qui redouble sa classe de sixième, et dix élèves faibles signalés en grande difficulté par leurs enseignants de l'école primaire, dont l'élève B.
- l'élève Bm et l'élève Bl, chacune deuxième membre d'un binôme « élève dyspraxique - élève non dyspraxique » (élève M - élève Bm et élève L - élève Bl).

L'élève A et l'élève B nous permettent de comparer l'activité d'élèves non dyspraxiques de la classe à celle de l'élève C, dyspraxique. L'élève Bm et l'élève Bl, quant à elles, nous permettent d'avoir des éléments sur le fonctionnement d'un travail en binôme ainsi constitué et sur l'intérêt que cela peut avoir, relativement à l'activité géométrique de chacun des membres du binôme.

Nous avons observé les élèves durant plusieurs séances de géométrie, en classe ou hors classe :

- l'élève C, l'élève A et l'élève B lors de la séquence sur la symétrie axiale en sixième, constituée de onze séances en classe et d'une séance hors classe avec Mathenpoche ;
- les élèves Lu, Hug et Sam en sixième lors de huit séances (deux sur le cercle, deux sur des constructions géométriques et quatre sur la symétrie axiale) ;
- l'élève M en sixième lors de la séquence sur le cercle (cinq séances) et celle sur les triangles et les quadrilatères (sept séances) ;
- l'élève M et l'élève Bm en fin de CM2 lors de trois séances hors classe sur des constructions géométriques ;
- l'élève L et l'élève Bl en fin de CM2 lors de quatre séances en classe sur des constructions géométriques.

Nos données portent sur des constructions géométriques effectuées dans l'environnement papier-crayon, et dans une moindre mesure dans un environnement numérique. Nous avons choisi deux types de tâches mettant en jeu des actions instrumentées avec construction de perpendiculaires et reports de longueur : la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite et une construction de figure à partir d'un schéma. Puis, nous avons sélectionné dans nos données quatre épisodes relatifs au premier type de tâches et quatre relatifs au deuxième.

Nous nous appuierons sur l'analyse a priori de la construction instrumentée, effectuée à la fin du chapitre 2, pour découper chaque construction en un enchaînement d'étapes, caractérisées par des actions instrumentées. Nous en considérerons les actions élémentaires, et pour chacune d'entre elles, nous étudierons les erreurs, difficultés ou réussites de l'élève dyspraxique, sa part d'autonomie ou l'aide qui lui est apportée. Nous définirons précisément ce que nous entendons par aide et en présenterons un cadre d'analyse dans la partie II de ce chapitre.

Dans le chapitre 6, nous étudierons l'aide apportée par une tierce personne à l'élève dyspraxique en classe de sixième : l'AVS pour l'élève C et l'enseignante pour l'élève M, pour des constructions réalisées dans l'environnement papier-crayon.

Dans le chapitre 7, nous nous intéresserons au travail en dyade ou triade entre pairs, dans l'environnement papier-crayon :

- en classe de sixième spécialisée avec les élèves Lu, Hug et Sam pour la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite ;
- en classe de CM2 ordinaire, autour de la même activité de reproduction de figure complexe, en classe avec le binôme élève L - élève Bl et hors classe avec le binôme élève M - élève Bm.

Dans le chapitre 8, nous analyserons des constructions effectuées dans un environnement numérique :

- utilisation d'instruments virtuels de Mathenpoche avec l'élève C, pour le même type de tâches de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite que celui réalisé dans l'environnement papier-crayon et analysé dans le chapitre 6 ;
- utilisation d'outils du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra avec l'élève Lu, pour le même type de tâches de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite que celui réalisé dans l'environnement papier-crayon en triade et analysé dans le chapitre 7.

Dans le tableau ci-dessous, les élèves non dyspraxiques sont notés en italique. L'analyse de leur activité nous permet de faire des comparaisons avec celle des élèves dyspraxiques.

<table>
<tr><td></td><td>Chapitre 6</td><td>Chapitre 7</td><td>Chapitre 8</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Environnement papier-crayon</td><td>Environnement numérique</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite</td><td rowspan="2">Aide de l'AVS
Élève C
$6^{\text{ème}}$ ordinaire, en classe
Élève A et Élève B</td><td rowspan="2">Travail en triade
Lu-Hug-Sam
$6^{\text{ème}}$ ÉREA, en classe</td><td>Avec Mathenpoche
Élève C
$6^{\text{ème}}$ ordinaire, hors classe
Élève A</td></tr>
<tr><td>Avec GeoGebra
Lu
$6^{\text{ème}}$ ÉREA, en classe</td></tr>
<tr><td>Construction de figures</td><td>Aide de l'enseignante
Élève M
$6^{\text{ème}}$ ordinaire, en classe</td><td>Travail en dyade
Élève M- Élève Bm
CM2 ordinaire hors classe
Élève L - Élève Bl
CM2 ordinaire</td><td></td></tr>
</table>

B. Profil des élèves dyspraxiques étudiés

1. Profil de l'élève C

Pour établir le profil de l'élève C, nous nous appuyons sur le témoignage de ses parents et également sur la consultation de deux types de documents : son bilan clinique effectué dans un centre référent pour les troubles du langage et des apprentissages d'une part, et ses classeurs et fichiers de mathématiques de l'école primaire d'autre part.
L'élève C a été en difficulté scolaire dès la maternelle, avec la production de dessins pauvres, de coloriages anarchiques, de découpages et collages aléatoires, avec aussi des difficultés à écrire les lettres de son prénom, si bien qu'en fin de grande section, un maintien en maternelle a été suggéré à la famille. Il a finalement redoublé son CP.
Jusqu'en CE1, il a été pris en charge en mathématiques par une enseignante spécialisée du Réseau d'Aide Spécialisée aux Élèves en Difficulté. Un diagnostic de trouble complexe des apprentissages touchant le langage oral (l'élève C s'exprime peu à l'oral et commet parfois des erreurs de prononciation), le langage écrit (difficulté d'encodage et de décodage des mots) et touchant les praxies a été posé alors qu'il était en CE2. Le bilan clinique met en évidence des difficultés dans la coordination des deux mains, des capacités de synthèse visuelle inférieures à la norme, des difficultés de repérage dans un texte à l'occasion de tâches de copie, des difficultés dans le graphisme. Parallèlement à toutes ces difficultés, le bilan neuropsychologique montre que l'élève C possède un niveau de raisonnement et de conceptualisation dans la norme des enfants de son âge.
À partir du CE2, il a suivi une scolarité partagée entre classe ordinaire et Classe d'Inclusion Scolaire « Troubles du langage » pour le français et les mathématiques. Dans ses classeurs de mathématiques de l'école primaire n'apparaît aucun travail en géométrie si ce n'est des travaux de reproduction sur quadrillage en CP.
L'élève C a intégré une classe de sixième ordinaire. La Maison Départementale des Personnes Handicapées a évalué un taux d'incapacité entre 50 % et 79 % et a proposé des aides compensatoires pour la classe : l'élève C dispose d'un ordinateur portable dans le but d'alléger les tâches praxiques et visuelles et il est aidé par une Auxiliaire de Vie Scolaire. Ses professeurs notent qu'il fait preuve de beaucoup de bonne volonté dans son travail.

2. Profil de l'élève M

Nous exposons à présent le profil de l'élève M, et cela de façon détaillée, car c'est cette élève que nous avons choisie pour mener l'expérimentation que nous relaterons dans la troisième partie de la thèse. Pour déterminer les caractéristiques de son handicap en situation scolaire, nous avons consulté ses cahiers et bulletins de l'école primaire, ses rapports médicaux, paramédicaux et scolaires établis par l'équipe éducative à la fin de ses années de CE2 et de CM2 et nous nous appuyons également sur le témoignage de ses parents.
L'élève M a toujours été scolarisée en milieu ordinaire, dans l'école la plus proche de son domicile. Un diagnostic de dyspraxie avec troubles visuo-spatiaux modérés a été posé alors qu'elle était en CE2. Son bilan clinique fait état de difficultés dans la motricité fine et le graphisme, dans la coordination visuo-spatiale, dans la coordination oculo-manuelle et aussi de difficultés pour s'orienter dans l'espace. À l'école, sa vitesse de travail est faible. Elle manque d'organisation et de méthodes. Elle a des problèmes de repérage pour la copie des leçons (il manque des mots dans des phrases), son écriture n'est pas toujours lisible et elle éprouve rapidement des douleurs à la main et au poignet lorsqu'elle écrit. Des problèmes de motricité fine apparaissent dans le découpage et collage de documents, et aussi dans la manipulation des instruments de géométrie. Maladresse, lenteur, fatigabilité, manque d'attention et manque de soin sont signalés par les enseignants de façon récurrente. Le bilan

de l'équipe éducative réalisé à la fin de son année de CM1 souligne, entre autres, que la géométrie pose problème à l'élève M et qu'elle est en souffrance par rapport à cela. Ses parents signalent des conséquences physiques de la dyspraxie (mal de dos, troubles du sommeil) et morales (stress, manque de confiance et découragements), qui rejaillissent à la maison.

Parallèlement à ces difficultés, les capacités intellectuelles de l'élève M sont dans la moyenne supérieure. Le bilan neuropsychologique met en évidence un bon niveau d'efficience intellectuelle[36] notamment dans le domaine langagier. Ses résultats scolaires sont très satisfaisants au prix de beaucoup d'efforts. Elle fait preuve en classe d'une très grande volonté et est très attachée à sa réussite. Elle est perfectionniste, elle aime être performante et est très exigeante envers elle-même. Elle fait ce que les enseignants lui demandent, même si c'est jusqu'à l'épuisement. Suite au diagnostic de dyspraxie et à la reconnaissance d'un taux d'incapacité entre 50 % et 79 % par la Maison Départementale des Personnes Handicapées, des adaptations ont été proposées en classe avec l'utilisation d'un ordinateur portable pour alléger les tâches d'écriture et l'utilisation d'un matériel ergonomique de géométrie (règle avec poignée, équerre en trois dimensions, compas dont on peut bloquer l'écartement). Par ailleurs, des préconisations ont été faites sur des adaptations de supports (agrandis, aérés), sur une réduction de l'écrit et sur un temps supplémentaire à lui accorder dans les évaluations. Il n'a pas été demandé d'aide humaine, l'élève M ne le souhaitait pas. Les adaptations ont été mises en place à la fin de l'école primaire.

En CM2, aucun enseignement de géométrie n'a été donné dans la classe de l'élève M : seules les notions d'aire et de périmètre ont été abordées dans le créneau horaire consacré à la géométrie et aux grandeurs et mesure. En fin de CM2, elle obtient des résultats très en dessous de la norme dans des tests neuropsychologiques évaluant les traitements visuo-spatiaux (tests NEPSY) : sur une échelle de 1 à 19, elle obtient une note faible de 7 pour la copie de figures à main levée et une note pathologique de 4 pour la réalisation d'assemblages de cubes à partir d'une représentation plane en perspective cavalière.

En sixième, lors des cours de mathématiques, l'élève M ne reçoit pas de support adapté : il semble que l'enseignante n'ait pas reçu de consignes explicites à ce sujet. Un temps supplémentaire lui est laissé lors des évaluations (le temps de la récréation). L'élève M, laissée libre d'utiliser son ordinateur ou non, ne l'utilise pas lors des séances de mathématiques. Nous reviendrons sur ses raisons dans le chapitre 8. Enfin, pour faciliter son organisation, la proposition de ne pas changer de salle de classe à chaque cours et de bénéficier de deux jeux de manuels, dont un laissé en classe, avait été faite au sein de l'équipe de suivi, cependant elle n'a pas abouti.

3. Profil de l'élève L

L'élève L a le même âge que l'élève M, à huit jours près. Elles étaient toutes deux scolarisées en classe de CM2 ordinaire pendant l'année scolaire 2012-2013, dans des écoles différentes.

Un diagnostic de dyspraxie avec troubles visuo-spatiaux a été posé pour l'élève L alors qu'elle était en maternelle. Elle éprouve des difficultés dans la manipulation des instruments de géométrie et ne réussit pas à faire des tracés précis par manque d'organisation, d'anticipation et de maîtrise de ses gestes. Elle a aussi des troubles du graphisme si bien qu'en classe, elle écrit très peu de façon manuscrite et utilise l'ordinateur comme moyen de compensation. Elle bénéficie également de l'aide d'une Auxiliaire de Vie Scolaire pour quelques heures par semaine.

---

[36] L'intelligence est évaluée avec le Wechsler Intelligence Scale of Children, 4ème édition (WISC-IV), à partir de quatre indices : un Indice de Compréhension Verbale (ICV), un Indice de Raisonnement Perceptif (IRP), un Indice de Mémoire de Travail (IMT) et un Indice de Vitesse de Traitement (IVT).

En fin de CM2, elle obtient des résultats très en dessous de la norme dans des tests neuropsychologiques, avec une note faible de 6 pour la copie de figures à main levée et une note pathologique de 1 pour la réalisation d'assemblages de cubes à partir d'une représentation plane en perspective cavalière.

4. Profil des trois élèves de l'ÉREA

Nous ébauchons le profil des élèves Lu, Sam et Hug à partir d'éléments transmis par leur professeur de mathématiques de sixième. Pour Lu et Sam, nous avons réalisé une évaluation individuelle filmée d'une dizaine de minutes en début de l'année scolaire 2012-2013, qui nous permet de disposer de quelques informations supplémentaires sur leur capacité à se servir des instruments de géométrie.

Profil de Lu

L'élève Lu est dyspraxique visuo-spatial. Il a suivi une scolarité en milieu ordinaire à l'école primaire. Au cours de son année de CM2, il a bénéficié d'un Auxiliaire de Vie Scolaire qui l'aidait à s'organiser, lui reformulait les consignes et prenait des notes pour lui en cas de copie trop longue. Son écriture n'est pas automatisée. Peu performant dans les travaux de copie manuscrite, il utilise un ordinateur portable qu'il manipule correctement. Sa perception visuelle n'est pas fiable pour repérer des égalités de longueurs et pour percevoir l'orientation des obliques. Il a des difficultés dans la coordination oculomotrice. Sa concentration en classe est limitée, il se laisse facilement distraire. En fin de sixième, l'enseignante le situe dans ses élèves les plus en difficulté de la classe. L'évaluation relative à la manipulation du compas et de la règle, faite en début d'année, met en évidence des difficultés : Lu sait positionner correctement la règle sur deux points qu'il doit relier (il met la mine de son crayon sur un point, approche la règle contre et la fait pivoter jusqu'au deuxième point), mais ses appuis sont mal dosés et la règle bouge à chacun de ses essais de tracé. Il échoue aussi lorsqu'il essaie de tracer un cercle avec le compas : il ne parvient pas à garder fixe la pointe du compas sur le centre choisi : elle s'en écarte sans cesse, même si sa position corporelle de départ est correcte (main à plat sur le support et tenue du compas par le haut). Les actions de Lu montrent qu'il a des connaissances sur la façon de se servir d'une règle et d'un compas mais visiblement, ses troubles praxiques l'empêchent d'être performant dans la double tâche de maintien / gestion des appuis et de tracé.

Profil de Sam

L'élève Sam est dyspraxique. Il redouble sa classe de sixième. Pour sa première sixième, il était scolarisé dans un collège ordinaire et bénéficiait de l'aide d'un Auxiliaire de Vie Scolaire. Il a des troubles praxiques et du graphisme. Il utilise un ordinateur portable pour ses écrits. Des difficultés d'organisation et des problèmes importants de concentration sont signalés. Il a une bonne mémoire. Il est performant en mathématiques, il est très réactif et comprend très vite. Aucune difficulté n'apparaît dans l'utilisation de la règle, de l'équerre et du compas dans l'évaluation de début d'année.

Profil de Hug

Le diagnostic de dyspraxie visuo-spatiale de l'élève Hug est en cours. Il a bénéficié de l'aide d'un Auxiliaire de Vie Scolaire en classe de CM2. Des problèmes d'organisation et des troubles de la concentration sont signalés. Très lent dans son écriture manuscrite, il utilise un ordinateur comme outil de compensation. Il éprouve aussi des difficultés dans la manipulation des instruments de géométrie. C'est un élève volontaire et performant à l'oral.

II. Cadre d’analyse des aides

A. Caractérisation des aides

Nous appelons *aide* toute intervention d’un tiers conduisant à une réalisation correcte de l’action instrumentée, dans une finalité géométrique ou dans une finalité graphique, et produisant l’effet escompté. Si l’effet attendu n’est pas produit, il s’agit d’une *tentative d’aide*. Nous considérons aussi les interventions non nécessaires comme des aides. En effet, quand l’aide est donnée avant que l’élève n’en ait manifesté le besoin, on ne peut pas savoir de façon certaine s’il aurait pu s’en passer. En outre, certaines aides, notamment celles via le langage, peuvent avoir des effets à long terme sur l’activité de l’élève.
Nous utilisons le cadre d’analyse de l’action instrumentée, présenté dans le chapitre 2, II, en considérant à la fois la distinction entre les intentions du sujet (intention d’agir et intention motrice) et la distinction entre les différentes composantes de l’action instrumentée (organisationnelle, manipulatoire, technico-figurale et sémiotique), pour déterminer des types et des catégories d’aides susceptibles d’être données à un élève en classe dans la réalisation d’une construction géométrique avec des instruments.
Nous distinguons tout d’abord deux types d’aides : les *aides mathématiques* et les *aides pratiques*.
Les *aides mathématiques* sont des aides qui mettent en jeu des connaissances géométriques en lien avec le but final de l’action instrumentée – l’objet graphique représentant l’objet géométrique – et sa mise en relation avec l’objet technique. Ces aides sont donc celles des composantes technico-figurale et sémiotique de l’action instrumentée. Elles visent la mise en œuvre de techniques de construction faisant appel à des connaissances géométriques portées par les instruments pour produire un objet graphique qui représente un objet géométrique. Elles sont rattachées à des connaissances géométriques, des connaissances sémiotiques et des connaissances techniques.
Les *aides pratiques* contribuent à l’exécution concrète des actions instrumentées pour produire l’objet graphique envisagé dans l’intention d’agir : elles sont en lien avec l’intention motrice du sujet relativement à une action instrumentée. Ces aides sont rattachées à des connaissances pratiques relatives aux capacités corporelles du sujet, aux caractéristiques physiques des objets techniques et des objets graphiques. Elles répondent à des contraintes manipulatoires, matérielles ou graphiques, en lien avec la réalisation effective et contextualisée des actions. Elles mettent en jeu les compétences associées à l’intention motrice des actions instrumentées : compétences organisationnelles, compétences praxiques, compétences pratiques et compétences visuo-spatiales.

			Aides mathématiques	
	Composante organisationnelle	**Composante manipulatoire**	**Composante technico-figurale**	**Composante sémiotique**
			Intention d’agir	
			Projet de gestes avec instruments	But final : objet à obtenir
Aides pratiques	**Intention motrice**			
	Organisation de l’action	Partie praxique de l’action	Partie perceptive de l’action	

Tableau 5.1. : Représentation des types d’aides

Les deux types d'aides ainsi définis nous permettent de distinguer :

- des catégories d'aides uniquement mathématiques : l'*aide géométrique*, l'*aide graphique* et l'*aide technico-figurale.* Ce sont toutes les aides en lien avec l'intention d'agir du sujet relativement à une action instrumentée. Elles contribuent à l'élaboration théorique d'actions instrumentées à réaliser pour produire un objet graphique, dans une construction instrumentée, indépendamment de toute contrainte pratique (manipulatoire, matérielle ou graphique) ;
- des catégories d'aides uniquement pratiques : elles font partie des composantes organisationnelle et manipulatoire de l'action instrumentée. Elles contribuent à la mise en œuvre pratique de l'action instrumentée, indépendamment des mathématiques en jeu ; il s'agit de l'*aide manipulatoire* et de l'*aide organisationnelle* ;
- des catégories d'aides à la fois pratiques et mathématiques : elles appartiennent à la partie perceptive de l'action instrumentée dans la composante technico-figurale, ce sont des aides pratiques qui mettent en jeu des connaissances géométriques, sémiotiques et techniques, soit identiques à celles élaborées dans l'intention d'agir, soit autres ; il s'agit de l'*aide technique à finalité géométrique* et de l'*aide technique à finalité graphique.*

Aides mathématiques

Composante organisationnelle	Composante manipulatoire	Composante technico-figurale	Composante sémiotique

Intention d'agir

Aide technico-figurale	Aide graphique	Aide Géom.

Intention motrice

Aides pratiques	Aide organisationnelle	Aide manipulatoire	Aide technique à finalité graphique ou géométrique

Tableau 5.2. : Représentation des catégories d'aides

Nous avons ainsi défini sept catégories d'aides. Les aides peuvent être de différentes natures. Elles peuvent être données sous forme d'actions réalisées à la place de l'élève, accompagnées ou non de commentaires ou d'explications. Elles peuvent également être données sous forme de schémas (schémas codés ou schémas accompagnés d'explications). Elles peuvent enfin être données par le langage et/ou par des gestes, sous forme d'instructions ou de questionnements sur l'action à réaliser, ou encore sous forme de rétroactions sur les effets de l'action exécutée par l'élève.

Pour rendre compte du langage et des gestes susceptibles d'être employés dans chacune des catégories d'aide, nous nous référerons aux outils d'analyse du faisceau sémiotique gestes-discours développés dans le chapitre 4, III.

Nous qualifierons d'*élaborée* (Baudrit, 2007) une aide qui a une fonction didactique, par un apport d'explications. Ainsi, une aide élaborée, en plus d'être une action ou de conduire à la réalisation d'une action, vise aussi à faire comprendre ce qui est en jeu dans cette action.

Nous déterminons enfin une intensité de l'aide en fonction de la part d'autonomie de l'élève relativement à la visée de la composante de l'action instrumentée et à l'intention du sujet. L'absence d'aide correspond à une autonomie de l'élève (aide *nulle*). L'aide est *forte* si rien n'est laissé à la charge de l'élève et l'aide est *faible* lorsque l'élève est partiellement autonome. Ainsi, les aides pratiques sont fortes lorsqu'elles sont données sous forme d'actions réalisées à la place de l'élève, faibles lorsqu'elles sont données sous forme langagière ou gestuelle, et nulles lorsque l'élève agit de façon autonome. Nous expliciterons les intensités des aides uniquement mathématiques dans la présentation de chacune des catégories de ces aides.

B. Catégories d'aides

Dans cette partie II.B, nous présentons les sept catégories d'aides. Pour chacune d'entre elles, nous précisons leur nature et intensités possibles. Nous commençons d'abord par présenter les aides qui interviennent uniquement au plan des mathématiques (aide géométrique, aide graphique, aide technico-figurale), puis celles qui interviennent sur les deux plans, mathématique et pratique (aide technique à finalité géométrique, aide technique à finalité graphique), et enfin celles qui interviennent uniquement sur le plan pratique (aide manipulatoire, aide organisationnelle).

1. Aide géométrique

L'*aide géométrique* concerne les objets géométriques, relations et propriétés à représenter. Elle est de nature langagière et/ou gestuelle. Nous relions les intensités possibles de l'aide à ses fonctions procédurales définies par Robert et Vandebrouck (2014).

Ainsi, l'aide géométrique est forte lorsqu'elle est à fonction procédurale directe : il s'agit d'indications données qui suppriment ou facilitent telle ou telle reconnaissance ou qui introduisent des étapes. Ces indications peuvent être données dans un langage géométrique par l'énoncé du nom des objets géométriques, par celui de relations ou propriétés géométriques à représenter. Il s'agit donc d'instructions verbales extraites d'un programme de construction qui conduit à la production de l'objet graphique. Le langage peut être accompagné de gestes déictiques de pointage ou de parcours d'objets graphiques déjà présents, de gestes iconiques sur les objets, relations ou propriétés géométriques à représenter. L'énoncé de relations ou propriétés géométriques peut aussi être donné :

- dans un langage géométrique parcellaire complété de gestes déictiques ou iconiques qui se substituent aux termes géométriques nommant les objets,
- dans un langage avec des termes de la langue courante nommant les objets graphiques insérés dans un discours géométrique.

L'aide géométrique est faible lorsqu'elle est à fonction procédurale indirecte : il s'agit de réduire le questionnement de l'élève sans donner complètement l'indication. Cette aide consiste par exemple à renvoyer l'élève à une technique de construction qu'il a déjà utilisée ou à des résultats du cours, sans les énoncer explicitement (s'ils l'étaient, il s'agirait d'une aide forte). Elle peut être donnée, grâce au langage, par une question qui renvoie l'élève au cours comme par exemple : « Est-ce qu'une méthode vue en cours pourrait s'appliquer ici ? » Elle peut consister également en une généralisation du problème posé comme « Comment faire pour construire un triangle quand on connaît les longueurs de ses trois côtés ? » Ces questionnements constituent une aide géométrique faible s'ils conduisent l'élève à formuler une méthode dans un langage géométrique ou à donner des propriétés géométriques. Nous identifions donc ici la catégorie de l'aide faible à partir de l'analyse de ses effets.
L'aide géométrique faible peut être aussi donnée par des gestes. Un geste métaphorique peut permettre d'évoquer une propriété géométrique : l'écart pouce-index que l'on déplace dans l'air peut par exemple être associé à une conservation de longueurs. Des gestes de battement peuvent aussi être évocateurs de propriétés comme illustré dans le chapitre 4, III. B. 2.

Enfin, l'aide géométrique est nulle si aucune intervention verbale ou gestuelle n'est faite relativement aux objets, relations et propriétés géométriques à représenter.

2. Aide graphique

L'*aide graphique* concerne les objets graphiques à produire dans une visée sémiotique de l'action instrumentée. Elle est en lien avec des connaissances sémiotiques. Elle est de nature langagière et/ou gestuelle ; elle peut aussi être donnée sous forme de schémas.

L'aide graphique est forte lorsqu'une information sur les objets graphiques est apportée de façon directe. Elle peut être donnée dans un langage courant par l'énoncé du nom des objets graphiques et par celui de leurs relations spatiales. Comme pour le langage géométrique, le langage courant peut être accompagné de gestes déictiques de pointage ou de parcours d'objets graphiques déjà présents, de gestes iconiques sur les objets, relations ou propriétés géométriques à représenter. L'énoncé de relations spatiales peut aussi être donné :

- dans un langage courant parcellaire complété de gestes déictiques ou iconiques qui se substituent aux termes de la langue courante nommant les objets,
- dans un langage courant avec des termes de la langue géométrique insérés dans le discours.

Une aide graphique forte peut être par exemple : « Fais un petit trait au milieu du grand trait » pour obtenir le placement du milieu d'un segment ; « Continue l'arc pour qu'il passe de l'autre côté du trait » pour obtenir le point d'intersection de l'arc avec une droite ; « Continue le trait plus loin que A pour que l'on voie qu'il est sur la droite ».
Une aide graphique forte peut aussi être donnée sous forme d'un schéma où est représenté l'objet graphique à obtenir : schéma codé ou alors schéma accompagné d'un discours.

L'aide graphique est faible lorsqu'une information sur les objets graphiques est apportée de façon indirecte, par un questionnement qui fait appel à des connaissances sémiotiques rencontrées, comme par exemple : « Comment fait-on pour représenter un point ? », supposant que l'élève sache qu'un point est à représenter.

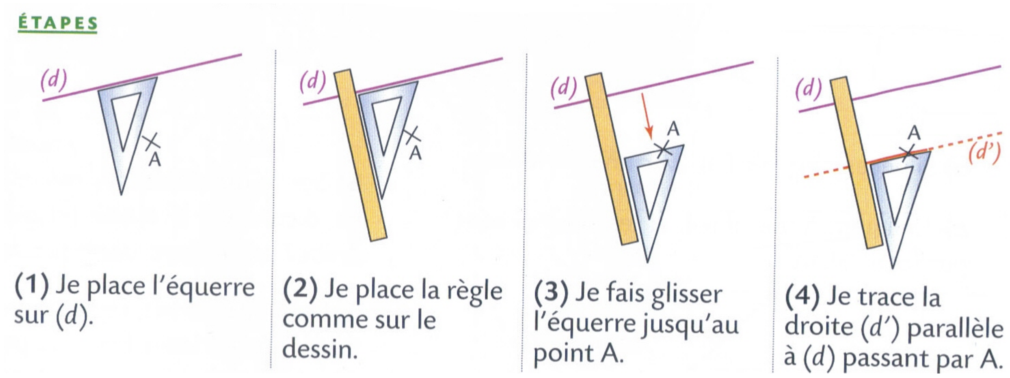
L'aide graphique est nulle si aucune intervention verbale ou gestuelle n'est faite relativement aux objets graphiques à produire.

3. Aide technico-figurale

L'*aide technico-figurale* se situe au niveau de l'intention d'agir, relativement aux relations théoriques entre objets techniques et objets graphiques. Elle concerne le choix de l'objet technique théorique. Pour ce qui est des instruments théoriques de l'environnement papier-crayon et de leur imitation dans l'environnement numérique, elle concerne également le positionnement de l'objet technique relativement aux objets graphiques, ainsi que l'acte de tracer ou de mesurer. Pour ce qui est des outils d'un logiciel de géométrie dynamique, en plus du choix de l'objet technique théorique, elle concerne la sélection des éléments caractéristiques de l'objet géométrique à représenter.

<table>
<tr><th colspan="2">Aide technico-figurale</th></tr>
<tr><th>Dans l'environnement papier-crayon</th><th>Avec un logiciel de géométrie dynamique</th></tr>
<tr><td>(a) Choisir l'instrument théorique</td><td>(a) Choisir l'outil théorique</td></tr>
<tr><td>(b) Positionner l'instrument par rapport aux objets graphiques</td><td rowspan="2">(b) Sélectionner les éléments caractéristiques de l'objet géométrique à représenter</td></tr>
<tr><td>(c) Tracer ou (c') Mesurer</td></tr>
</table>

L'aide est forte si elle est réalisée sous la forme d'une action exécutée à la place de l'élève sans instruction de sa part. Prenons l'exemple du prolongement d'un segment. La règle peut être donnée à l'élève ou même, être positionnée pour lui sur le segment. Avec le logiciel de géométrie dynamique, l'outil « droite passant par deux points » ainsi que les deux extrémités du segment peuvent être sélectionnées pour lui.
L'aide est forte également si des instructions langagières et/ou gestuelles sur le choix ou sur le positionnement de l'objet technique sont données à l'élève, ou encore des instructions sur l'outil numérique et les objets géométriques à sélectionner. Ces instructions peuvent être données dans un langage technique géométrique, courant ou mixte, accompagné ou non de gestes déictiques et mimétiques.
L'aide est forte enfin si elle est donnée sous forme de schémas, accompagnés par un texte, présentant les différentes phases de l'utilisation d'instruments, comme par exemple les schémas suivants à propos de la construction de la droite parallèle à une droite (d) passant par un point A :



Extrait du manuel *Triangle 6ème*, p.125 HATIER, 2009

L'aide est faible si elle s'exprime sous forme d'une description langagière de l'action réalisée par l'élève : « Tu as pris / sélectionné tel objet technique », « Tu as placé ton équerre sur telle droite », « Tu as sélectionné tel point ». Une intervention de ce type apporte une rétroaction à l'élève. Elle lui permet de valider son action si elle est conforme à son intention d'agir ou elle peut lui suggérer une action oubliée à réaliser avec l'instrument (par exemple l'élève a mis un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite, et entendre la description de ce fait lui suggère qu'il doit aussi mettre l'autre côté de l'angle droit sur tel point).
Si les aides à fonction procédurale indirecte, sous forme langagière ou gestuelle, conduisent l'élève, non pas à formuler des étapes d'un programme de construction ou des propriétés géométriques, mais à formuler un programme de tracé ou à réaliser une action avec un objet technique, nous les identifions comme des aides technico-figurales faibles.
Enfin, une aide faible avec le logiciel de géométrie dynamique consiste à faire allusion à l'instrument qui serait utilisé dans l'environnement papier-crayon pour suggérer l'outil à sélectionner dans l'environnement numérique. Par exemple, le compas, qui permet de faire des reports de longueur dans l'environnement papier-crayon, peut suggérer l'utilisation de l'outil « cercle (centre - point) » du logiciel pour accomplir ces mêmes reports de longueur dans l'environnement numérique. Inversement dans l'environnement papier-crayon, une aide faible consiste à faire allusion à l'outil qui a pu être utilisé avec le logiciel de géométrie dynamique. Par exemple, l'outil « droite perpendiculaire » évoquera l'utilisation de l'équerre.

L'aide technico-figurale est nulle si l'action est réalisée de façon autonome par l'élève ou si elle est réalisée par un tiers qui suit ses instructions.

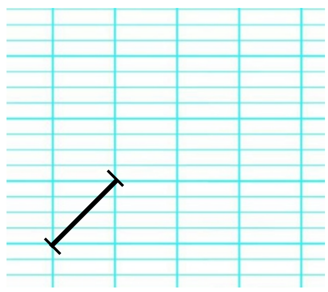
4. Aide technique à finalité géométrique

L'*aide technique à finalité géométrique* se situe au niveau de l'intention motrice du sujet, relativement aux relations spatiales à prendre en compte entre objets techniques matériels et objets graphiques pour réaliser la construction instrumentée de façon effective, et elle a pour but de conduire à la production d'une figure juste, c'est-à-dire visuellement conforme à la théorie. Elle concerne donc le choix à réaliser lorsqu'il s'agit d'ajuster un instrument par rapport à une trace graphique. Plusieurs choix d'ajustements sont en effet possibles, dans l'environnement papier-crayon, en fonction de caractéristiques des tracés, comme l'épaisseur des lignes ou leur longueur. Dans une action instrumentée à finalité géométrique, le choix du sujet est guidé par des connaissances géométriques qui viennent compléter celles déjà activées dans son intention d'agir initiale. Ces connaissances sont issues de déductions des propriétés géométriques utilisées de façon théorique pour la réalisation de la construction. Une aide qui s'appuie sur ces propriétés géométriques déduites constitue une *aide technique à finalité géométrique.* Cette aide n'existe pas dans l'environnement numérique.

Aide technique à finalité géométrique	
Dans l'environnement papier-crayon	Avec un logiciel de géométrie dynamique
(b) Ajuster l'instrument par rapport aux objets graphiques	

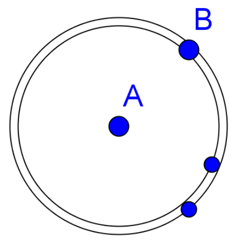
L'aide technique à finalité géométrique peut être donnée sous la forme d'une action réalisée à la place de l'élève ou par une instruction langagière et/ou gestuelle.

Par exemple, pour réaliser un prolongement du segment ci-contre, plusieurs positionnements de règle le long de ce segment sont possibles. Il y en aura d'autant plus que le trait est épais et de faible longueur. Une aide technique à finalité géométrique sous forme d'action consiste à réaliser l'ajustement de la règle pour l'élève, une fois qu'il l'a placée le long du segment, en faisant en sorte qu'elle suive bien les diagonales des carreaux, pour prendre ainsi en compte la conservation de la pente de la droite.



Autre exemple : à un élève qui trace les médiatrices d'un triangle en utilisant sa règle graduée pour placer chacun des milieux des côtés, et son équerre pour tracer chacune des perpendiculaires aux côtés en leur milieu, une telle aide peut être apportée au moment de l'ajustement de l'équerre pour le tracé de la dernière médiatrice : le positionnement de l'équerre doit être tel que le tracé passe par le point d'intersection des deux premières médiatrices. On fera alors en sorte que le tracé de la médiatrice passe bien par les trois points repérés, quitte à épaissir le trait, contrairement à ce qui se ferait dans la recherche d'une précision graphique.
Ces cas d'ajustements graphiques n'ont pas d'équivalent avec un logiciel de géométrie dynamique lorsque l'élève utilise une technique de construction correcte même si, par exemple, les points (objets géométriques) sont représentés par des gros points (●). En effet, un seul objet graphique représentant un objet géométrique est obtenu dès que ses éléments caractéristiques sont sélectionnés. Avec un logiciel de géométrie dynamique, l'élève ne peut être amené à des ajustements graphiques que s'il travaille dans une finalité graphique.

Par exemple, si pour tracer un cercle de centre A passant par le point B, l'élève prend l'outil « cercle (centre - point) », clique bien sur A, mais fait passer visuellement le cercle par B en cliquant sur un autre point, plusieurs cercles sont possibles si les points sont gros (figure ci-contre). Cependant, la construction n'est pas valide dans une finalité géométrique : lorsque l'on déplace le point A, le cercle ne passe plus par B.



L'aide qui consiste à indiquer à l'élève qu'après la sélection du point A comme centre, il doit sélectionner le point B, est relative à la technique de construction : c'est donc une aide technico-figurale. Nous ne l'aurions pas identifiée ainsi dans l'environnement papier-crayon.

5. Aide technique à finalité graphique

L'*aide technique à finalité graphique* se situe au niveau de l'intention motrice du sujet, relativement aux relations spatiales à prendre en compte entre objets techniques matériels et objets graphiques pour réaliser la construction instrumentée de façon effective, mais, à la différence d'une aide technique à finalité géométrique, elle a pour but de conduire à la production d'un dessin précis. Cette aide peut consister en un repérage visuel d'objets graphiques ou un repérage visuel de parties d'objets techniques, en le choix à réaliser pour ajuster un instrument par rapport à une trace graphique et en l'anticipation sur la faisabilité des tracés ou leur lisibilité.

Aide technique à finalité graphique	
Dans l'environnement papier-crayon	Avec un logiciel de géométrie dynamique
Repérage visuel	
(b) Repérer les objets graphiques (b) Repérer des parties de l'instrument	(b) Repérer l'icône de l'outil (b) Repérer les objets graphiques
Ajustement	
(b) Ajuster l'instrument par rapport aux objets graphiques	(b) Ajuster une trace graphique à l'aide du pointeur
Anticipation	
(c) Repérer la zone de tracé	(c) Repérer la zone de tracé

Repérage visuel

L'aide technique à finalité graphique peut être une aide au repérage visuel :

- repérage d'objets graphiques par un surlignage ou par un geste déictique ou encore par des rétroactions langagières (« Ton pointeur n'est pas sur le point A », « Le cercle de centre A, c'est celui-là »), facilitation du repérage par un support agrandi ;
- repérage de parties d'objets techniques comme par exemple une gommette collée au niveau du sommet de l'angle droit de l'équerre ou le pointage de l'icône d'un outil.

Ajustement

Dans une finalité graphique, l'ajustement d'un instrument par rapport à une trace graphique doit être aussi précis que possible : le degré de précision recherché est celui que permettent les instruments de contrôle. Une aide relative à cet ajustement peut être donnée par une action (ajustement de l'instrument réalisé à la place de l'élève) ou par une rétroaction verbale sur le positionnement de l'instrument effectué par l'élève. Cette rétroaction peut se présenter sous forme de constatations, d'injonctions ou de questions : « Ton équerre ne longe pas bien la droite », « Place bien ton équerre le long de la droite », « Est-ce que ton équerre est bien mise sur la droite ? » L'utilisation de l'adverbe « bien » marque cette recherche de l'ajustement, une fois le positionnement de l'instrument effectué. L'aide peut aussi être donnée sous forme de conseils ou de rappels, comme par exemple « N'oublie pas de tenir compte de l'épaisseur de la mine de ton crayon lorsque tu placeras ta règle sur les points.» L'aide technique à finalité graphique peut être simultanément une aide technico-figurale si n'est apparue aucune intention d'agir de la part du sujet. Si, par exemple, le sujet annonce qu'il va placer sa règle sur deux points en réalisant cette action de façon imprécise, une rétroaction du type « Place bien ta règle sur les deux points » est uniquement une aide technique à finalité graphique. En revanche, si le sujet n'annonce pas son intention d'agir, nous considérons l'aide comme étant à la fois technico-figurale (éventuellement non nécessaire) et technique à finalité graphique.

Anticipation

Parmi toutes les positions théoriques possibles d'un objet géométrique (point quelconque du plan, point sur une droite ou un segment, segment quelconque du plan, etc.), un choix spatial doit être fait pour placer sa représentation graphique sur le support afin que la production graphique finale soit matériellement réalisable, lisible, et par conséquent précise. Concernant la faisabilité des tracés, des contraintes matérielles sont à prendre en compte. Par exemple, pour faire un report de la longueur d'un segment au compas, les extrémités ne doivent être ni trop proches, ni trop éloignées : la faisabilité du report dépend de l'écart minimal et de l'écart maximal des branches du compas. Les limites du support doivent être aussi considérées pour que la production finale soit complète. Concernant la lisibilité des tracés, des contraintes graphiques doivent être considérées. S'il faut, par exemple, construire le symétrique d'un point quelconque par rapport à une droite support du côté d'un polygone déjà tracé, l'emplacement du point sera choisi de telle sorte que les traits de construction à réaliser ne se superposent pas à d'autres.

Une aide qui prend en compte les contraintes que nous venons d'énoncer vise à l'obtention d'un dessin lisible et matériellement réalisable : il s'agit d'une aide technique à finalité graphique. Elle nécessite une action mentale de représentation de l'objet graphique à tracer, pour anticiper la place que prendra l'objet graphique à produire sur le support. Cette anticipation nécessite des capacités à se représenter mentalement des tracés en mobilisant des connaissances géométriques, qui ne sont pas celles qui sont, et qui doivent être, activées dans l'élaboration d'un programme de tracé avec les objets techniques théoriques. Cette aide peut être donnée sous la forme d'une action, par le tracé de l'objet graphique initial (par exemple placement d'un premier point en théorie quelconque), ou sous forme de gestes déictiques (par exemple pointage ou parcours de la zone adéquate pour le point) accompagnant le langage (« Place le point ici »). Avec un logiciel de géométrie dynamique, une anticipation n'est pas forcément nécessaire. En effet, si le placement d'un premier objet graphique conduit à un dessin illisible parce que trop petit, ou incomplet parce qu'il sort des limites de l'écran, il est possible de déplacer le graphique ou de zoomer : cela constitue aussi une aide technique à finalité graphique.

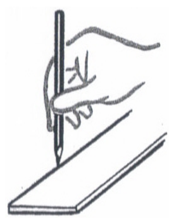
6. Aide manipulatoire

L'*aide manipulatoire* concerne les aspects corporels de la manipulation des objets techniques. Dans l'environnement papier-crayon, il s'agit de prendre l'instrument matériel et de le donner au sujet, de positionner (et d'ajuster) l'instrument par rapport aux traces graphiques, de le maintenir tout en traçant. Avec un logiciel de géométrie dynamique, il s'agit de sélectionner l'outil, puis les éléments caractéristiques de l'objet géométrique à représenter.

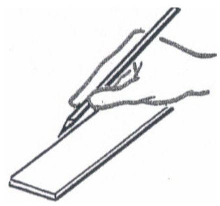
Aide manipulatoire	
Dans l'environnement papier-crayon	Avec un logiciel de géométrie dynamique
(a) Prendre / donner l'instrument matériel	(a) Sélectionner l'outil
(b) Positionner l'instrument par rapport aux objets graphiques	(b) Sélectionner les éléments caractéristiques de l'objet géométrique à représenter
(b) Ajuster l'instrument par rapport aux objets graphiques	
(c) Maintenir l'instrument	
(c) Tracer ou (c') Mesurer	

L'aide manipulatoire peut être donnée sous forme d'une action : la manipulation effective de l'objet technique est effectuée à la place de l'élève. Elle peut aussi être donnée sous forme langagière, éventuellement accompagnée de gestes, ou donnée sous forme de schémas, pour indiquer comment procéder avec le corps pour manipuler l'objet technique. Par exemple, dans l'environnement papier-crayon, elle peut consister en des conseils ou recommandations sur la position du corps par rapport à l'instrument (« Les doigts ne doivent pas dépasser du bord de la règle »), sur la vitesse de tracé (« Ralentis avant la fin du tracé le long de la règle ») ou sur les appuis (« Appuie plus fort sur la main qui maintient la règle que sur celle qui trace »). Ces recommandations peuvent être accompagnées de gestes de mime ou de schémas. Les schémas suivants présentent par exemple la bonne position à adopter avec la main pour tracer avec un crayon le long d'une règle :

Extrait du manuel *Initiation aux mathématiques*, classe de 6ème et cours complémentaires, p.125 ARMAND COLIN, 1964



bonne position



mauvaise position

Dans l'environnement numérique, l'aide manipulatoire consiste à donner des informations sur la façon d'utiliser les commandes : « Pour sélectionner cet outil, tu amènes le pointeur sur l'icône en déplaçant la souris et quand elle est en surbrillance, tu cliques », « Pour cliquer, tu enfonces et relâches très vite le bouton-poussoir gauche de la souris ». Elle consiste aussi à donner des conseils : « Pour tracer le cercle plus rapidement, tu peux appuyer sur la touche « Majuscule » en même temps que sur la flèche ». Elle consiste enfin à donner des explications : « Tu n'arrives pas à lâcher l'équerre parce que tu l'as saisie à un endroit que tu veux faire sortir de la zone de tracé. »
Une aide manipulatoire peut consister enfin à demander l'abandon de l'action telle que le sujet l'envisage, ou à le conduire à cet abandon, pour lever des difficultés manipulatoires (tracé avec les mains croisées ou avec un instrument mal équilibré) ou pour alléger les manipulations (recherche d'une économie gestuelle). L'élève peut être conduit à abandonner sa façon de faire s'il reçoit une aide d'une autre catégorie, associée à l'aide manipulatoire. Nous l'illustrerons dans la partie II.C.

7. Aide organisationnelle

L'*aide organisationnelle* répond à une visée organisationnelle des actions instrumentées. Dans un premier niveau, elle peut permettre une organisation temporelle :

- des actions élémentaires de chacune des actions instrumentées,
- des séquences de mouvements mises en jeu dans l'exécution des actions élémentaires.

Aide organisationnelle de premier niveau	
Dans l'environnement papier-crayon	Avec un logiciel de géométrie dynamique
(a) Prendre / donner l'instrument matériel	(a) Sélectionner l'outil
(b) Positionner l'instrument par rapport aux objets graphiques	(b) Sélectionner les éléments caractéristiques de l'objet géométrique à représenter
(b) Ajuster l'instrument par rapport aux objets graphiques	
(c) Maintenir l'instrument	
(c) Tracer ou (c') Mesurer	

Ces aides peuvent être données sous forme d'un mode d'emploi écrit, par exemple afin d'indiquer l'ordre des commandes à respecter pour utiliser un outil d'un logiciel de géométrique dynamique : 1) Sélectionner l'outil, 2) Sélectionner les éléments caractéristiques. Elles peuvent prendre également la forme d'un questionnement non inducteur du type : « Par quoi tu commences ? », « Que faut-il faire ensuite ? ». Ce même questionnement est une aide organisationnelle faible s'il aide l'élève à enchaîner ses étapes de construction. Dans une construction instrumentée qui nécessite un enchaînement de plusieurs actions instrumentées, une organisation temporelle des différentes étapes, correspondant chacune à une action instrumentée, est en effet à concevoir en amont pour aboutir à la production graphique attendue. L'élaboration de la chronologie d'un programme de construction ou d'un programme de tracé met en jeu des compétences organisationnelles mais surtout des connaissances géométriques, sémiotiques et techniques. Nous considérons que donner explicitement l'ordre des étapes d'une construction est une aide essentiellement géométrique ou technico-figurale.

Dans un second niveau, l'aide organisationnelle permet de bonnes conditions d'obtention de l'objet graphique par la mise en œuvre d'actions périphériques à l'action instrumentée. Sous forme d'une action, cela peut consister par exemple à procurer à l'élève l'instrument qu'il souhaite utiliser, à rendre son compas opérationnel (crayon vissé, mine taillée), ou encore à lui indiquer le chemin à suivre pour ouvrir tel ou tel fichier.

Aide organisationnelle de second niveau	
Dans l'environnement papier-crayon	Avec un logiciel de géométrie dynamique
Apprêter l'espace de travail	Apprêter l'espace de travail
Chercher l'instrument	Ouvrir un fichier
Apprêter l'instrument	

C. Grille d'analyse des aides

Pour une action instrumentée donnée dans l'environnement papier-crayon et avec un logiciel de géométrie dynamique, nous déterminons les types et catégories d'aides avec la grille d'analyse suivante, où nous avons inscrit les différentes actions élémentaires de l'action instrumentée. Chaque action élémentaire est mise en relation avec les visées auxquelles elle répond ainsi qu'avec l'intention d'agir ou l'intention motrice du sujet.

Composantes	organisationnelle	manipulatoire	technico-figurale	sémiotique
			Intention d'agir **Projet de gestes avec objets techniques :**	Nommer / décrire objet graphique ou objet géométrique, ses éléments caractéristiques ou propriétés
			(a) Choisir	
			(b) Positionner	
			(c) Tracer / (c') Mesurer	
	Intention motrice			
	Actions périphériques Apprêter l'espace travail Chercher l'instrument Apprêter l'instrument			
	Action principale avec l'objet technique			
	(a) Donner / prendre			
	(b) Positionner		(b) Repérer objets graphiques et parties d'instrument	
	(b) Ajuster		(b) Ajuster	
	(c) Tracer (c') Mesurer		(c) Repérer la zone de tracé (c') Repérer la mesure	
	(c) et (c') Maintenir			

Tableau 5.3. : Action instrumentée dans l'environnement papier-crayon

Composantes	organisationnelle	manipulatoire	technico-figurale	sémiotique
			Intention d'agir **Projet de gestes avec objets techniques :**	Nommer / décrire objet graphique ou objet géométrique, ses éléments caractéristiques ou propriétés
			(a) Sélectionner l'outil	
			(b) Sélectionner les éléments caractéristiques	
	Intention motrice			
	Actions périphériques Apprêter espace travail Ouvrir un fichier			
	Action principale avec l'objet technique			
	(a) Sélectionner l'outil		(a) Repérer l'outil	
	(b) Sélectionner les éléments caractéristiques		(b) Repérer l'icône de l'outil Repérer les objets graphiques	
			(c) Repérer la zone de tracé	

Tableau 5.4. : Action instrumentée avec un logiciel de géométrie dynamique

Des liens étroits existent entre les aides apportées pour l'exécution d'une action élémentaire puisque celle-ci est élaborée à la fois dans l'intention d'agir et dans l'intention motrice et aussi dans les différentes composantes de l'action instrumentée (organisationnelle, manipulatoire, technico-figurale). Ces liens sont marqués par les lettres (a), (b), (c) et (c'), qui correspondent aux différentes phases de l'action instrumentée principale, nous les avons explicitées dans le chapitre 2.
Il est donc possible qu'une aide donnée relève de plusieurs catégories. Par exemple, une aide forte manipulatoire sous forme d'une action de positionnement / ajustement d'un instrument englobe nécessairement une aide technique à finalité graphique relative au repérage des parties de l'instrument et des traces graphiques et à leur ajustement. En revanche, une aide langagière relative à un ajustement est une aide technique à finalité graphique, mais pas une aide manipulatoire. Une action consistant à donner l'instrument à utiliser à l'élève sans qu'il en ait fait la demande est une aide forte qui répond aussi simultanément à plusieurs visées. C'est en effet une aide à la fois manipulatoire et organisationnelle qui évite à l'élève la recherche de l'instrument et l'exécution des mouvements liés à sa préhension, mais c'est aussi une aide technico-figurale forte puisqu'elle induit une intention d'agir avec cet instrument, relative à son usage. Cela peut être également une aide géométrique faible si elle suggère à l'élève le tracé de l'objet géométrique que permet l'instrument. Si l'instrument est demandé par l'élève, ce dernier prend à sa charge la partie technico-figurale de l'action et l'action réalisée pour l'élève devient une aide forte à visées uniquement organisationnelle et manipulatoire. Ces exemples montrent aussi que la détermination des visées d'une aide à la réalisation d'une action élémentaire nécessite de savoir ce que le sujet aidé a pu dire ou faire à propos de cette action.
D'autres liens existent aussi entre certaines aides. Nous avons évoqué dans II.B.6 l'association de l'aide manipulatoire à une aide d'une autre catégorie pour contourner des difficultés manipulatoires ou alléger des manipulations. Nous l'illustrons par l'exemple de la construction du côté [BC] d'un triangle rectangle à partir de son côté [AB] déjà représenté, avec une équerre, dans l'environnement papier-crayon.

Le positionnement d'équerre ci-contre (image 1), correct dans une finalité géométrique, mettra en difficulté manipulatoire un élève gaucher à cause d'un croisement de mains nécessaire pour réaliser simultanément le maintien de l'équerre et le tracé le long. Une aide manipulatoire consiste donc à demander à l'élève de ne pas procéder de cette façon ou à l'y conduire.

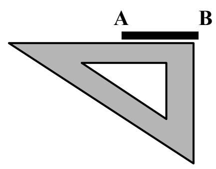


Image 1

L'élève peut donc être conduit à procéder autrement par une aide organisationnelle avec la demande de tourner sa feuille d'un demi-tour avant d'effectuer le tracé (image 2), pour qu'il soit dans une posture confortable.

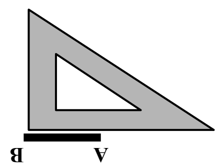


Image 2

Plutôt qu'une aide organisationnelle, une aide technico-figurale peut aussi être donnée, avec l'introduction d'une étape supplémentaire, à savoir un prolongement du segment [AB] du côté du point B, qui permettra un autre positionnement de l'équerre (image 3).

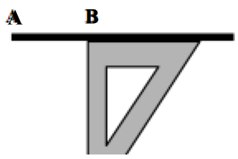


Image 3

Dans les tableaux suivants, nous représentons deux cas d'aides pour la réalisation d'une action instrumentée où l'élève reste autonome dans l'activité mathématique. Les parties grisées correspondent aux aides mathématiques données à l'élève par un tiers, les parties encadrées par des pointillés aux aides pratiques, et les parties blanches à ce que l'élève réalise en autonomie. Dans les deux cas présentés, l'élève reçoit une aide forte pour chacune des actions élémentaires réalisées pour lui. Plusieurs variantes sont possibles ensuite selon que des actions élémentaires sont prises en charge par l'élève ou pas dans l'exécution de l'action instrumentée.

1er cas : L'élève donne des instructions à un tiers en se plaçant dans une visée sémiotique de l'action instrumentée. Pour cela, il nomme l'objet géométrique avec ses éléments caractéristiques ou bien il décrit l'objet graphique qui le représente. L'autre lui apporte alors une aide forte à la fois organisationnelle, manipulatoire, technico-figurale et technique à finalité graphique, et éventuellement à finalité géométrique, en exécutant l'action instrumentée principale et les actions qui lui sont périphériques.

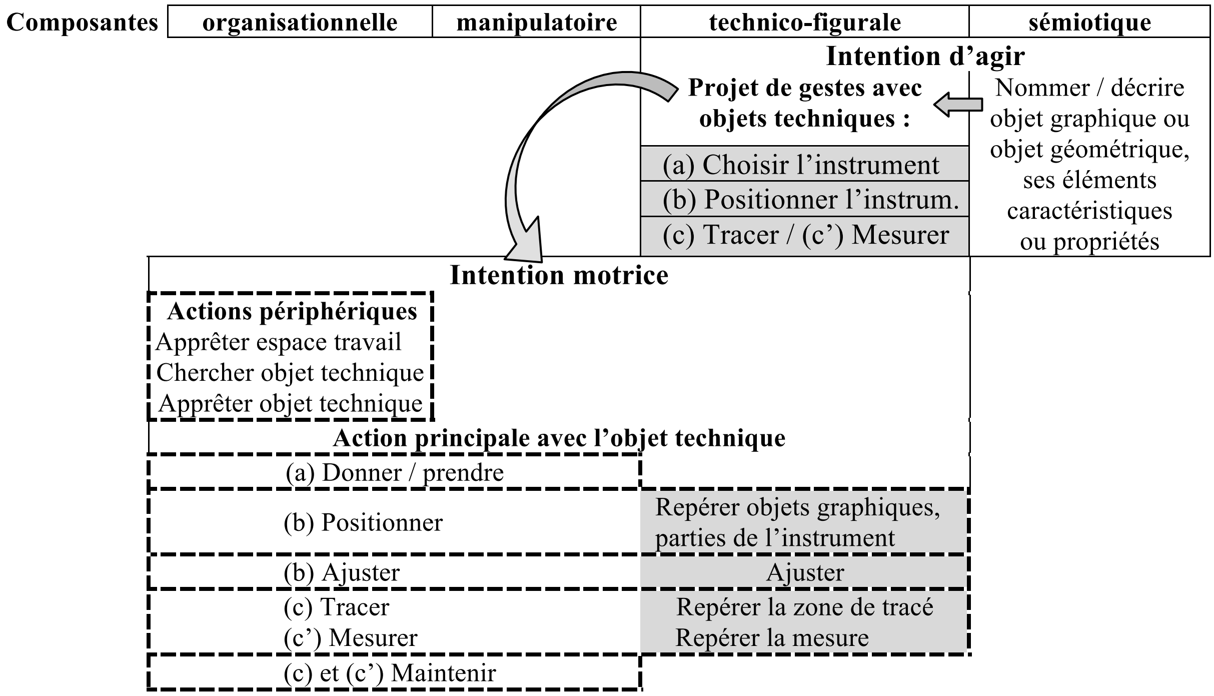


Tableau 5.5. : Action réalisée pour l'élève en suivant ses instructions à visée sémiotique

Par exemple, l'élève donne l'instruction de tracer la droite passant par les points A et B ou bien celle de tracer un trait droit qui commence avant le point A et qui va au-delà du point B. Celui qui apporte de l'aide va alors exécuter cette action instrumentée. Au niveau de l'aide technico-figurale, il choisit de prendre une règle avec l'intention de la positionner sur les deux points A et B et de tracer le long. Au niveau de l'aide organisationnelle de second niveau, il rend sa surface de travail plane, il taille son crayon, il cherche une règle. Au niveau de l'aide organisationnelle de premier niveau, de l'aide manipulatoire et de l'aide technique à finalité graphique ou géométrique, il exécute les différentes actions élémentaires : il prend la règle, la positionne après avoir repéré son bord droit et les deux croix qui représentent les points A et B, l'ajuste en tenant compte de l'épaisseur de la mine et il trace le long de la règle tout en la maintenant. Si l'ajustement est réalisé seulement en tenant compte des deux points, l'aide technique est à finalité graphique, tandis que si d'autres propriétés géométriques sont prises en compte, l'aide technique est à finalité géométrique.

<u>2ème cas</u> : L'élève donne des instructions à un tiers en se plaçant dans une visée technico-figurale de l'action instrumentée. Pour cela, il mentionne l'instrument à utiliser, il décrit son positionnement et le tracé à réaliser. L'autre lui apporte une aide forte à la fois organisationnelle, manipulatoire et technique à finalité graphique, et éventuellement à finalité géométrique, en exécutant l'action instrumentée principale et les actions qui lui sont périphériques.

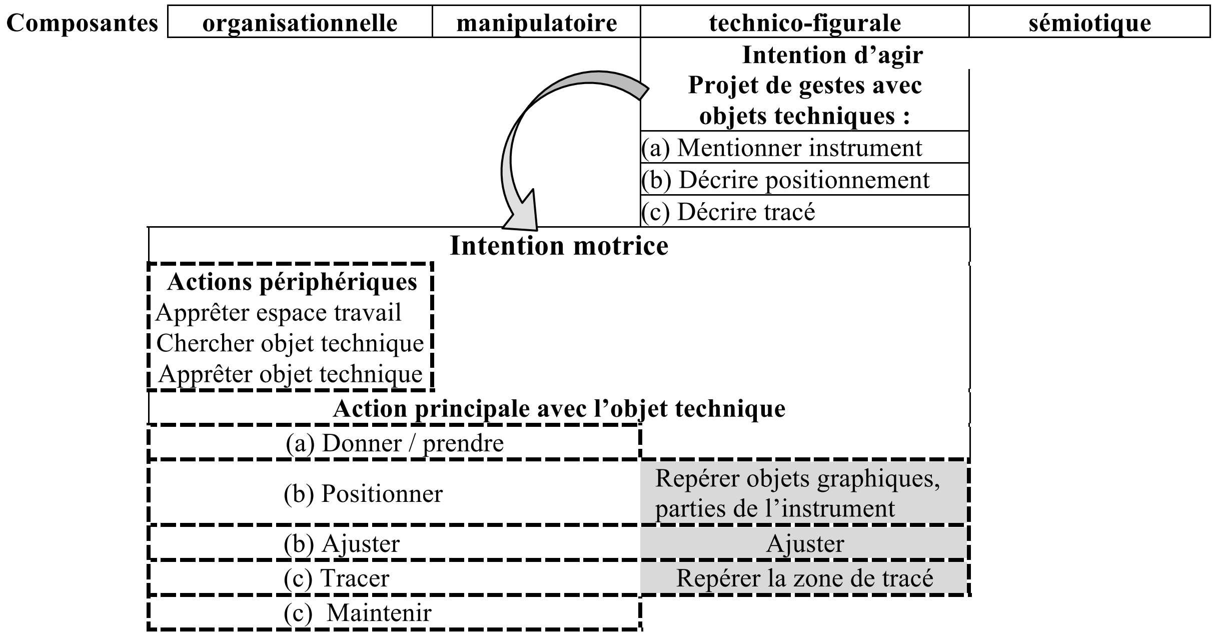


Tableau 5.6 : Action réalisée pour l'élève en suivant ses instructions à visée technico-figurale

Nous utiliserons le cadre d'analyse des aides, dans les chapitres 6, 7 et 8, pour étudier des épisodes où des élèves dyspraxiques réalisent des constructions instrumentées avec l'intervention d'un tiers dans différents contextes. Nos analyses des aides se situent à un niveau micro, l'unité d'analyse choisie étant l'action élémentaire. Celle-ci peut être de très courte durée, parfois inférieure à une seconde. Il est souvent impossible de bien repérer la façon dont chaque action élémentaire se déroule à la première observation, d'où l'importance d'avoir des données filmées pour y revenir.
Nous étudions à chaque fois un court épisode de construction instrumentée, mais nos interprétations de la signification de certains gestes ou paroles ne se restreignent cependant pas toujours au contenu de cet épisode : elles s'appuient aussi sur ce que nous avons pu observer des séances qui précèdent ou ont suivi celle de l'épisode étudié.
Notre cadre d'analyse nous permet d'identifier des catégories d'aides purement mathématiques (géométrique, graphique, technico-figurale) en lien avec les apprentissages géométriques que produit la construction instrumentée, ainsi que des catégories d'aides pratiques qui peuvent être compensatoires aux difficultés causées par le handicap de l'élève dyspraxique visuo-spatial : l'aide organisationnelle pallie son manque d'organisation, l'aide manipulatoire ses troubles praxiques, l'aide technique à finalité graphique et/ou géométrique pallie ses troubles visuo-spatiaux. Les aides portant sur la partie perceptive de la composante technico-figurale de l'action instrumentée mettent en jeu des connaissances géométriques indissociables de la prise en compte de contraintes pratiques dans certains cas (utilisation de propriétés déduites pour obtenir une figure juste ou anticipation sur la figure à obtenir pour éviter les problème matériels de sortie de support, etc.) Ces connaissances ne sont cependant pas communes à celles qui doivent être activées dans l'analyse de l'objet géométrique à

construire et dans l'élaboration d'un programme de tracé ou de construction mobilisant ses propriétés géométriques.
L'étude de la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe nous permettra de mettre en évidence les types et catégories d'aides qui lui sont apportées spontanément en réponse aux difficultés liées à son handicap.

Chapitre 6

Étude de l'aide apportée par un tiers à l'élève dyspraxique

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'activité de deux élèves dyspraxiques visuo-spatiaux scolarisés en classe de sixième ordinaire lors de types de tâches de construction instrumentée dans l'environnement papier-crayon, ainsi qu'à l'aide qui leur est apportée par une tierce personne : une Auxiliaire de Vie Scolaire pour l'élève C, l'enseignante de la classe pour l'élève M. Dans les deux cas d'échanges en dyade, « Élève dyspraxique - Auxiliaire de Vie Scolaire » et « Élève dyspraxique - Enseignante », l'aide est donnée par un adulte qui n'est pas dans la même position que l'élève, présent en classe pour apprendre. Cependant, les deux adultes n'ont pas la même fonction : dans la première dyade, l'Auxiliaire de Vie Scolaire doit accompagner l'élève dyspraxique pour suppléer aux difficultés provoquées par son handicap, dans la deuxième, l'enseignante doit faire acquérir des connaissances géométriques à l'élève dyspraxique, comme à tous les élèves de la classe.

L'objectif de l'étude exposée dans ce chapitre est de repérer les obstacles aux apprentissages géométriques rencontrés par les deux élèves dyspraxiques afin de faire des propositions de remédiation.

Nous réalisons d'abord un état des lieux en identifiant leurs difficultés et les aides d'ores et déjà proposées. Ainsi, nous regardons à quelle difficulté chaque aide donnée répond et pour quels résultats. Pour chaque aide apportée, nous en précisons le type (mathématique ou pratique), la catégorie (géométrique, graphique, technico-figurale, technique à finalité géométrique, technique à finalité graphique, manipulatoire ou organisationnelle), la nature (action, langage, gestes) et l'intensité (forte, faible). Nous déterminons aussi si les types d'aides semblent être spécifiques à la fonction de l'adulte qui les donne.

Après ces constats observatoires, nous effectuons un bilan pour identifier des besoins que les aides observées ne satisfont pas et proposer d'autres types d'aide pour y remédier.

Sommaire du chapitre 6

I. Dyade élève dyspraxique - Auxiliaire de Vie Scolaire

A. Présentation de l'épisode sélectionné

L'épisode sélectionné est issu d'une séquence sur la symétrie axiale. Dans une première étude de la séquence (Petitfour, 2014), nous avons déterminé de façon globale l'impact des différentes ressources sémiotiques (langage, gestes, manipulations, animations dans l'environnement numérique, représentations graphiques et signes graphiques) sur les apprentissages de l'élève C.
L'épisode choisi fait partie de la première séance sur la symétrie axiale. Une Auxiliaire de Vie Scolaire intervient auprès de deux élèves : à sa droite l'élève C, dyspraxique visuo-spatial, et à sa gauche l'élève C', dyspraxique. Cette séance a lieu en janvier 2011. Nous l'avons filmée avec une caméra fixe sur l'élève C et l'Auxiliaire de Vie Scolaire, ainsi qu'avec une caméra fixe au fond de la classe, donnant une vue d'ensemble sur les élèves, le tableau et l'enseignante. Afin d'avoir des points de comparaison, nous avons également filmé l'activité de deux élèves non dyspraxiques de la classe, l'élève A et l'élève B, voisins l'un de l'autre, avec une caméra mobile. L'élève A, dyslexique, redouble sa classe de sixième et l'élève B est une élève faible.
La transcription de l'épisode (annexe 6.1) est présentée sur trois colonnes : la première relate les interactions de l'enseignante (P) avec la classe, la seconde les interactions entre l'élève C et l'Auxiliaire de Vie Scolaire (AVS), et la troisième l'activité de l'élève A et de l'élève B. Les interventions de la transcription sont numérotées dans l'ordre où elles apparaissent dans le temps. Un même numéro est donc donné pour des interventions simultanées le cas échéant. Nous avons observé les actions, les gestes et le langage oral de l'enseignante, des élèves (nous notons $é_1$, $é_2$, etc. lorsqu'il s'agit d'autres élèves que ceux étudiés) et de l'AVS, grâce au visionnement des différentes vidéos réalisées. Les actions et les gestes sont notés en italique. Lorsque le codage // précède la description de gestes ou d'actions, ou une formulation, cela signifie qu'ils sont simultanés à la parole, au geste ou à l'action transcrits juste avant.

La notion de symétrie axiale a été réactivée au début de la séance par une activité de pliage le long d'une droite et décalquage d'une forme polygonale figurative, à savoir une cocotte. Les objets graphiques, constitués de l'axe de symétrie et des deux cocottes symétriques, ont alors été considérés comme un dessin, avec des propriétés graphiques assimilées aux propriétés géométriques. Ainsi, les propriétés géométriques vérifiées par deux points symétriques ont été révélées à l'aide des instruments : d'une part l'équerre pour la perpendicularité de l'axe de symétrie avec le segment d'extrémités un point et son symétrique, d'autre part le compas pour l'égalité des longueurs correspondant aux distances de l'axe de symétrie à chacune des extrémités du segment, formées par un point et son symétrique. Une technique de construction à l'équerre et au compas du symétrique d'un point M par rapport à une droite (d) a été ensuite présentée collectivement à la classe : il s'agissait donc de la première rencontre des élèves avec cette technique. L'élève C, interrogé au tableau, est venu positionner l'équerre. Après trois propositions de placement erronées, où n'étaient pris en compte que le point M ou que la droite (d), et grâce à un étayage de l'enseignante, l'élève C a placé correctement l'équerre. L'enseignante l'a aidé alors à tracer le long de l'équerre, du point M à l'axe de symétrie. La construction a été achevée grâce à des interventions d'autres élèves, du fait que l'élève C ne savait comment poursuivre le tracé. Une demi-heure s'est écoulée depuis le début de la séance. L'épisode de construction individuelle du symétrique d'un point par rapport à une droite, que nous analysons, démarre à ce moment-là et dure 4 min 28. Nous le décomposons en un premier temps de passation des consignes et placement d'un point M et en un deuxième temps de construction à l'équerre et au compas du point M', symétrique de

M par rapport à l'axe (d), qui s'achève par une vérification de la construction par pliage. Dans le premier temps, l'enseignante est au tableau et s'adresse à la classe. Ensuite, elle se déplace pour aider les élèves individuellement ; cependant ses interventions orales sont formulées avec la même intensité de voix que lorsqu'elle parle à la classe. Elles sont donc accessibles à tout élève de la classe qui y prêterait attention.

B. Analyse de l'activité de l'élève C et de ses interactions avec l'AVS

Nous avons décomposé l'activité en un temps de passation des consignes avec une première étape de placement d'un point M et en un temps de construction du point M' symétrique du point M par rapport à la droite (d) découpé en trois étapes. Pour chaque étape, nous présentons nos observations sur la dyade « élève C-AVS », puis nous effectuons un bilan des aides apportées à l'élève C, nous exposons enfin nos observations sur l'élève A et l'élève B et une comparaison avec l'élève C.

1. Passation des consignes, placement d'un point M

Les élèves doivent réaliser sur leur feuille la construction qui vient d'être présentée collectivement au tableau, avec équerre et compas, pour pouvoir la valider en utilisant les propriétés graphiques du dessin obtenu. Le point M' devra se superposer au point M après pliage le long de l'axe (d). Cela implique la réalisation d'une construction précise avec les instruments, de même qu'un pliage précis le long de l'axe.
La consigne est donnée par l'enseignante après la réalisation de la construction au tableau, avec ordre et contre ordre : après avoir dit aux élèves de ne pas faire sur leur feuille la construction du symétrique du point M par rapport à l'axe (d) qui vient juste d'être réalisée au tableau, elle change d'avis et les informe du type de tâches qu'ils auront à effectuer (1. P : « On va peut-être le faire, comme ça, on va vérifier par le pliage que ça marche. »)

Observations sur la dyade « élève C - AVS »

Pendant cette intervention orale de l'enseignante, l'élève C joue avec son compas : l'AVS le lui prend. Une passation de la consigne avant la construction collective aurait probablement permis à l'élève C une meilleure mise en condition pour le travail. L'AVS lui apporte ainsi une aide organisationnelle forte en empêchant son action parasite pour le conduire à se concentrer sur ce que dit l'enseignante. Celle-ci donne tout d'abord des indications pour le placement du point M, en commençant par montrer aux élèves où ils trouveront de la place sur leur document de travail, qui est la feuille de format A5 qu'ils viennent de plier le long de la droite (d) et où figurent les constructions réalisées en début de séance.

2. P : Je pense que vous, vous avez plus de place vers le haut que vers le bas non ?
// *Sur le document d'un élève présenté à la classe, pointage en haut avec l'index, puis en bas.*

L'AVS, qui saisit ce que l'enseignante va attendre des élèves, court-circuite la fin de ses instructions en demandant à l'élève C de placer un point M, tout en lui indiquant avec l'index la zone de sa feuille où le placer :

3. AVS : Tu places un point par là.
// *L'AVS fait des cercles rapides, avec son index, sur une zone en haut de la feuille.*
4. *L'élève C prend son crayon et s'apprête à écrire.*

L'élève C s'apprête à écrire mais l'AVS lui demande de réaliser avant une action organisationnelle, à savoir tailler son crayon (5. AVS : « Tiens, tu vas p't'être un peu tailler ton crayon // *L'AVS prend le taille-crayon et le donne à l'élève C.*) L'élève C n'a ainsi pas accès à la fin des explications de l'enseignante pour le positionnement du point M. Un élève dyspraxique n'est, en effet, pas en mesure de réaliser une tâche qui lui demande une concentration importante pour coordonner ses mouvements, ici tailler son crayon, tout en continuant d'écouter ce que dit l'enseignante. En indiquant par un geste déictique où placer le point M, l'AVS prend à sa charge, tout comme l'enseignante, l'anticipation nécessaire pour que la trace graphique ne sorte pas du support. Cependant, elle n'informe pas l'élève C des raisons de ce choix, contrairement à ce que fait l'enseignante en donnant cette explication à la classe (9. P : « Alors, pas trop loin de l'axe hein, sinon vous allez sortir // *pointage sur la feuille présentée à la classe* »*)*. Le point M peut être en théorie quelconque, mais des contraintes matérielles vont restreindre les choix possibles : le symétrique du point choisi doit pouvoir être représenté sur le document de travail. L'enseignante tient compte aussi d'une contrainte graphique qu'elle n'explicite pas : celle de la lisibilité de la construction. Il y a en effet aussi de la place sur le côté de la feuille, comme le remarque l'élève $é_1$, mais les tracés réalisés à cet endroit risqueraient de se superposer aux figures déjà présentes et pourraient alors constituer une gêne pour les élèves qui ne maîtrisent pas encore la technique de construction. Sur un support suffisamment grand, ce n'est pas le cas ici, d'autres contraintes pourraient aussi apparaître : le point M ne devrait pas être à une distance de l'axe de symétrie supérieure à la longueur du plus grand côté de l'angle droit de l'équerre ou de l'écartement maximal du compas. Par ailleurs, le point M ne doit pas non plus être trop proche de la droite (d), la manipulation du compas serait rendue difficile et la trace graphique peu lisible. Différentes demandes de précision mettent en évidence le fait que des élèves n'ont pas saisi ce qui devait motiver le choix du positionnement du point M sur le support :

10. P : Allez, placez-moi un point M // *Elle pointe sur la feuille présentée à la classe.*
11. $é_2$: N'importe où ?
12. P : N'importe où, mais pas trop loin // *Elle pointe le point M au tableau.*

L'enseignante, dans la réponse qu'elle donne (12) se situe, pour le placement du point M, dans une finalité géométrique (« N'importe où »), puis rappelle la finalité graphique (« mais pas trop loin ») qu'elle vient de justifier (9). De plus, elle passe d'un geste déictique de pointage en haut d'un support élève présenté à la classe (10) à un geste déictique de pointage du point M au tableau (12). Or, sur le tableau, le point M a été placé en dessous des constructions, cela provoque deux nouvelles interventions d'élèves qui n'ont pas saisi le domaine d'interprétation attaché à ce point M. Ils s'interrogent encore sur le lieu à choisir pour ce point car ils avaient retenu de l'intervention (2) de l'enseignante, comme contrainte donnée, celle de se placer en haut de la feuille et non celle de se placer où ils avaient le plus de place sur la feuille (13. $é_3$: « En d'sous ? », $é_4$: « Là ? »)

Pour placer un point M sont en jeu, non seulement des connaissances pratiques sur les aspects graphiques et matériels, mais aussi des compétences visuo-spatiales en termes de représentation spatiale, ainsi que des connaissances géométriques : il est nécessaire d'anticiper le lieu du point M', symétrique de M par rapport à (d). Cette capacité à anticiper le tracé final peut avoir été développée en partie à l'école primaire dans des activités de construction de symétriques sur quadrillage ou par pliage et décalquage ou alors dans des activités de reconnaissance de configurations symétriques. Cependant, les situations où une anticipation est indispensable pour ne pas sortir du support sont peu fréquentes pour les élèves, car habituellement l'enseignant fait en sorte de laisser la place nécessaire pour les tracés sur les supports qu'il donne. Cela fait d'ailleurs partie du contrat didactique : un élève qui serait amené à sortir du support remettrait automatiquement en cause la validité de sa construction.

Il est difficile pour l'élève C de repérer spatialement une zone montrée sur un support pour la retrouver sur son propre support, d'autant plus qu'il doit faire une transposition d'une présentation verticale à une présentation horizontale, et que le support présenté par l'enseignante est petit : la feuille est de format A5 et l'élève C est assis au fond de la classe. Le laisser autonome dans un tel repérage spatial le conduirait à être « victime » d'un mauvais choix, c'est-à-dire démarrer la construction, s'interrompre parce qu'il doit sortir de la feuille, gommer et recommencer, sans pour autant savoir tirer bénéfice de sa première expérience de tracé. Lorsque l'AVS pointe sur le support de l'élève C la zone où il doit placer le point M, elle lui apporte une aide technique à finalité graphique à double titre : il s'agit non seulement d'une aide au repérage visuel d'une zone de tracé sur le support, mais aussi d'une aide évitant une anticipation du tracé à obtenir. L'AVS transmet ainsi à l'élève C la prise en charge par l'enseignante de cette anticipation, sans l'apport d'explications cependant : l'aide de l'enseignante à la classe était un peu plus élaborée.
Une fois données les explications pour le placement du point M, l'enseignante énonce le type de tâches que les élèves doivent accomplir (15. P : « Et vous allez me faire cette construction de symétrique »). Elle voit qu'un élève au premier rang s'est contenté d'écrire la lettre M sur sa feuille sans marquer le point par une croix, elle revient alors au tableau en faisant une remarque adressée à l'élève, mais formulée à voix haute pour la classe.

16. P : Attention, un point, il faut une petite croix pour le signaler, é$_5$, pas juste le nom hein.
// Elle fait une croix sur celle du tableau avec l'index et pointe de la lettre M

L'enseignante énonce ainsi une connaissance sémiotique, qui fait défaut à l'élève, sur la représentation graphique d'un point. Des gestes déictiques de parcours (parcours de la croix avec l'index) et de pointage (pointage de la lettre M) renforcent sa remarque verbale. Après avoir relancé le travail, elle donne une aide géométrique forte en formulant le premier objet géométrique à tracer dans la technique de construction à mettre en œuvre, dans un langage géométrique incomplet (20. P : « Vous me tracez d'abord la perpendiculaire »).
Les éléments caractéristiques de « la perpendiculaire », la droite à laquelle elle est perpendiculaire et le point par lequel elle passe, restent implicites : les élèves doivent se référer à « la » perpendiculaire tracée collectivement juste avant. L'enseignante passe dans les rangs et regarde ce que font les élèves ; ce faisant, elle continue à donner des indications à la classe par oral. Elle va en particulier formuler dans un langage technique géométrique le positionnement de l'équerre par rapport à l'axe de symétrie et par rapport au point M, en laissant implicites les parties de l'équerre à considérer (23. P : « L'équerre sur l'axe hein, on place l'équerre sur l'axe.», 24. P : « Et, il faut qu'ça passe par M. »)
L'élève C, tout à son activité de taille de crayon, ne bénéficie pas de ces apports de l'enseignante. Celui concernant la représentation du point par une croix (16) s'avère lui être utile et lui est redonné partiellement par l'AVS le moment venu, alors qu'il se contente d'écrire la lettre M, une fois son crayon taillé (26. AVS : « Alors, fais la croix »).
L'aide graphique apportée par l'AVS dans un langage courant diffère de celle donnée par l'enseignante. En effet, le lien entre l'objet géométrique (le point) et les traces graphiques (le nom du point et la croix) avait été formulé par l'enseignante : le nom ne suffit pas à signaler un point, il faut une petite croix. L'enseignante se place ainsi dans une visée sémiotique, en apportant une aide graphique élaborée, alors que l'AVS laisse implicite dans son discours l'objet géométrique à représenter : à côté de la lettre M, il faut une croix. L'élève C marque la croix près de la lettre M, à un endroit tel que la lettre va se trouver sur le tracé de la perpendiculaire. Ceci conforte ce que nous écrivions précédemment à propos de ses difficultés de représentation spatiale : il n'anticipe pas le tracé qu'il va faire sur sa feuille. Cela peut d'autant plus surprendre qu'il vient de réaliser au tableau un tracé analogue à celui attendu.

L'élève C est prêt à démarrer la construction du symétrique du point M par rapport à la droite 35 secondes après l'instruction donnée par l'enseignante (15. P : « Et vous allez me faire cette construction de symétrique »), et cela à cause d'un temps important accordé à la taille de son crayon. Dans cette dernière tâche, il semble n'être pas capable de s'arrêter par lui-même, n'estimant jamais la mine de son crayon assez pointue. L'AVS lui demande d'arrêter au bout de 20 secondes de taille, puis de 27 secondes, et enfin de 32 secondes, il persiste malgré ses demandes, qui ne sont que tentatives d'aide organisationnelle. Il finit enfin par s'arrêter au bout de 45 secondes. Cette action organisationnelle de taille de crayon est coûteuse en temps et en énergie pour l'élève C dont les compétences praxiques sont fragiles, mais surtout, elle lui fait manquer des indications nécessaires à la construction, formulées par l'enseignante. L'apprêt du crayon est utile pour obtenir un dessin précis et soigné et elle est évidemment incontournable lorsque la mine du crayon est cassée. Dans cette séance, l'enseignante n'a pas évoqué cet aspect matériel comme préalable à la réussite de la construction. Elle n'impose d'ailleurs même pas l'utilisation d'un crayon de papier, comme le montre sa réponse à un élève :

18. é$_6$: On peut l'faire en couleur ?
19. P : Oui, oui, si vous voulez.

Cette tâche périphérique à l'activité géométrique est à l'initiative de l'AVS qui l'impose à l'élève C : elle lui demande de tailler son crayon, tout en lui donnant son taille-crayon. Nous pouvons considérer cette intervention comme une aide organisationnelle faible apportée à l'élève C. Cela peut être motivé par le fait que l'AVS doive aussi apporter de l'aide à l'élève C' : pendant que l'élève C taille son crayon, elle peut s'occuper de cet autre élève, et peut être à nouveau disponible pour l'élève C au moment où il commence sa construction. Cela peut être motivé aussi par le souhait de l'AVS de laisser à l'élève C une part d'autonomie dans des tâches organisationnelles.

Bilan des aides apportées à l'élève C

Dans cette première phase de l'activité, l'élève C a reçu de la part de l'AVS des aides pratiques. Il a en effet reçu des aides fortes non élaborées, tout d'abord pour le rendre attentif à la consigne (confiscation de l'objet qu'il manipule) et ensuite pour le conduire au placement d'un point M sur le support (geste déictique de parcours d'une zone adéquate sur sa feuille). Il a également reçu des aides relatives à l'apprêt de son crayon (aide forte avec le taille-crayon donné, aide faible avec le conseil de tailler le crayon et tentative d'aide avec les instructions d'arrêter de le tailler).
Une aide mathématique lui a aussi été donnée (aide graphique avec une instruction en langage courant sur l'objet graphique à tracer : la croix). Au vu de sa production, cette aide aurait pu être complétée par une aide technique à finalité graphique avec une localisation appropriée de la croix par rapport à la graphie du nom du point.

Observations sur l'élève A et l'élève B, comparaison avec l'élève C

L'élève C est prêt à passer à la construction du point M' au bout de 77 secondes après le démarrage de la consigne, l'élève B au bout de 47 secondes et l'élève A au bout de 41 secondes.
L'élève A et l'élève B sont tous deux attentifs à ce que dit et montre l'enseignante, durant le moment de passation des consignes, leur regard va du support présenté à leur propre support. L'élève B donne réponse à l'enseignante, ce qui conforte l'idée qu'elle repère bien ce que montre l'enseignante :

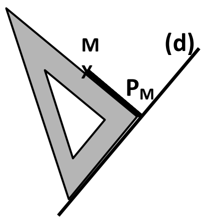
2. P : Je pense que vous, vous avez plus de place vers le haut que vers le bas non ?
// *sur un « document élève » présenté à la classe, pointage en haut avec l'index, puis en bas.*
3. B : Oui

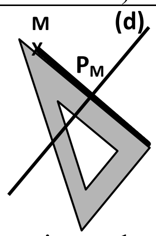
Suite à la demande du placement d'un point M (8), l'élève A le place immédiatement tandis que l'élève B cherche un crayon dans sa trousse. Elle le trouve au moment où l'enseignante énonce la construction attendue (15), l'élève B fait alors une croix sur sa feuille et écrit M. La remarque de l'enseignante sur la façon de représenter un point (16) lui est inutile, de même qu'elle l'est pour l'élève A.

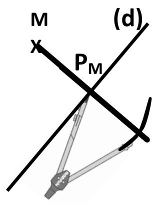
2. Construction du point M', symétrique du point M par rapport à la droite (d)

Les instruments imposés par l'enseignante pour réaliser la construction sont l'équerre et le compas. Nous décomposons la construction instrumentée en trois étapes en nous basant sur la technique présentée collectivement au tableau. Les deux premières étapes aboutissent à la construction de la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M, à l'aide de l'équerre (*étape a* puis *étape t_p*). Il s'agit de la droite (MP_M), avec P_M[37] projeté orthogonal du point M sur la droite (d). La dernière étape consiste à construire le point M', avec P_M milieu du segment [MM'], à l'aide du compas (*étape c*). Nous avons ainsi découpé la construction du point M' en treize actions que nous présentons dans le tableau suivant :

Étape a	**Étape t_p**	**Étape c**
Perpendiculaire à (d) passant par M : (MP_M)		M' avec P_M milieu de [MM']
1) Prendre l'équerre	6) Garder l'équerre	10) Prendre le compas
2) Mettre un côté de l'angle droit sur (d) 3) et l'autre sur M	7) Placer l'équerre le long du tracé	11) Prendre l'écartement MP_M 12) Placer la pointe du compas sur P_M
4) Maintenir l'équerre 5) et tracer le long du côté où se situe M	8) Maintenir l'équerre 9) et tracer un prolongement du tracé réalisé en 5)	13) Tracer un arc de centre P_M et de rayon MP_M intersectant [MP_M) et repérer M'







À cela s'ajoutent éventuellement des actions de codage d'un angle droit formé par les perpendiculaires (d) et (MP_M) et de l'égalité des longueurs MP_M et P_MM'.

Analyse de l'*étape a*

Observations sur la dyade « élève C - AVS »

L'élève C démarre l'*étape a* 20 secondes après qu'elle a été lancée par l'enseignante, au moment où elle donne des instructions pour l'*étape t_p*. Dès qu'il a placé le point M, l'AVS prend complètement à sa charge l'action n°1 (28. AVS : « Maintenant, l'équerre // *L'AVS saisit l'équerre.*») Le fait qu'elle donne l'équerre à l'élève C lui apporte une aide organisationnelle forte, compensatoire de son handicap : cela lui évite de passer du temps à la chercher. Cependant donner tout en annonçant l'instrument à utiliser en premier dans la construction est aussi une aide technico-figurale forte, cela n'est en rien comparable à l'aide

[37] Nous nommons ce point pour faciliter notre description de la construction, mais le nom de ce point n'apparaît pas sur les productions que nous avons observées.

qu'apportait l'AVS en procurant à l'élève son taille-crayon (aide organisationnelle forte). En effet, derrière l'intention d'utiliser l'équerre, peuvent être activées des connaissances géométriques avec l'intention de produire un angle droit, et également des connaissances techniques, c'est-à-dire savoir que l'équerre permet de tracer un angle droit. Nous ne pouvons pas déterminer si cette aide était vraiment nécessaire car l'AVS ne laisse pas l'occasion à l'élève C de se prononcer sur le choix de l'instrument. Ce choix aurait pu découler de la formulation de l'enseignante pendant qu'il taillait son crayon, s'il l'avait perçue (20. « Vous me tracez d'abord la perpendiculaire ») ou alors du souvenir de cette *étape a* qu'il vient de réaliser au tableau. L'enseignante l'avait d'ailleurs interrogé parce qu'il avait mentionné à voix haute l'équerre au moment de démarrer la construction. L'élève C effectue un premier positionnement de l'équerre et reçoit une rétroaction verbale de la part de l'AVS :

29. *L'élève C place l'équerre avec un côté de l'angle droit sur le point M, ce côté traverse l'axe (d) et est placé visuellement de façon perpendiculaire à cet axe.*
30. AVS : Voilà, il faut que ça passe par M.

L'AVS décrit la contrainte instrumentée prise en compte par l'élève C dans son positionnement de l'équerre, en reprenant mot pour mot ce qui avait été énoncé par l'enseignante à la classe (24), avant qu'il ne place son point M. Cette formulation peut constituer une aide pour l'élève C à plusieurs titres. Tout d'abord, elle peut l'informer que la réalisation de son action est bien en concordance avec son intention, si elle était bien de faire passer un côté de l'angle droit de l'équerre par le point M, et dans ce cas, cette aide technique à finalité graphique permet de compenser le handicap. L'élève n'est en effet pas en mesure d'estimer de façon fiable la précision du positionnement de l'instrument. Elle peut aussi constituer une aide technico-figurale faible dans deux cas, selon l'interprétation que fait l'élève C de l'intervention verbale de l'AVS (30) :

- il peut l'interpréter comme une validation de l'action n°3 qu'il vient de réaliser,
- l'absence de formulation de la contrainte de perpendicularité que permet d'obtenir l'équerre peut lui suggérer qu'il ne l'a pas prise en compte de façon instrumentée.

L'élève C poursuit alors le positionnement de l'équerre :

31. *L'élève C glisse l'équerre tout en gardant le côté de l'angle droit sur M jusqu'à ce que l'autre soit approximativement sur la droite (d).*
32. AVS : Ton équerre bien positionnée sur la droite (d) *// Elle ajuste l'équerre.*

Tandis que l'élève C positionne son équerre, l'AVS reformule l'autre contrainte énoncée par l'enseignante à la classe et permettant de positionner l'équerre (23. P : « L'équerre sur l'axe hein, on place l'équerre sur l'axe »), dans la finalité graphique selon laquelle le tracé doit être précis, et donc où l'équerre doit être « bien » positionnée. L'enseignante s'était également placée dans cette finalité graphique (26. P à B : « Attention, c'est pas bien fait »). L'AVS complète simultanément son injonction de bien placer l'équerre par une aide manipulatoire forte en accompagnant avec sa main la main de l'élève C dans l'ajustement de l'instrument. Elle poursuit son aide en prenant en charge le maintien de l'équerre et celui du support, tandis que l'élève C trace un trait le long de l'équerre, du point M à l'axe (d). Il achève l'*étape a* au moment où l'enseignante annonce pour la deuxième fois l'*étape b* :

33. P : Allez, on prolonge.
// L'AVS maintient l'équerre d'une main et le support de l'autre.
// L'élève C trace du point M à la droite (d), le long de l'équerre.

Bilan des aides apportées à l'élève C

L'élève C est fortement aidé par l'AVS dans cette *étape a*, par des aides pratiques, sous forme d'actions (l'AVS donne, ajuste et maintient l'équerre, elle maintient également le support), l'équerre donnée constitue également une aide mathématique.
Des aides mathématiques (aides faibles à visée technico-figurale) de nature langagière sont aussi apportées : l'AVS retransmet les instructions données un peu plus tôt par l'enseignante à la classe, à savoir celles relatives au positionnement de l'équerre par rapport à la droite (d) et au point M, formulées dans le même langage technique géométrique, simultanément aux actions de l'élève C. En revanche, elle ne retransmet pas l'objet géométrique à tracer, aide géométrique de l'enseignante apportée à la classe (20. P : « Vous me tracez d'abord la perpendiculaire »).
Dans cette étape, il est impossible de savoir avec certitude si le tracé obtenu correspond bien à l'intention de l'élève C : en effet, aucun temps ne lui est laissé dans ses propositions de positionnement d'équerre (l'AVS réagit immédiatement à ses actions), ni aucune intervention orale de sa part n'est faite.

Observations sur l'élève A et l'élève B

Durant cette *étape a*, l'élève A ne reçoit pas d'aide individualisée, mais il semble s'appuyer sur les indications données oralement par l'enseignante. Une fois son point M placé, il ne démarre pas la construction immédiatement, mais 15 secondes après, dès que l'enseignante a donné l'objet géométrique à tracer et évoqué les deux premières actions à effectuer :

20. P : Vous me tracez d'abord la perpendiculaire.
21. P : é$_6$, est-ce que t'as bien placé ton équerre
22. P : sur ton axe ?
23. P : L'équerre sur l'axe hein.
    // L'élève A place son équerre

L'élève A prend son équerre et la positionne correctement, avant que l'action n°3 n'ait été formulée par l'enseignante. Il met ensuite une quinzaine de secondes à ajuster son équerre et peut-être aussi à attendre la suite des instructions de l'enseignante. Il maintient l'équerre et trace le long, du point M à l'axe de symétrie, suite à la demande de tracé de l'enseignante adressée en particulier à l'élève B (28. P : « Hop, et on trace la perpendiculaire qu'on prolonge d'ailleurs de l'autre côté »).
L'élève A suit donc, dans cette *étape a* de la construction, le rythme des instructions données par l'enseignante. Par ailleurs, il produit de façon autonome un tracé précis.
L'élève B jette un regard sur ce que fait l'élève A au moment où il place son équerre. Elle prend alors son équerre et la positionne spatialement sur la feuille de la même façon : équerre à gauche de l'axe de symétrie, avec un côté de l'angle droit sur cet axe. Cependant l'élève A a placé son point M à gauche de l'axe de symétrie, tandis que l'élève B l'a placé à droite. L'enseignante arrive près de l'élève B à ce moment-là. Elle lui apporte une aide technico-figurale forte en mentionnant la condition non prise en compte (24. P à B : « Et, il faut qu'ça passe par M // *L'enseignante pointe le point M sur le support* »). Puis elle donne une indication sur le placement de l'équerre pour réaliser l'action n°3 :

25. P à B : Donc ton équerre doit être de l'autre côté. Voilà.
    // L'élève B place son équerre du côté de l'axe de symétrie où se trouve le point M.

Les implicites de la formulation de l'enseignante ne posent pas de problème de compréhension à l'élève B, qui entend bien la métonymie « l'équerre » dans (23) comme

« un côté de l'angle droit de l'équerre » et le « ça » dans (24) comme « l'autre côté de l'angle droit de l'équerre ». L'enseignante se place ensuite dans une finalité graphique en signalant à l'élève B son manque de précision, par une formulation verbale accompagnée d'un geste déictique de pointage du lieu où apparaît le mauvais ajustement de l'équerre (26. P à B : « Attention, c'est pas bien fait // P *pointe le mauvais ajustement de l'équerre sur la droite et sur le point.*») Cette aide technique à finalité graphique est suivie d'effets : l'élève B ajuste l'équerre, la maintient tout en cherchant son crayon, tandis que l'enseignante lui demande de tracer puis annonce l'étape suivante (28).

Comparaison avec l'élève C

L'*étape a* est rapidement effectuée par l'élève C par rapport aux deux autres élèves : une douzaine de secondes lui sont nécessaires, tandis que l'élève A et l'élève B utilisent environ trois fois plus de temps.
Dans cette *étape a* de la construction, les mêmes erreurs apparaissent pour l'élève B et l'élève C. D'une part, ils ne prennent en compte au départ qu'une seule des deux conditions pour le placement de l'équerre, d'autre part, ils manquent de précision dans leur proposition de positionnement de l'instrument. Une aide individualisée de nature langagière et accompagnée de gestes de pointage de la part de l'enseignante pour l'élève B, ou cette même aide langagière, mais accompagnée d'actions de la part de l'AVS pour l'élève C, leur permet d'obtenir un positionnement correct aboutissant à l'obtention d'un tracé qui répond à la double finalité géométrique et graphique de la construction.

Analyse de l'*étape t_p*

Observations sur la dyade « élève C - AVS »

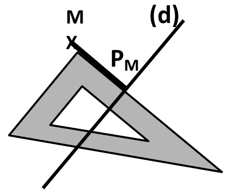
L'AVS redonne verbalement à l'élève C le rappel que vient juste de formuler l'enseignante à propos du prolongement :

33. P : Allez, on prolonge.
34. AVS : Tu prolonges.

Ce qui est à prolonger n'est pas exprimé dans ce que retransmet l'AVS à l'élève C. Davantage d'indications ont été données oralement à la classe quelques secondes plus tôt par l'enseignante, dans un langage technique géométrique (28. P : « Hop, et on trace la perpendiculaire, qu'on prolonge d'ailleurs de l'autre côté »). Tout d'abord, le premier objet géométrique que l'on cherche à tracer est nommé avec le terme géométrique : « la perpendiculaire », sans que soient cependant donnés ses éléments caractéristiques (perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M). Ensuite, ce qui est à prolonger est mentionné : c'est « la perpendiculaire », sous-entendu la représentation de la droite perpendiculaire que l'on vient d'obtenir avec l'équerre suite à l'*étape a*. Enfin, une information est donnée sur le lieu du prolongement : « de l'autre côté », signifiant implicitement « de l'autre côté de l'axe de symétrie ». Cela se déduit d'une anticipation de l'*étape c* et de la localisation mentale du symétrique du point M.
Suite à la demande de prolongement, l'élève C place son équerre de l'autre côté de l'axe de symétrie en la faisant passer du quart supérieur gauche de son support au quart inférieur droit, et en ajustant la graduation 0 sur l'axe en P_M. Son intention semble donc bien être d'effectuer un prolongement du trait qu'il vient de tracer de l'autre côté de la droite (d). Il est possible qu'il interprète de façon erronée le terme « prolonger » s'il considère qu'il suffit d'obtenir une ligne plus longue, qu'elle soit rectiligne ou brisée. Une ligne brisée ne permettra pas d'obtenir la perpendiculaire souhaitée. Si son intention est bien d'obtenir une ligne droite, il

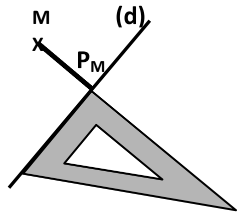
fait preuve d'un manque de connaissances pratiques graphiques en se contentant de faire coïncider une très petite partie du bord de l'équerre sur le trait à prolonger. En effet, à cause de l'épaisseur inévitable du trait représentant le segment [MP_M], plusieurs positions de l'équerre vérifient la coïncidence cherchée, mais parmi celles-ci, certaines aboutissent visuellement à l'obtention d'une ligne brisée, ce que l'élève C n'est probablement pas en mesure de percevoir à cause de ses troubles visuo-spatiaux. L'instruction langagière de prolonger s'avère insuffisante (tentative d'aide technico-figurale forte), si bien que l'AVS rectifie le positionnement de l'équerre proposé et demande à l'élève C de regarder où l'équerre doit être placée pour réaliser cette action :

34. *L'élève C pivote l'équerre et met la graduation 0 sur l'axe en P_M.*
35. AVS : Mets-toi là, mets-la là pour prolonger, regarde.
// *L'AVS pousse la main de l'élève C et fait glisser l'équerre jusqu'à ce que coïncide une plus grande partie du segment [MP_M] avec le bord de l'équerre (voir image ci-contre)*



Ainsi, l'AVS corrige le positionnement erroné de l'équerre en effectuant à la place de l'élève C l'action n°7 (placer l'équerre le long du tracé) telle qu'elle a été présentée au tableau juste avant. Il n'est pas demandé à l'élève C d'expliciter ce qu'il cherchait à faire, pas plus qu'il ne lui est expliqué pourquoi ce nouveau positionnement de l'équerre convient mieux que le sien. À sa charge d'induire de cette ostension proposée par l'AVS le fait qu'on veut obtenir une ligne droite, si telle n'était pas spécifiquement son intention, et dans ce cas, l'aide apportée sous forme d'une action sera technico-figurale forte. Ou alors à sa charge d'induire le fait que pour prolonger un trait, une partie suffisante du bord rectiligne de l'instrument utilisé, équerre ou règle, doit coïncider avec le trait initial afin que le trait final soit « bien » droit, même si en théorie deux points distincts suffisent pour déterminer une droite, et donc un petit segment aussi, l'aide sera dans ce cas technique à finalité graphique. L'aide proposée dans cette étape est également une aide manipulatoire forte pour ce positionnement de l'équerre, puisqu'il est effectué par l'AVS à la place de l'élève C.

Il est aussi possible que l'élève C ait envisagé une autre technique de construction, à savoir tracer, dans le demi-plan de frontière (d) ne contenant pas M, le deuxième côté d'un angle droit dont un côté est une des deux demi-droites d'origine P_M contenue dans la droite (d). Cela met en jeu la propriété géométrique suivante : « Deux droites perpendiculaires à une même droite en un point sont confondues ».



L'élève C aurait donc amorcé cette technique, mais en instrumentalisant son équerre : plutôt que se servir de l'angle droit formé par les deux côtés de l'équerre, il se sert de celui formé par le côté gradué de l'équerre avec le trait qui marque la graduation 0. Toutefois, utiliser la coïncidence d'un trait de graduation de l'équerre avec la droite (d), plutôt que celle d'un côté de l'angle droit de l'équerre, favorise un tracé imprécis. En effet, la très petite longueur du trait de graduation et l'épaisseur du trait représentant l'axe de symétrie permettent plusieurs positionnements de l'équerre dont certains n'apparaîtront pas valides si l'on se place dans une finalité graphique. Un contrôle visuel de l'angle droit est nécessaire pour faire le bon choix. Par ailleurs, démarrer le prolongement à la graduation 0 a de l'intérêt si l'on veut en un seul positionnement de l'équerre pouvoir tracer un trait perpendiculaire à (d) d'une longueur précise. L'instrumentalisation est ainsi motivée par une recherche d'économie gestuelle. A priori, telle ne pouvait être l'intention de l'élève C puisqu'il n'avait pas mesuré au préalable la longueur MP_M. Il se peut cependant que, par manque d'organisation de ses actions, il n'ait

pas anticipé cette étape. Si l'AVS l'avait laissé poursuivre sa construction, il s'en serait vraisemblablement aperçu au moment de devoir arrêter son tracé.
L'*étape* t_p se termine de la même façon que l'*étape a* : l'AVS apporte une aide manipulatoire forte en maintenant l'équerre et le support tandis que l'élève C trace le long. La longueur de la ligne tracée est légèrement inférieure à P_MM, ce qui met en évidence le manque d'anticipation de l'étape suivante par l'élève C. Il l'anticipe d'autant moins qu'il ne semble pas avoir l'intention de l'effectuer. L'AVS en effet l'interrompt alors qu'il marque le codage d'égalité des longueurs, en lui signalant qu'il n'a pas fini. Ainsi, il semble considérer que le point M' se trouve à l'extrémité de la ligne qu'il a tracée. Cette hypothèse va se confirmer dans plusieurs types de tâches analogues effectués dans les séances suivantes, où il désignera l'extrémité du prolongement comme le point symétrique cherché. Il est donc possible ici qu'il ait volontairement arrêté son tracé pour obtenir visuellement l'égalité des longueurs MP_M et P_MM' : dans sa production graphique, ces longueurs diffèrent seulement de quelques millimètres. Le prolongement insuffisant va apparaître au moment du report de longueur avec le compas dans l'*étape c*. L'AVS apporte une aide technico-figurale forte à l'élève C en lui formulant immédiatement la nécessité du prolongement : ce faisant, elle lui enlève la possible initiative de la réitération du prolongement (55. AVS : « Tu vois, ta droite n'est pas assez grande, il faut qu'tu prolonges encore un petit peu ta droite »).
Une rétroaction est apportée à l'élève C sur sa trace graphique par l'expression d'une déduction de ce qu'il y a à observer : « Tu vois, ta droite n'est pas assez grande ». Il s'agit d'une aide graphique. L'AVS en effet donne une analyse visuelle de l'objet graphique qui vient d'être tracé en convoquant des connaissances sémiotiques : la longueur du trait droit qui représente une droite n'a pas d'importance. Le terme géométrique « droite » est utilisé par abus de langage pour parler du trait qui la représente. L'élève doit voir que le trait droit, tracé auparavant et représentant la droite perpendiculaire, s'arrête avant l'arc de cercle. Il se peut qu'il ne l'ait pas perçu, vu le peu de millimètres manquant et la non fiabilité de son analyse visuelle. Par ailleurs, cette intervention de l'AVS a une valeur explicative de l'injonction qui suit « il faut qu'tu prolonges encore un petit peu ta droite ». Cette aide technico-figurale, exprimée dans un langage technique géométrique, est donc élaborée. L'explication est sans doute engendrée par le fait qu'une adaptation de la technique, présentée dans la phase collective avec l'enseignante, est nécessaire : au tableau, le prolongement de $[MP_M]$ avait en effet été suffisant dès le premier tracé.
En réponse à la demande de prolongement de l'AVS, l'élève C prend immédiatement l'équerre et la positionne approximativement sur le trait à prolonger, avec de nouveau la graduation du 0 placée sur la droite (d) (S'impose-t-il cette dernière contrainte ou est-ce le fait du hasard ?) L'AVS se place alors dans une finalité graphique en focalisant l'attention de l'élève C sur le bord de l'équerre et sur le trait à prolonger, par une intervention orale accompagnée d'un geste déictique de parcours (57. AVS : « Regarde, t'es bien sur le trait là ? Regarde // *L'AVS parcourt le trait le long de l'équerre avec l'index* »). Elle lui apporte alors une aide manipulatoire forte en ajustant l'équerre, puis en la maintenant, tandis qu'il effectue le prolongement.

Bilan des aides apportées à l'élève C

Dans cette *étape* t_p réalisée en deux temps, l'élève C reçoit de nombreuses aides fortes mathématiques (instruction de prolonger, puis positionnement / ajustement de l'équerre pris en charge par l'AVS ainsi que la description de la trace graphique obtenue) et pratiques (aides manipulatoires avec le positionnement / ajustement et maintien de l'équerre, aide technique à finalité graphique focalisant l'attention de l'élève sur l'ajustement de l'équerre). L'élève est seulement autonome dans l'action n°9 de tracé.

Observations sur l'élève A et l'élève B

Une fois l'*étape a* terminée, l'élève A prend son compas, commence à en écarter les branches, regarde au tableau, puis pose son compas et prend l'équerre alors que l'enseignante donne l'instruction de prolonger (33). Il réalise alors rapidement l'*étape* t_p, sans éprouver une quelconque difficulté. L'élève B, elle, fait appel à l'enseignante. Elle lui demande si « pour l'autre côté, c'est comme ça », avec son équerre placée dans le demi-plan de frontière (d) ne contenant pas M, un côté de l'angle droit sur la droite (d) et le sommet sur P_M, c'est-à-dire quasiment dans la même position que celle initiée par l'élève C. L'enseignante ne valide pas clairement ce positionnement, qui pourtant est correct. En effet, après avoir répondu affirmativement à l'élève B, elle enchaîne immédiatement, tout en plaçant elle-même un côté de l'équerre le long du segment [MP_M], en lui demandant de bien prolonger. Peut-être ne privilégie-t-elle pas la technique de prolongement proposée parce qu'elle ne fonctionne que dans les cas particuliers de perpendicularité ?

Comparaison avec l'élève C

Cette étape nécessite une vingtaine de secondes pour l'élève C et l'élève A, et le double pour l'élève B. Elle est réalisée en deux temps pour l'élève C, et en un temps pour l'élève A et l'élève B.

Des points communs apparaissent entre l'aide apportée par l'AVS à l'élève C et l'aide apportée par l'enseignante à l'élève B : d'une part toutes deux ignorent, volontairement ou non, la technique valide de prolongement proposée ou amorcée par ces élèves ; d'autre part toutes deux positionnent elles-mêmes l'équerre pour permettre l'exécution de la technique présentée au tableau.

Analyse de l'*étape c*

Observations sur la dyade « élève C - AVS »

À la fin du premier prolongement effectué par l'élève C, l'AVS lui demande de « mettre un angle droit », accompagnant ses paroles d'un geste déictique de pointage près du point P_M. L'élève C répond à cette demande en mettant le codage de l'angle droit, conformément à ce qu'attendait l'AVS :

39. AVS : Là, tu peux mettre ton angle droit déjà, un angle droit.
 // L'AVS pointe près du point d'intersection des droites perpendiculaires.
40. AVS : Voilà, très bien.
 // L'élève C code l'angle droit.

Cette exigence de codage est à l'initiative de l'AVS, qui connaît les attentes habituelles de l'enseignante. L'AVS anticipe ainsi sur les demandes que formule l'enseignante à la fin :

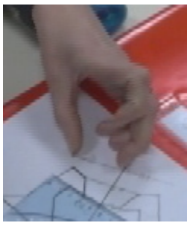
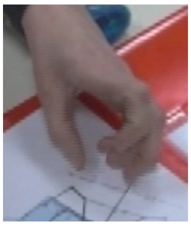
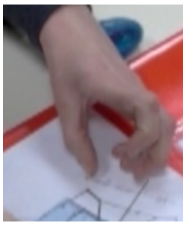
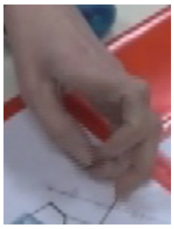
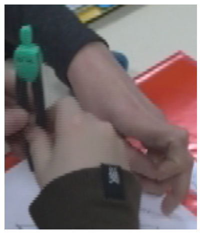
78. P : Code ta figure. Codez votre longueur et vos angles droits. Tu codes ta figure
81. P à B : Dis donc, tu codes ta figure s'il te plaît ! // *P note les codages sur la figure de l'élève B.*
88. P : OK, code ta figure, angle droit.
89. P : Code, angle droit. Codez votre figure !
90. P : Y'en a plein qui n'ont pas codé // *pointe au tableau*
 la perpendiculaire et la même longueur // *code la figure avec son doigt au tableau*

Une fois le codage de l'angle droit placé par l'élève C, l'AVS enclenche l'*étape c* en prenant à sa charge l'action n°10, à savoir prendre le compas :

41. AVS : Le compas *// L'AVS prend le compas.// L'élève C fait trois traits sur le segment [MP_M].*

Cette désignation orale de l'instrument qu'elle prend a une valeur injonctive : l'élève C doit maintenant l'utiliser. De toute évidence ici, l'élève C n'avait pas l'intention de prendre son compas, puisque simultanément, il poursuit son action de codage avec l'égalité des longueurs. L'AVS l'arrête, lui signale que la construction n'est pas terminée, et mentionne de nouveau l'instrument qu'il doit prendre (42. AVS : « Attends, tends tends, t'as pas fini, le compas »). Cette mention de l'instrument à utiliser s'avère insuffisante, il s'agit donc d'une tentative d'aide technico-figurale forte. Les instructions de l'AVS vont alors passer d'une visée technico-figurale à une visée sémiotique. Elle va exprimer la propriété que semblait ne pas vouloir prendre en compte instrumentalement l'élève C, en employant un langage géométrique parcellaire complété par des gestes.

43. AVS : Là, il faut qu'on ait *// L'élève C prend le compas de la main de l'AVS*
44. AVS : la même distance *// L'AVS place son pouce sur M et son auriculaire sur P_M*
45. AVS : de la droite *// L'AVS lève le pouce et appuie l'auriculaire sur P_M*
46. AVS : au point *// L'AVS appuie le pouce sur M et lève l'auriculaire*
47. *L'AVS pointe P_M*
48. *L'AVS pointe le lieu de M' // L'élève C approche son compas de [MP_M]*

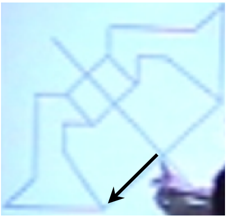
44. 45. 46. 47. 48.

Le premier geste (44) est un geste mimétique pivot. Il peut être associé au mime sans instrument du premier positionnement du compas pour faire un report de longueur, les doigts étant écartés comme doivent l'être les branches du compas. Dans la suite de la séquence, le déplacement de la main avec cette position de doigts figée va être l'expression d'une conservation de longueurs ou de distances, le geste devenant ainsi métaphorique. L'AVS associe à ce geste l'expression orale « la même distance », puis elle pointe les éléments qui permettent de définir les distances dont elle parle. Pour la première distance, elle formule la nature des objets géométriques (« de la droite » (45) « au point » (46)) en pointant le point P_M puis le point M, sans les nommer. Pour la deuxième distance, seuls des gestes déictiques montrent les objets considérés. Cet énoncé verbal et gestuel de la propriété à prendre en compte pour terminer la construction peut être mis en lien avec une intervention de l'enseignante, dans la phase de travail collectif précédente, au cours de l'épisode où l'égalité des longueurs des segments [AP_A] et [P_AA'] – avec A et A' deux points symétriques par rapport à la droite (d) et P_A le point d'intersection du segment [AA'] avec la droite (d) – a été conjecturée[38]. Dans cet épisode, en réponse à la demande de l'enseignante de « dire quelque chose sur les longueurs », une élève (é) intervient oralement depuis sa place, puis est invitée à améliorer son explication en venant au tableau pour « montrer avec ses doigts » :

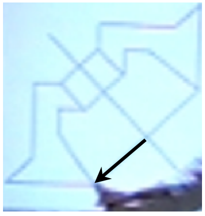
é : Ben moi, je voulais dire que le trait de la figure à l'axe et donc en longueur
P : Alors viens voir au tableau et montre-moi avec tes doigts, ce sera peut-être plus facile à expliquer.
é : Le segment de là // *pointe A,* à là // *pointe P_A*, et de là // *pointe P_A,* à là // *pointe A',* c'est de la même longueur // *se tourne vers l'enseignante.*

[38] Rappelons que nous nommons le point P_A pour faciliter notre description, mais qu'il n'a été nommé ainsi ni par l'enseignante, ni par les élèves.

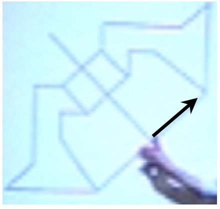
Les gestes effectués par l'élève permettent d'améliorer la communication en montrant les segments considérés, aucun point n'étant nommé ; ils contribuent aussi à faire évoluer la formulation de l'élève qui utilise le terme géométrique « segment » à la place du terme « trait » du langage courant initialement employé. L'enseignante reformule alors ce que vient d'exprimer l'élève en faisant mention de l'axe de symétrie, tout en soutenant ses paroles de gestes déictiques de parcours, comme l'élève, mais en modifiant le départ des gestes, à savoir en commençant par le point P_A (P : « Elle dit que de part et d'autre de l'axe, on retrouve la même longueur // *parcourt avec l'index de P_A à A, puis de P_A à A'* »).



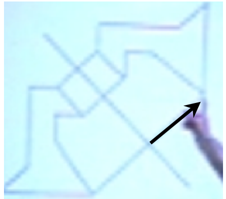
Pointage de P_A



Parcours jusque A



Pointage de P_A



Parcours jusque A'

Les longueurs de segments sont ainsi présentées de façon dynamique en commençant par l'extrémité P_A qui se trouve sur l'axe de symétrie. Cette séquence gestuelle est support d'un changement de point de vue de l'enseignante dans la demande qu'elle fait alors aux élèves (P : « Allez, on vérifie que, par rapport à l'axe, de part et d'autre, les points symétriques sont à la même distance »).

C'est ce dernier point de vue que l'AVS adopte, dans sa formulation orale lorsqu'elle parle de « même distance de la droite au point », et dans sa séquence gestuelle exécutée avec un ordre de pointage analogue à celui de l'enseignante, pour exprimer à l'élève C la propriété qu'il doit prendre en compte. Ceci constitue une aide géométrique forte. Simultanément à la fin de l'explication gestuelle de l'AVS (48), l'élève C place la pointe de son compas sur le point M et commence à écarter l'autre branche. Cette action n°11 découle de l'aide technico-figurale apportée par l'AVS : elle donne et nomme l'instrument à utiliser (41. 42.) et son geste (44) peut être interprété comme geste mimétique du premier positionnement du compas. L'élève C commence donc par prendre l'écartement MP_M en plaçant la pointe de son compas sur le point M. L'AVS ne le laisse pas poursuivre ainsi, en donnant une instruction dans un langage technique géométrique :

49. C *place la pointe du compas sur le point M, puis écarte l'autre branche* vers *le point* P_M
// AVS : La pointe sur l'axe de symétrie // *pointe le point P_M*

L'AVS l'incite ainsi à appliquer la technique de report de longueur présentée à la classe juste avant : pivotement du compas d'un demi-tour, plutôt que glissement du compas. Peut-être ignore-t-elle qu'il est possible de faire autrement ? Les deux techniques en effet sont valables et se justifient par la conservation des longueurs d'une rotation dans le premier cas, et d'une translation dans le deuxième. L'élève C ne montre aucune résistance à abandonner sa technique, il glisse le compas pour mettre la pointe sur le point P_M qui lui a été montré. L'AVS formule simultanément la distance à considérer en premier lieu tout en pointant l'endroit où doit être posée la pointe du compas :

50. AVS : La distance de ce point // *elle pointe P_M* à M
// *Élève C met la pointe sur P_M*

L'élève C continue d'écarter l'autre branche jusqu'à l'extrémité du prolongement du trait qui représente la droite (MP_M). Ce qu'il fait devient alors incorrect car la longueur à reporter est celle du segment [MP_M]. Il se peut qu'il ait perdu de vue la localisation du point M ou alors qu'il ne fasse pas de lien entre le report de distance souhaité et la manipulation à effectuer avec le compas. L'AVS l'empêche de poursuivre en tirant sur le compas. L'élève C prend alors l'écartement P_MM et il suit l'instruction donnée verbalement par l'AVS en traçant l'arc de cercle attendu :

53. AVS : Et tu le reportes de l'autre côté de l'axe.
54. *Élève C tourne le compas d'un demi-tour et trace un arc.*

Le pronom « le », utilisé dans la formulation (53) par l'AVS, devrait référer à « la distance de ce point (*pointage de P_M)* à M » mentionnée juste avant. Cependant, puisque le masculin est employé, nous pouvons supposer qu'il se rapporte au compas : compas que l'on reporte de l'autre côté de l'axe comme la distance doit l'être. Il s'agit donc d'une formulation pivot qui permet de passer du déplacement physique du compas à un report de longueur et donc à la propriété géométrique d'égalité de longueurs. L'action n°13 consistant à repérer le point M' est initiée par l'AVS au moment où l'élève C obtient le point, suite au second prolongement du trait qui représente (MP_M). Cela lui enlève toute difficulté de repérage de ce point.

Bilan des aides apportées à l'élève C

Dans l'*étape c*, l'élève C ne bénéficie d'aucune aide manipulatoire pour la manipulation du compas. Même si sa façon de le tenir avec chacune des branches dans une main nécessite des échanges de mains habiles pour réaliser un demi-tour autour de la pointe, il y parvient de manière autonome. En revanche, il reçoit en réponse à ses actions des aides fortes mathématiques de la part de l'AVS : géométrique (propriété d'égalité de longueurs énoncée) et technico-figurales (instructions sur l'instrument à utiliser, sur le lieu de pointage du compas et sur l'écartement à prendre). L'AVS s'appuie sur ce qui a été travaillé avec la classe en début de séance, l'enseignante n'ayant pas donné d'indications pendant l'épisode étudié sur l'utilisation du compas dans cette étape de la construction. Cet instrument ne sera mentionné qu'après la demande de vérification de la construction par pliage (67. P : « T'as bien pris le compas ? » ; 71. P : « Tu as fait avec le compas ? » ; 76. P : « Montre-moi au compas. »)

Observations sur l'élève A et l'élève B, comparaison avec l'élève C

L'élève A effectue correctement son report de longueur au compas tandis que l'élève B réalise l'*étape t_p* avec l'aide de l'enseignante. L'élève B ne voit donc pas l'élève A utiliser son compas. Au moment où l'élève B termine son prolongement, l'enseignante donne la consigne de vérification par pliage (52. P : « Et après, vous vérifiez par pliage qu'ils se superposent bien »). L'élève B enchaîne alors directement par le pliage de sa feuille et elle valide sa construction en observant une superposition du point trouvé avec le point M. Son report de longueur a été obtenu de façon visuelle à l'issue de l'*étape b*. Un point commun apparaît ainsi entre l'élève B et l'élève C pour cette dernière étape de la construction : tous deux l'omettent en considérant que le point symétrique cherché se situe à l'extrémité du prolongement qu'ils ont effectué à l'*étape t_p*. Toutefois, l'AVS conduit l'élève C à terminer la construction de façon instrumentée, tandis que l'enseignante ne repère pas cette absence d'utilisation du compas pour l'élève B.
Dans une finalité graphique, l'élève A et l'élève B obtiennent un dessin correct. Ce n'est pas le cas de l'élève C car un décalage apparaît au niveau du prolongement. Il n'apparaît pas nécessairement sans l'utilisation d'une règle, mais il est perceptible à l'œil nu par

transparence après pliage : les segments [MP_M] et [P_MM'] ne se superposent pas. En revanche cette production, tout comme celle de l'élève A, répond bien à la finalité géométrique de la construction souhaitée par l'enseignante, alors que ce n'est pas le cas de celle de l'élève B.

C. Bilan de l'activité de l'élève C et de l'aide apportée par l'AVS

Dans cette construction instrumentée, de nombreuses aides sont apportées à l'élève C par l'AVS. 56 % sont des aides uniquement mathématiques et 44 % sont des aides pratiques.
Parmi les aides pratiques, nous trouvons :

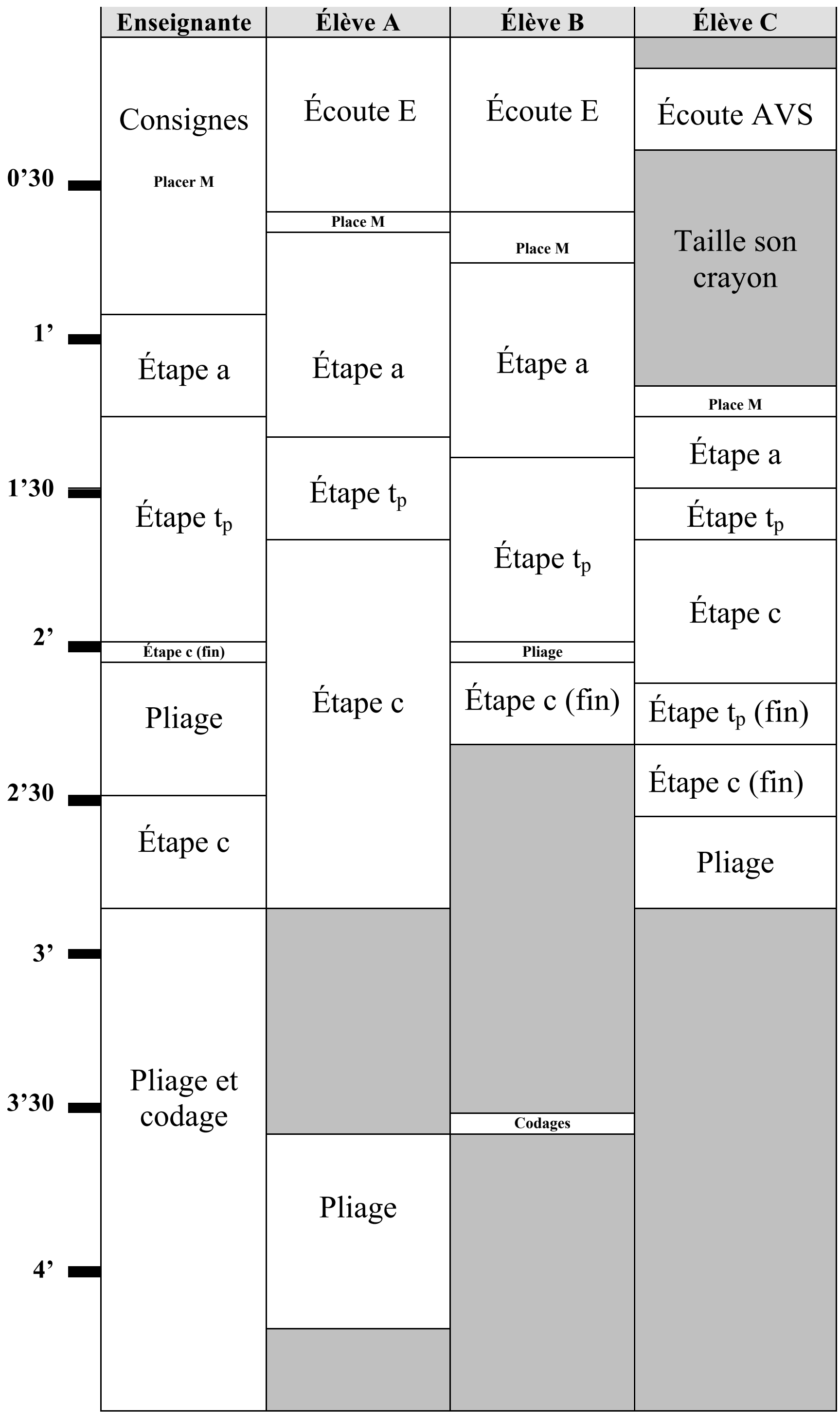
- des aides organisationnelles sous forme d'actions réalisées pour l'élève (équerre, compas et taille-crayon donnés), d'actions empêchées (objet distracteur retiré) et de demande de réalisation d'actions périphériques (tailler le crayon, arrêter de le tailler) ;
- des aides manipulatoires sous forme d'actions réalisées à la place de l'élève (ajustement de l'équerre, maintien de l'équerre pendant que l'élève trace, placement de l'équerre pour le prolongement) ;
- des aides techniques à finalité graphique sous forme d'indications spatiales (placement de la première trace graphique sur le support), sous forme de rétroaction verbale sur un positionnement d'instrument par rapport à l'objet graphique (confirmation de l'intention de l'élève), sous forme d'un questionnement (focalisation de l'attention de l'élève sur l'ajustement de l'instrument). Certaines interventions langagières sont soutenues par des gestes déictiques.

Et parmi les aides uniquement mathématiques, nous trouvons :

- des aides technico-figurales sous forme d'actions accompagnées par un langage technique géométrique (instruments nécessaires à la construction donnés et mentionnés, rectification du positionnement de l'équerre) et d'actions empêchées (écartement incorrect du compas), sous forme d'instructions décrivant les actions à effectuer (prolonger, coder l'angle droit), sous forme de rétroaction verbale sur un positionnement d'instrument lorsque cela valide la proposition de l'élève ou lui suggère un manque ;
- des aides graphiques sous forme de demande de réalisation d'une trace graphique (croix) et de rétroaction verbale sur une trace graphique (droite pas assez grande) ;
- des aides géométriques sous forme d'énoncés de propriétés géométriques dans un langage géométrique accompagné de gestes ou exprimés seulement par des gestes.

L'élève C a une faible part d'autonomie dans la construction : seules les actions n°5 et n°9 de tracé avec le crayon sont autonomes. Certaines aides sont données de façon anticipée, avant que des erreurs ou difficultés n'apparaissent. Si de telles aides pratiques permettant d'éviter une double-tâche (maintien de l'équerre et du support) ou le risque de devoir recommencer la construction pour des détails pratiques (indication de la zone pour placer le point M), répondent à un besoin de l'élève au regard de son handicap, il est difficile de savoir si certaines aides mathématiques qu'il reçoit sont réellement nécessaires. Par exemple, il n'est pas maître de l'initiation des étapes de construction : l'AVS ne lui laisse pas l'occasion de se prononcer sur le choix de l'instrument à utiliser (équerre, compas) et elle lui donne l'instruction de prolonger ou de coder l'angle droit avant qu'il n'ait initié une quelconque action. A priori les aides pratiques devraient permettre de compenser le handicap de l'élève dyspraxique, il est donc important qu'elles n'empiètent pas sur son autonomie de penser et de raisonner, afin de ne pas empêcher son appropriation de connaissances géométriques. Or certaines aides peuvent avoir une double visée dont l'AVS n'a pas nécessairement conscience : l'action de donner un instrument à l'élève constitue une aide organisationnelle, mais aussi une aide technico-figurale s'il n'a pas manifesté son intention de l'utiliser ;

positionner un instrument constitue une aide manipulatoire, mais une aide technico-figurale également s'il n'a pas donné d'instructions à l'AVS pour réaliser ce positionnement.
Les aides fortes apportées ne répondent donc pas toutes nécessairement à un besoin de l'élève C, toutefois, il les accepte sans mot dire. Ainsi, il reste concentré tout au long de la construction, il reste dans l'action en s'appuyant sur les instructions de l'AVS. Ses actions s'enchaînent très vite, guidées par l'AVS qui interrompt les erreurs dès leur apparition. Peut-être ce rythme intensif est-il motivé par le retard pris à cause de la taille du crayon ?
Dans le tableau suivant, nous avons mis en parallèle les différentes étapes de l'activité réalisée par les trois élèves et annoncées par l'enseignante au fur et à mesure de leur déroulement dans la classe.



Nous constatons que l'activité de l'élève C n'est pas en phase avec celle de la classe. En effet, les 17 % du temps disponible consacré à la taille de son crayon créent dès le départ un décalage. Cette part importante du temps employé à une action périphérique à l'activité principale pourrait être supprimée grâce à une aide organisationnelle forte : la prise en charge complète de cette action par l'AVS. L'élève C consacre 45 % du temps disponible pour écouter les consignes, réaliser la construction et la valider par pliage. L'élève A utilise 77 % de ce temps pour réaliser l'activité attendue et l'élève B 54 % ; cependant, elle n'a pas réalisé l'*étape c* dans son intégralité. Au final, c'est donc l'élève C qui consacre le moins de temps à l'activité géométrique.

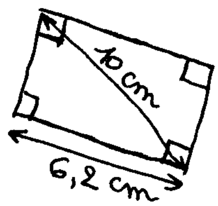
Nous terminons le bilan sur les aides apportées à l'élève C dans l'épisode étudié par l'identification de différents positionnements de l'AVS par rapport à l'enseignante parmi ceux présentés dans le chapitre 3, III.C.2. D'un côté, une position surplombante de l'AVS apparaît au moment des consignes, lorsqu'elle donne elle-même le lieu du positionnement du point M, avant que l'enseignante ne l'ait formulé, puis lorsqu'elle donne à l'élève C la tâche de tailler son crayon. L'élève C n'a ainsi plus accès aux consignes de l'enseignante parce qu'il exerce une activité parallèle. D'un autre côté, l'accompagnement de l'AVS est indexé au discours et aux actions pédagogiques de l'enseignante. En effet, dans ses aides mathématiques, l'AVS transmet à l'élève C les aides technico-figurales langagières données par l'enseignante à la classe pendant l'activité. Elle les apporte au moment précis où l'élève C peut en avoir besoin. Parfois, ce qu'a formulé l'enseignante est repris mot pour mot, parfois la transmission est partielle (les explications ne sont pas données ou les formulations sont incomplètes). L'AVS retransmet également la technique de construction qui a été présentée au tableau juste avant cette activité aussi fidèlement que possible, et elle rappelle à l'élève C ce qui a été institutionnalisé par l'enseignante, en reprenant globalement ses mots et gestes de pointage.

II. Dyade élève dyspraxique - Enseignante

A. Présentation des épisodes sélectionnés

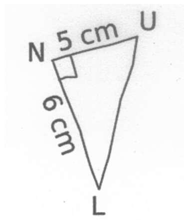
Nous avons sélectionné deux épisodes d'une séquence d'enseignement sur les triangles et les quadrilatères, réalisée dans la classe de sixième ordinaire de l'élève M. Parmi les sept séances que nous avons observées, nous avons choisi celles où l'enseignante avait une fonction d'aide particulièrement importante auprès des élèves. Le premier épisode est issu d'une séance d'exercices d'entraînement où il s'agit de construire des triangles ou quadrilatères à partir de schémas, avec les instruments de géométrie.

La séance démarre par la reprise de la construction d'une figure que plusieurs élèves ne sont pas parvenus à construire lors de la séance précédente : il s'agit d'un quadrilatère dont les quatre angles droits sont codés ; une longueur de 6,2 cm est donnée pour un côté et une longueur de 10 cm est donnée pour une diagonale (voir schéma ci-contre).



La construction est tout d'abord réalisée collectivement par la classe avec le logiciel GeoGebra. L'écran de l'ordinateur est projeté au tableau et des élèves interviennent chacun à leur tour pour effectuer une partie de la construction, guidés par l'enseignante. Ensuite les élèves réalisent cette construction sur papier, de façon individuelle. L'enseignante passe auprès d'eux et leur apporte de l'aide si besoin. Cette séance a lieu avant les vacances de la fin de l'année 2013. Nous l'avons enregistrée. Nous avons aussi pris des notes de nos observations de l'élève M et pris des photographies des essais produits, notamment pour en garder des traces avant qu'ils ne soient effacés le cas échéant. L'épisode étudié est la construction du rectangle par l'élève M dans l'environnement papier-crayon. La transcription de cet épisode, mais aussi celle de la construction avec GeoGebra, sont en annexe 6.2.

À la rentrée 2014, les élèves ont une interrogation écrite où deux figures sont à réaliser en vraie grandeur à partir de dessins à main levée et où six figures à main levée sont à effectuer à partir de descriptions écrites. Une séance d'aide au travail personnel est ensuite consacrée à une remédiation sur les constructions de figures usuelles. Seuls quelques élèves de la classe y participent, choisis par l'enseignante en fonction de leurs résultats à l'interrogation. L'élève M est invitée à cette séance en raison du manque de précision dans ses tracés avec les instruments : dans les deux figures qu'elle a réalisées en vraie grandeur, les mesures de certains segments sont incorrectes. La remédiation consiste à refaire les deux constructions de l'interrogation, puis les constructions des six figures décrites. Nous avons filmé l'élève M pendant cette séance et pris des notes de nos observations.
L'épisode choisi est relatif à la deuxième construction : il s'agit d'un triangle LNU. Un angle droit est codé en N, la longueur NU vaut 5 cm et la longueur NL vaut 6 cm (voir figure ci-contre). Les échanges entre l'élève M et l'enseignante (P) sont transcrits en annexe 6.3.

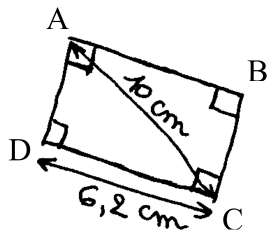


Nous analysons dans la partie II.B l'activité de l'élève M et ses interactions avec l'enseignante lors de la séance d'entraînement (construction du rectangle), puis lors de la séance de remédiation (construction du triangle rectangle).

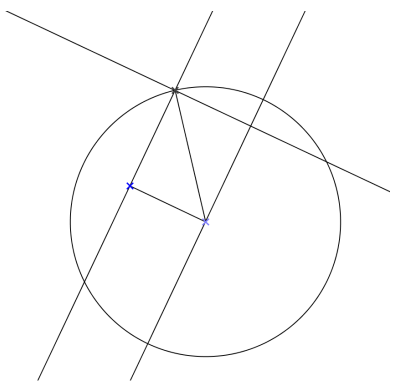
B. Analyse de l'activité de l'élève M et de ses interactions avec l'enseignante

1. Construction du rectangle ABCD

Nous nommons le rectangle ABCD comme ci-contre pour faciliter la description de la construction. Sur l'énoncé, il n'était pas nommé.

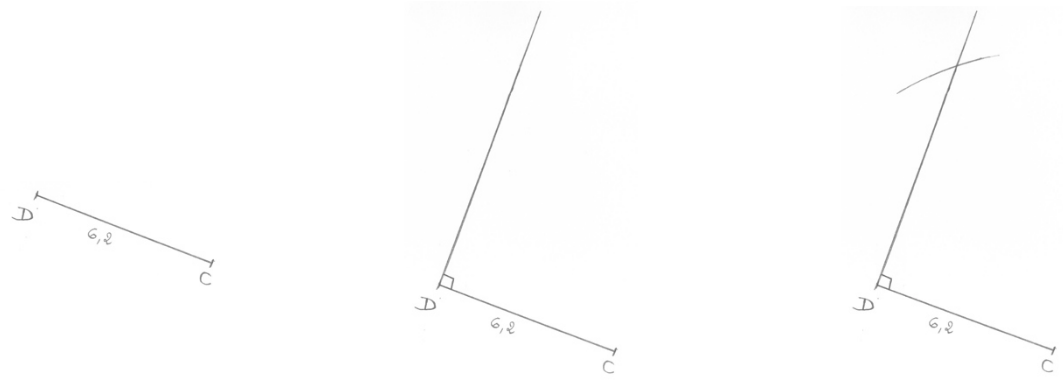


Après avoir justifié la nature du quadrilatère, la figure est construite de façon collective dans l'environnement numérique avec le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra. L'outil « Segment créé par un point et une longueur » est utilisé pour tracer le segment [DC] de longueur 6,2 cm. L'outil « Droite perpendiculaire » permet ensuite de tracer la droite perpendiculaire au segment [DC] passant par D. L'outil « Cercle centre-rayon » permet d'obtenir le cercle de centre C et de rayon 10 cm. La création du point A est obtenue avec l'outil « Intersection entre deux objets » et la diagonale [AC] avec l'outil « Segment entre deux points ». L'outil « Droite perpendiculaire » donne alors la perpendiculaire à la droite (DA) passant par A, puis la perpendiculaire à la droite (DC) passant par C. Certains traits de construction sont ensuite cachés : d'une part le cercle, d'autre part une droite support d'un côté du rectangle après avoir été remplacée par la construction de ce côté.



Les élèves doivent ensuite réaliser cette construction dans l'environnement papier-crayon, s'ils ne l'ont pas déjà faite correctement la veille. S'ils la font sur une page quadrillée de leur cahier, ils ont comme consigne d'incliner le segment [DC] pour empêcher l'utilisation des carreaux. Plusieurs techniques de construction sont envisageables avec un nombre d'étapes plus ou moins important. Le triangle ACD rectangle en D avec DC = 6,2 cm et AC = 10 cm peut être construit en trois étapes. La première étape, combinaison d'un tracé (*étape t*) et d'un report de longueur (*étape g_x)* avec x valant 6,2 cm, permet d'obtenir le segment [DC]. Nous l'appelons *étape $tg_{6,2}$*. L'étape suivante est le tracé de la demi-droite [DA) permettant d'obtenir un angle droit en D (*étape a*). Ensuite, le tracé d'un arc de cercle de centre C coupant la demi-droite permet d'obtenir le point A (*étape c)*.

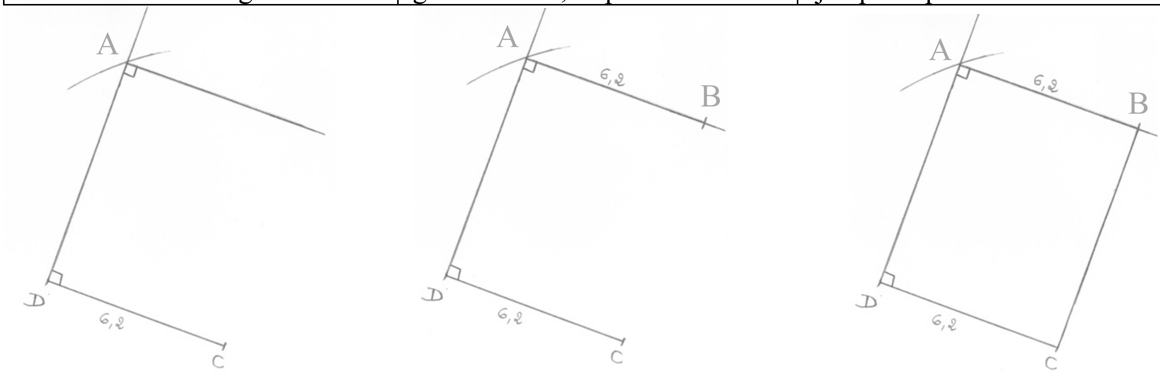
Étape $tg_{6,2}$ [DC] avec DC = 6,2 cm	**Étape a** [DA) avec angle droit en D	**Étape c** Arc de cercle (C, 10 cm)
1) Prendre la règle	6) Prendre l'équerre	11) Prendre le compas
2) Placer la règle 3) et placer la mine du crayon sur la graduation 0	7) Mettre un côté de l'angle droit sur [DC] 8) avec le sommet sur D	12) Prendre l'écartement 10 cm 13) Placer la pointe du compas sur le point C
4) Maintenir la règle 5) et tracer jusqu'à la graduation 6,2	9) Maintenir l'équerre 10) et tracer [DA) le long de l'autre côté de l'angle droit	14) Tracer un arc de cercle de centre C et de rayon 10 cm intersectant [DA)



Si l'on s'appuie uniquement sur les propriétés codées de la figure, comme cela a été fait avec le logiciel GeoGebra en classe, la construction peut se terminer en réalisant deux fois l'*étape a* : tracé de la demi-droite [AB) côté de l'angle droit en A, puis tracé de [CB) côté de l'angle droit en C.

Si l'on utilise des propriétés déduites de l'identification de la nature du quadrilatère ABCD, on peut aussi utiliser de nouvelles informations sur les longueurs. En effet, ABCD possède quatre angles droits, donc par définition est un rectangle. Il a donc ses côtés opposés de même longueur deux à deux : AB = DC = 6,2 cm et AD = BC et ses diagonales sont de même longueur : BD = AC = 10 cm. Une fois le triangle ADC obtenu et l'*étape a* effectuée (tracé de la demi-droite [AB) côté de l'angle droit en A), la construction peut par exemple être terminée en deux étapes : l'*étape $g_{6,2}$* permettant de placer le point B sur la demi-droite [AB) à 6,2 cm du point A, puis l'*étape t_s* de tracé du segment [BC].

Étape a	Étape $g_{6,2}$	Étape t_s
[AB] perpendiculaire [AD] de longueur 6,2 cm		Segment [BC]
15) Prendre l'équerre	20) Prendre la règle	24) Prendre la règle
16) Mettre un côté de l'angle droit sur [AD] 17) avec le sommet sur A	21) Placer la règle sur [AB] avec la graduation 0 sur A	25) Placer la règle sur B et C 26) Placer la mine sur le point B
18) Maintenir l'équerre 19) et tracer [AB) le long de l'autre côté de l'angle droit	22) Maintenir la règle 23) et mettre une marque à la graduation 6,2 : point B	27) Maintenir la règle 28) et tracer le long de la règle jusqu'au point C



L'élève M effectue sa construction de façon autonome pendant 12 min 17, puis n'obtenant pas de superposition avec le calque de correction, elle fait appel à l'aide de l'enseignante.

Analyse de l'activité autonome de l'élève M

Sept essais de tracé sont tentés par l'élève M avant le tracé définitif. Pour commencer, elle s'active pendant 4 minutes à une tâche organisationnelle qui consiste à se procurer règle, équerre et compas :

> *L'élève M plonge dans son sac situé sous sa table : toujours assise sur sa chaise, elle se plie en deux et disparaît à moitié sous sa table. Elle soulève des livres, sort et remet des cahiers, elle se redresse, fouille dans sa trousse, puis elle replonge pour chercher dans son sac. Elle en ressort bredouille : elle ne trouve pas son matériel de géométrie. Elle lève le doigt et attend que l'enseignante soit disponible, puis elle finit par emprunter une règle et par partager équerre et compas avec sa voisine, qui, elle aussi, a emprunté ce matériel.*

L'élève M pense au départ pouvoir trouver ses instruments dans ses affaires, mais, elle ne se place pas dans les meilleures conditions pour y parvenir et elle semble manquer totalement de bon sens pratique. En effet, elle est dans une position très inconfortable : son sac est dans un endroit sombre et elle déplace ses affaires à l'intérieur de façon aléatoire. Ces difficultés organisationnelles sont consommatrices de temps : quand l'élève M est prête à commencer sa construction, certains élèves ont déjà terminé la leur. En outre, le fait qu'elle ne dispose pas de l'équerre quand elle en aurait besoin l'incite peut-être à faire des tracés d'angle droit en plaçant la règle au jugé. Par exemple, elle utilise l'équerre pour tracer [DA) perpendiculaire à [DC] dans l'essai n°4, mais elle utilise la règle pour refaire ce même tracé alors que sa voisine est en train d'utiliser l'équerre.

L'élève M effectue sa construction sur son cahier d'exercice. Un manque d'anticipation de la place que prendra le rectangle à construire apparaît à plusieurs reprises. Lors de la séance précédente, l'essai n°1 avait été interrompu avant son chevauchement avec la figure située au-dessus et la figure avait été refaite plus bas. Le lendemain, l'élève M redémarre sa construction au même endroit sur son cahier après avoir gommé l'essai n°2. Elle se rend compte du problème de chevauchement dans l'essai n°5, une fois le segment [DC] et la perpendiculaire en D effectués (M : « Oh non, ça va pousser tout le monde, faut que je recommence tout »). L'expérience de la veille ne lui a donc pas été utile pour l'aider à anticiper. Elle cherche probablement à disposer spatialement les figures comme le sont les schémas à main levée de l'énoncé : sur deux lignes, avec deux schémas par ligne (voir annexe 6.2). Une autre difficulté vient du fait que les proportions du schéma à main levée sont très éloignées de celles de la figure en vraie grandeur, ce qui n'était pas le cas pour les trois premières figures déjà effectuées la veille. Sur le schéma en effet, 6,2 cm semble être la longueur du rectangle alors que c'est la largeur. L'appréhension perceptive produite par le schéma empêche une bonne anticipation de l'encombrement que prendra le rectangle sur la feuille. L'enseignante avait fait allusion au fait que le côté de 6,2 cm n'était pas nécessairement la longueur du rectangle, mais cela n'a pas suffi (18. P : « On parle aussi de longueur et de largeur dans un rectangle. Et là, vu qu'on ne sait pas combien mesure le côté qui lui est perpendiculaire, on ne peut pas savoir si c'est la longueur ou la largeur »). L'essai n°6 est refait beaucoup plus bas sur le cahier, mais pas encore suffisamment : la figure chevauche de nouveau une figure au-dessus, mais cette fois, l'élève M effectue le tracé malgré tout.

Analyse de l'étape $tg_{6,2}$

L'*étape* $tg_{6,2}$ est réalisée dans chacun des essais de tracé. Dans l'essai n°3, l'élève M gomme aussitôt le segment [DC] qu'elle vient de tracer pour le refaire. Une erreur de 1 mm apparaît dans l'essai n°4 et de 2 mm dans l'essai n°6. La mesure est correcte dans les deux derniers essais. Dans les essais n°1 et n°2 réalisés la veille, l'élève M a poursuivi la construction en traçant la diagonale [DB] avec sa règle en la plaçant perceptivement dans la direction voulue, omettant ainsi la prise en compte des angles droits du rectangle. Dans la construction faite collectivement avec GeoGebra, l'élève M manifeste ne pas savoir comment enchaîner le tracé du segment [DC], alors que l'enseignante annonce qu'elle va interroger un volontaire :

22. P : Voilà, d'accord. Merci. Ensuite, quelqu'un d'autre va continuer.
23. M : Pas moi, j'sais pas c'qui faut faire.

Un élève vient alors tracer la droite perpendiculaire à [DC] passant par D. C'est ce que cherche à faire l'élève M ensuite dans l'environnement papier-crayon, en commençant par tracer un angle droit en D.

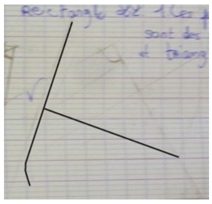
Analyse de l'étape a

Dans une finalité géométrique, l'*étape a* est réalisée de façon correcte avec l'équerre dans son essai n°4 ; elle ne l'est plus dans le n°5 alors qu'elle place la règle au jugé, probablement en s'appuyant sur la trace laissée par le trait mal gommé, mais sans en suivre précisément la direction. Paradoxalement, ce tracé à la règle permet d'obtenir un angle droit plus précis que le tracé à l'équerre précédent. Par manque de place pour poursuivre la construction, l'essai n°5 est refait. La même technique est utilisée (règle placée au jugé), mais cette fois, l'angle obtenu est très éloigné de l'angle droit (75° au lieu de 90°). Il semble que l'élève M opte pour l'utilisation de la règle pour obtenir l'angle droit en D parce qu'elle ne dispose pas d'équerre au moment où elle doit faire le tracé : sa voisine Bm s'en sert. L'élève M est en effet consciente de sa technique visuelle de construction comme le montre son échange avec l'élève Bm, alors qu'elle vient de terminer son essai n°6 :

Bm : Tu veux l'équerre, M ?
M : Ben p'têtre oui, j'viens de faire un trait au pif. *Elle vérifie les angles à l'équerre.*
Ben voilà, j'ai raison, c'est pas des angles droits. Faut recommencer.

Pour les deux derniers essais, elle utilise de nouveau l'équerre pour tracer la demi-droite [DA) perpendiculaire à [DC], le tracé obtenu cependant ne convient pas, si l'on se place dans une finalité graphique, car elle obtient 2° d'écart avec l'angle droit dans l'essai n°7 et 4° d'écart dans l'essai n°8 : le côté de l'angle droit de l'équerre n'a pas été bien ajusté sur le segment [DC]. L'élève M ne se contente pas du tracé d'une demi-droite perpendiculaire au segment [DC] en D comme elle pourrait le faire, elle cherche à tracer la droite perpendiculaire au segment [DC] passant par le point D. Elle s'appuie probablement sur la construction présentée à la classe avec GeoGebra. Cependant, le logiciel trace directement la droite perpendiculaire une fois sélectionnés le point D et le segment [DC] alors qu'une étape de prolongement (*étape t_p)* est nécessaire dans l'environnement papier-crayon pour obtenir le même tracé. L'élève M effectue ce prolongement à chaque fois qu'elle utilise l'équerre pour tracer la droite (DA) et elle est à chaque fois confrontée au même problème manipulatoire :

Essai n°4
[...] Elle prolonge vers le bas avec l'équerre et, emporté dans son élan, le crayon dévie de sa trajectoire alors qu'il n'est plus en appui sur l'équerre.
M : Mince, c'est mal fait, on recommence // *elle gomme la droite (DA) tracée.*

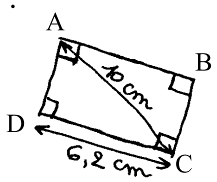


Ce manque de maîtrise dans sa vitesse de tracé l'empêche de s'arrêter à temps et elle produit une ligne qui n'est pas entièrement droite. Dans l'essai n°4, elle se place alors dans une finalité graphique (« C'est mal fait ») et elle efface toute la droite pour la refaire. Remarquons qu'il serait plus économique de n'effacer que la partie courbe qui ne convient pas. Dans les deux derniers essais, elle laisse apparent ce « trait de construction » et ne recommence plus le tracé pour cette raison. L'élève M est amenée aussi à faire un prolongement de la représentation de la droite (DA) dans l'essai n°6 pour obtenir le point A, une fois un arc de cercle de centre C et de rayon 10 cm tracé. Elle effectue alors ce prolongement à la règle jusqu'à atteindre l'arc. Le point A n'apparaît ainsi pas clairement comme point d'intersection d'une droite et d'un arc de cercle puisque le trait qui représente la droite n'est pas de part et d'autre de l'arc.

Analyse de l'étape c

L'*étape c* est réalisée de façon précise dans les essais n°6 et n°7. Dans l'essai n°8, une imprécision de 5 mm apparaît : la longueur donnée à la diagonale [AC] est de 9,5 cm.
Une fois le point A obtenu, l'élève M trace la diagonale [AC] sans difficulté, puis elle cherche à tracer le côté [AB] du rectangle en une seule étape. Dans la construction avec GeoGebra, elle avait été interrogée pour réaliser ce tracé :

86. M : On trace la parallèle à c'ui du bas sur
87. P : Montre-voir déjà au tableau
88. M : La parallèle // *elle parcourt de A vers B*



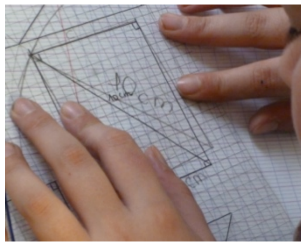
L'enseignante interroge alors des élèves de la classe pour justifier ce parallélisme, qui n'est pas directement codé, avant de conclure :

99. P : Voilà, très bien, alors on sait qu'elles vont être parallèles. Maintenant, au lieu de prendre le bouton « parallèle » on pouvait aussi faire autrement et tracer simplement une droite perpendiculaire à celle-ci // *elle pointe la droite (AD)*, mais si tu préfères tracer une parallèle à celle-ci *// elle pointe la droite (DC)*, pourquoi pas, ça va aussi, mais on n'était pas obligé de passer par les parallèles hein. Vous, de toutes façons, quand vous avez fait la construction à la main, plutôt que de tracer une parallèle à celle-ci *// elle pointe la droite (DC)*, c'est peut-être un peu plus

rapide de tracer une perpendiculaire à celle-ci *// elle pointe la droite (AB)*. Tu fais comme tu veux, soit tu choisis « parallèle » ou « perpendiculaire », ça dépend de quelle droite tu parles.

Tracer directement la parallèle à la droite (DC) passant par le point A est possible avec le logiciel en utilisant l'outil « droite parallèle », alors que dans l'environnement papier-crayon, cela ne l'est pas : un tracé intermédiaire est nécessaire. Le parallélisme se déduit de la propriété de double perpendicularité. Dans les essais n°6 et n°7, l'élève M place sa règle au jugé dans une direction parallèle à (DC) avec la graduation 0 sur le point A et elle trace jusqu'à la graduation 6,2. Elle peut penser que cette technique est correcte avec la validation apportée par l'enseignante alors qu'elle utilisait le logiciel (« si tu préfères tracer une parallèle à celle-ci *// pointe la droite (DC)*, pourquoi pas, ça va aussi [...] Tu fais comme tu veux, soit tu choisis « parallèle » ou « perpendiculaire » »). Elle effectue ensuite l'*étape* t_s du tracé de [BC] sans difficulté.
Après les essais n°1 et n°5 refaits pour éviter le chevauchement de tracés, les essais n°2 et n°6 refaits parce qu'il n'y avait pas d'angle droit, l'essai n°4 refait parce que le prolongement était « mal fait » et l'essai n°3 du premier segment [DC] refait parce qu'il ne lui convenait pas, l'élève M obtient l'essai n°7 qu'elle vérifie avec le calque de correction de l'enseignante.

126. M : Un millimètre près, même pas !
Sa main sur une partie de la figure l'empêche de voir un grand décalage, puis elle déplace sa main.
Euh si, p't'être plus qu'un millimètre. Madame ?
127. P : Alors, qu'est-ce que ça donne ?
128. M : Ben, ça donne que ça fait bizarre.



Elle identifie tout d'abord une imprécision négligeable (« même pas 1 mm ») alors qu'elle ne voit pas le dessin dans sa globalité, puis elle se rend compte que l'imprécision est plus importante alors qu'elle déplace sa main.

Analyse de l'aide apportée par l'enseignante

Les aides apportées par l'enseignante concernent la vérification avec le calque du rectangle obtenu par l'élève M, ses étapes de construction et en particulier celle de la droite (AD), perpendiculaire au côté [DC].

Vérification avec le calque

L'enseignante demande tout d'abord à l'élève M de s'assurer du fait qu'elle a choisi « la bonne figure » parmi celles du calque et tout en lui demandant d'effectuer ce contrôle visuel, elle le fait également. Elle lui apporte de cette façon une aide technique faible à finalité graphique qui permet d'évacuer une cause possible de la non superposition des deux tracés. Les troubles visuo-spatiaux de l'élève M auraient en effet pu la conduire à une erreur dans le choix de la figure du calque de correction. Elle a placé le calque de façon correcte, en superposant le côté [AB] de chacun des rectangles et elle semble bien percevoir le décalage qui « dépasse peut-être le millimètre autorisé ». C'est en effet cette erreur maximale qui est tolérée dans les tracés de segments d'une longueur donnée, ainsi que le rappelle parfois l'enseignante à la classe : « L'erreur qui est acceptée, pour un sujet de brevet, c'est un millimètre, pour une construction. Si vous avez plus d'un millimètre d'écart c'est que votre figure, elle n'est pas assez précise. » L'élève M exprime la non superposition à l'enseignante en lui disant que « ça fait bizarre ». L'analyse visuelle de la non superposition des tracés est pour elle d'autant plus difficile à effectuer que la figure du calque est réalisée sur un fond quadrillé avec des petits carreaux alors que son tracé est effectué sur son cahier à grands carreaux. Elle doit donc faire abstraction de toutes ces lignes parasites des deux quadrillages pour percevoir s'il y a ou non superposition des rectangles.

Retour sur les étapes de construction

L'enseignante, qui constate aussi la non superposition, revient avec l'élève M sur ses différentes étapes de construction. Elle lui demande déjà de rappeler par quel segment elle a commencé. L'élève M pointe le segment [DC]. L'enseignante lui demande alors de confirmer que son premier tracé est bien le segment [DC] en pointant à son tour ce segment et en la questionnant de nouveau :

135. P : T'as commencé par ça ? // *Elle pointe le segment [DC]*
136. M : Ouais, après j'ai tracé un arc de cercle
137. P : Donc l'arc de cercle, OK.
     Bon il est un peu trop petit, OK mais bon la méthode elle est correcte. Après ?
138. M : Après, ben j'ai tracé diagonale, après j'ai fait 6,2.
     Pis après ben j'ai rejoint // *elle parcourt de B à C*
139. P : Donc t'as tracé ça en premier // *elle pointe [DC]*, ensuite t'as fait un arc de cercle
140. M : Euh non, j'ai fait une droite et après j'ai fait mon arc

Après confirmation du tracé de [DC] comme point de départ de sa construction, l'élève M poursuit l'évocation des étapes en mentionnant l'*étape c* (136. M : « J'ai tracé un arc de cercle »), elle utilise le terme géométrique « arc de cercle » et laisse implicite le centre et le rayon. Elle mentionne ensuite le tracé de la diagonale en utilisant le terme « diagonale » sans mettre d'article : il s'agit implicitement de la diagonale du rectangle qui est représentée sur le schéma de l'énoncé. Il se peut que l'élève M attribue au terme géométrique « diagonale » le sens courant de l'orientation spatiale oblique du trait qui la représente : dans ses essais n°1 et n°2, elle s'était servie de cette information spatiale pour tracer la diagonale en plaçant sa règle au jugé. L'élève M évoque ensuite le tracé du segment [AB] et celui du segment [BC] dans un langage technique plein d'implicites, complété en partie par un geste déictique. Pour le segment [AB], elle ne le nomme ni n'explicite sa direction prise visuellement, elle ne formule que sa mesure (138. M : « J'ai fait 6,2 »). Pour le segment [BC], un geste déictique de parcours de B à C complète son discours (138. M : « J'ai rejoint »).
Le questionnement de l'enseignante avec ses indicateurs temporels (commencé, après, en premier, ensuite) et ses reprises d'éléments de réponses de l'élève M (objets géométriques nommés ou montrés par un geste déictique) conduit cette dernière à retrouver et à formuler la chronologie adoptée dans ses tracés. La reformulation par l'enseignante des deux premières étapes énoncées permet en effet à l'élève M d'ajouter l'étape intermédiaire qu'elle avait oubliée (140. M : « Euh non, j'ai fait une droite et après j'ai fait mon arc »). L'aide ainsi apportée par l'enseignante est à la fois une aide organisationnelle faible et une aide technico-figurale faible. Parallèlement à ces aides, l'enseignante apporte aussi une aide technique de nature langagière en invalidant l'arc de cercle dans une finalité graphique (137. P : « Il est un peu trop petit »), mais en le validant dans une finalité géométrique (137. P : « Mais bon, la méthode, elle est correcte »). Dans l'essai n°8, l'élève M tiendra compte de cela en traçant un arc plus grand.

Construction de la perpendiculaire à [DC]

L'élève M utilise le terme géométrique « droite » pour parler de la droite (AD) construite, mais elle ne la caractérise pas (140. M : « Euh non, j'ai fait une droite et après j'ai fait mon arc »). L'enseignante questionne l'élève M sur sa technique de construction de la droite, probablement pour savoir si elle a bien cherché à tracer la perpendiculaire à [DC] passant par le point D par l'utilisation de l'angle droit de l'équerre. En guise de réponse, l'élève M lui montre ce qu'elle a fait :

141. P : Ah, t'as fait une droite, après, comment t'as fait ?
142. M : J'ai fait comme ça pour faire ma droite *// elle place son équerre sur l'angle du rectangle*
143. P : Attends, je vais prendre le calque // *elle enlève le calque qui gêne le positionnement de l'équerre.* Alors regarde, il faut bien que tu regardes sous ta main si l'équerre elle longe bien le segment que tu as déjà tracé. Si tu poses ta main par-dessus, tu vas avoir du mal à voir le segment.
144. M : Ben là, y'a un millimètre
145. P : Bon alors là, ça va encore à peu près [...]

L'élève M montre comment elle a obtenu sa droite en plaçant l'angle droit de l'équerre sur l'angle droit D du rectangle. Cela devrait permettre à l'enseignante de valider la méthode de l'élève M qu'elle vient de demander (141. P : « Ah, t'as fait une droite, après, comment t'as fait ? ») Elle ne le fait pas car elle se place dans une finalité graphique en apportant différentes aides à l'élève M. Tout d'abord elle donne une aide organisationnelle forte en enlevant le calque posé sur le cahier afin que l'équerre puisse être positionnée sans gêne sur le support. Ensuite une aide manipulatoire faible relative à la position de la main par rapport à l'équerre est donnée (143. P : « Si tu poses ta main par-dessus, tu vas avoir du mal à voir le segment »). Cette aide est élaborée : une explication en effet est donnée sur le fait que la main ne doive pas être posée ainsi sur l'équerre. Enfin une aide technique à finalité graphique est apportée par l'expression de la qualité de l'ajustement d'un côté de l'angle droit de l'équerre sur le trait représentant le segment [DC] (143. « Tu regardes sous ta main si l'équerre elle longe bien le segment que tu as déjà tracé »). L'élève M enlève sa main de l'équerre, constate un mauvais ajustement, mais elle l'estime acceptable. Elle l'exprime en évoquant la règle à respecter pour les longueurs (144. M : « Ben là, y'a un millimètre »). L'enseignante ne relève pas cette confusion entre longueur et angle, elle tolère également l'imprécision observée, avant de formuler l'erreur faite par l'élève M dans sa construction dans le tracé du segment [AB] :

145. P : Bon alors là, ça va encore à peu près, mais c'est de l'autre côté, quand tu as terminé, il me semble que je t'ai vue faire, t'as tracé comme ça sans utiliser d'instrument, enfin t'as pris juste la règle.
146. M : Non, non

L'élève M répond très vite par la négative, sans doute seulement à l'affirmation « tu as tracé comme ça sans utiliser d'instrument ». Elle a en effet bien « juste pris la règle » pour faire un tracé visuel et peut donc considérer qu'elle a utilisé un instrument, sans avoir conscience qu'il n'était pas approprié. L'enseignante se réfère alors au tracé fait avec GeoGebra et récapitule les premières étapes pour que l'élève M trouve par elle-même l'*étape a* oubliée. Cela fonctionne et constitue une aide technico-figurale faible : l'élève M prend l'équerre et la place sur l'angle du rectangle en A.

147. P : Mais est-ce que tu te rappelles comment on avait fait avec GeoGebra ?
148. M : Aaaaah oui, *elle prend l'équerre*
149. P : Attends, une fois qu'on avait tracé ça *(1er segment)*, ça *(segment perpendiculaire)* et ça *(diagonale)* ? Comment on a fait pour finir ?
150. M : Après vous avez retracé //*elle place l'équerre*
151. P : Voilà c'est ça, donc tu vois là tu longes bien, il faut que le côté de l'équerre longe bien, d'accord ?

L'enseignante valide le positionnement de l'équerre dans une finalité géométrique (151. P : « Voilà, c'est ça ») et elle renouvelle l'aide technique à finalité graphique alors qu'elle observe un mauvais ajustement (151. P : « donc tu vois là tu longes bien, il faut que le côté de l'équerre longe bien, d'accord ? ») Ces conseils ne demeurent que tentatives d'aide comme le montre l'essai de tracé suivant : l'élève M utilise correctement l'équerre dans une finalité géométrique mais pas dans une finalité graphique où une imprécision de 4° apparaît pour les angles. Imprécision qui apparaît également dans la longueur de la diagonale qui vaut 9,5 cm au lieu de 10 cm.

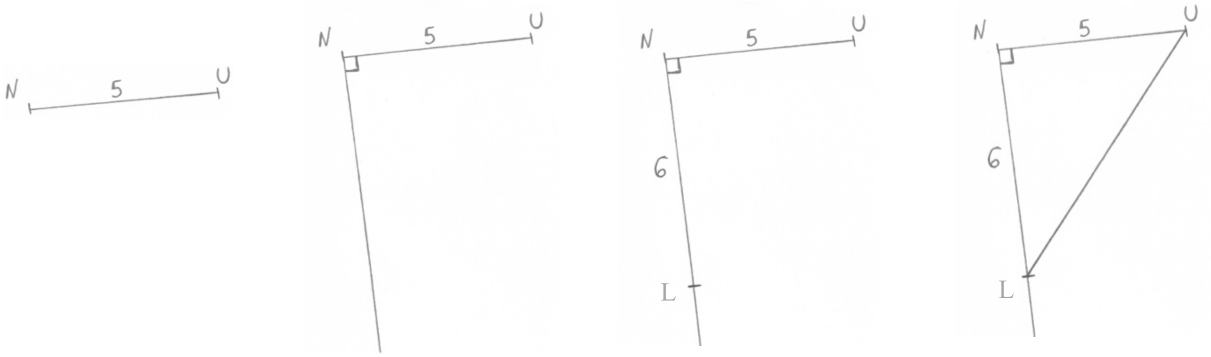
Bilan

L'élève M rencontre de nombreuses difficultés liées à ses troubles praxiques et visuo-spatiaux dans cette construction instrumentée. Elle consacre une partie importante de son temps à des tâches périphériques à l'activité géométrique (se procurer les instruments, gommer les tracés qui ne conviennent pas). Son incapacité à anticiper la place que nécessite la figure finale sur le support la conduit à recommencer plusieurs fois ses tracés. Elle effectue des manipulations inappropriées d'instruments qui favorisent un manque de précision (tenue inadéquate de l'équerre avec la main, vitesse de tracé le long de l'équerre non contrôlée). Des difficultés manipulatoires et/ou perceptives la conduisent à des imprécisions dans le repérage des longueurs sur les graduations de la règle et dans des ajustements approximatifs de l'équerre. Elle résout une partie de ses difficultés de façon autonome en « consommant du temps et de l'énergie » à chercher ses affaires et à recommencer ses tracés. Pour ce qui est de l'imprécision graphique, elle reçoit de l'enseignante des conseils pratiques qui ne restent que tentatives d'aide pour réussir l'ajustement de l'équerre contre la trace graphique.
Au niveau de sa technique de construction, l'élève M effectue un prolongement inutile pour obtenir une droite perpendiculaire à [DC] en D alors qu'une demi-droite suffit. Sinon, seul le tracé d'une perpendiculaire est non valide parce que réalisé sans équerre. Un questionnement mené par l'enseignante et la référence à la construction faite avec GeoGebra la conduisent à utiliser une technique correcte de tracé avec l'équerre. L'enseignante intervient auprès de l'élève M pendant 1 min 41 et lui apporte des aides dont 53 % sont des aides uniquement mathématiques et 47 % des aides pratiques. Excepté l'aide organisationnelle forte où l'enseignante enlève le calque pour faciliter le placement de l'équerre, toutes les aides sont langagières et d'intensité faible. Elles se présentent sous forme de conseils, de rétroactions sur les ajustements de l'équerre par rapport au tracé et de validations de technique de construction.

2. Construction du triangle UNL

Nous nous intéressons à présent à la construction du triangle UNL, effectuée par l'élève M lors d'une séance d'aide consacrée à quelques élèves de la classe. Cette construction est à réaliser sans utiliser le quadrillage du cahier, avec une équerre et une règle graduée. Nous décomposons la construction instrumentée en quatre étapes. La première consiste à tracer un des côtés de l'angle droit du triangle rectangle dont la longueur est connue. Cette étape est la combinaison d'un tracé (*étape t)* et d'un report de longueur (*étape g_5)* : nous l'appelons *étape tg_5*. Les deux étapes suivantes aboutissent à la construction du deuxième côté de l'angle droit (*étape a* puis *étape g_6)* et la dernière étape consiste en le tracé de l'hypoténuse du triangle (*étape t_s)*. Nous avons ainsi découpé la construction en 19 actions présentées dans le tableau suivant :

Étape tg_5 [NU] avec NU = 5 cm	Étape a	Étape g_6	Étape t_s Segment [LU]
	[NL] perpendiculaire à [NU] de longueur 6 cm		
1) Prendre la règle	6) Prendre l'équerre	11) Prendre la règle	15) Prendre la règle
2) Placer la règle 3) et placer la mine du crayon sur 0	7) Mettre un côté de l'angle droit sur [NU] 8) avec le sommet sur N	12) Placer la règle sur [Nx) avec 0 sur N	16) Placer la règle sur les points L et U 17) Placer la mine sur U (ou L)
4) Maintenir la règle 5) et tracer jusque 5	9) Maintenir l'équerre 10) et tracer [Nx) le long de l'autre côté de l'angle droit de l'équerre	13) Maintenir la règle 14) et mettre une marque à la graduation 6 : point L	18) Maintenir la règle 19) et tracer le long de la règle jusqu'au point L (ou U)



La construction est réalisée trois fois par l'élève M sur un cahier à grands carreaux : la première, réalisée en autonomie (n°2a), est remplacée par une deuxième faite avec l'aide de l'enseignante (n°2b), puis est suivie d'une troisième (n°2c) faite également avec l'aide de l'enseignante. L'épisode dure 9 min 28.

Analyse de l'*étape tg$_5$*

Avant de démarrer sa construction, l'élève M, suite à une recherche vaine de son équerre dans ses affaires en début de séance, en emprunte une à une autre élève. Par cet emprunt, elle résout ses problèmes de recherche de matériel (ce n'est pas un oubli, son équerre est bien dans son sac), mais elle en fait surgir d'autres, liés à des schèmes d'utilisation qu'elle va devoir adapter. En effet, cette équerre métallique avec la graduation zéro décalée de quelques millimètres du sommet de l'angle droit diffère de son équerre habituelle, qui est en plastique, donc transparente, avec une graduation qui démarre au sommet de l'angle droit, et qui peut être saisie par le centre.

L'élève M utilise la première fois l'équerre pour mesurer dans la construction n°2c, lorsqu'elle cherche à tracer un segment [NU] de longueur 5 cm. Elle effectue le tracé en partant du sommet de l'angle droit de l'équerre et en allant jusqu'à la graduation cinq, sans tenir compte de la position de la graduation zéro. L'enseignante lui formule sa technique de mesure, qu'elle vient d'observer, dans un langage technique complété par des gestes déictiques :

> 44. P : Oui, mais regarde bien ce que tu es en train de faire [...]
> 45. P : Ton équerre, si je comprends bien, tu as mesuré de là // *elle pointe le sommet de l'angle droit de l'équerre,* jusqu'au 5 ? // *elle pointe sur l'équerre*

De cette façon, elle s'assure que c'est bien ainsi que l'élève M a voulu procéder et elle lui permet de prendre conscience de sa technique. Elle l'amène alors à comprendre où réside son erreur par un questionnement :

44. P : [...] Si tu commences ici // *elle pointe le sommet de l'angle droit de l'équerre*, est-ce que c'est à partir de là qu'il faut mesurer ? Le zéro
45. P : [...] mais est-ce qu'il va y avoir 5 cm entre là et là ?
// *elle pointe le sommet de l'angle droit de l'équerre puis la graduation 5.*
46. M : Non
47. P : Faut que tu commences à mesurer où ?
48. *M pointe le zéro* // P : Là !

L'enseignante identifie ensuite l'origine de l'erreur, puis elle conduit l'élève M à se référer à l'utilisation des graduations de sa règle, qui sont placées de façon analogue à celle de l'équerre empruntée :

49. [...] L'équerre que tu as toi, elle a le zéro ici, dans le coin ? // *elle pointe sur l'équerre*
50. M : Oui
51. P : D'accord, alors ici, il faut que tu mesures à partir du zéro, comme sur ta règle.

L'aide apportée ici par l'enseignante est une aide technico-figurale relative à la possibilité de mesurage que permet l'équerre graduée utilisée.

Dans sa construction n°2a faite en autonomie, l'élève M avait utilisé la règle pour le tracé du premier segment, sans chercher à le mesurer. Sa seule préoccupation semblait être celle de son orientation, pour répondre à la contrainte donnée par l'enseignante (2. P : « Par contre, tu traceras pas ta figure sur les lignes hein, tu la tourneras un petit peu »).
Le segment qu'elle obtient a une longueur de 5,4 cm, ce qui est perceptivement proche de la longueur voulue. L'erreur n'apparaît pas à la première vérification faite par l'enseignante car elle ne contrôle que la précision de l'angle droit avec l'équerre. La précision s'avère insuffisante : la construction n°2b est alors refaite à partir du segment de longueur erronée. La superposition du calque de correction permet de mettre en évidence un décalage :

30. P : *met le calque de correction, les figures ne se superposent pas //* Alors, tu vois c'qui, est-ce que t'arrives à comprendre ce qui ne va pas ? Qu'est-ce qui est bien et qu'est-ce qui n'est pas bien ?
31. M : Ben j'comprends pas pourquoi en bas c'est décalé.

L'élève M repère l'endroit où il y a une erreur, mais elle n'en identifie pas l'origine. L'enseignante va l'y amener, par une aide organisationnelle faible, en la conduisant à analyser successivement les parties de la figure. Par un questionnement et des gestes déictiques, elle focalise son attention d'abord sur le segment [NL], puis sur le segment [NU] :

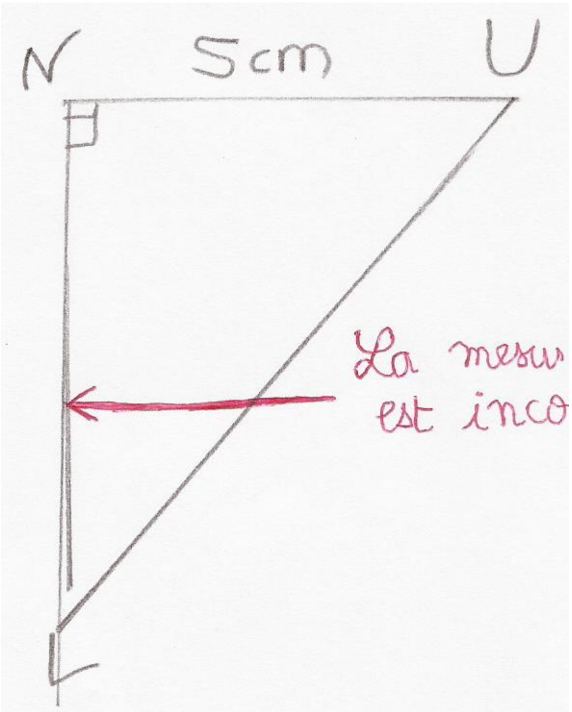
32. P : Alors. Là, c'est bien ou pas ? // *Elle pointe [NL].*
33. M : Hm
34. P : Oui, c'est la bonne longueur et tu as bien placé ton équerre.
Alors maintenant mesure voir ton segment sur la figure, *elle pointe [NU].*
35. M : *Elle mesure avec sa règle.* Ça fait 5 virgule 4.
36. P : Et ça devrait mesurer combien normalement ?
37. M : 5, *elle fait une marque.*

Pour le segment [NL], l'élève M constate la superposition. L'enseignante lui en formule les raisons en validant le tracé : elle se place dans une visée sémiotique pour ce qui est de la longueur (« c'est la bonne longueur »), et dans une visée technico-figurale pour ce qui est de l'angle droit en se référant à l'action instrumentée (« tu as bien placé ton équerre »). Les rétroactions langagières de l'enseignante constituent une aide technico-figurale faible si elles

permettent à l'élève de valider son utilisation de la règle graduée pour la mesure et celle de l'équerre pour l'obtention d'un angle droit. Elles constituent aussi une aide technique à finalité graphique si elles l'informent d'un tracé précis.
Pour le segment [NU], l'enseignante guide la vérification de sa longueur en donnant l'instruction d'une action de mesure et sa mise en lien avec la mesure souhaitée. L'enseignante apporte de cette façon une aide technico-figurale forte qui amène l'élève M à rectifier son tracé.

Analyse de l'*étape a*

L'élève M n'éprouve pas de difficulté quant à savoir comment placer son équerre pour obtenir l'angle droit en N. Elle repère bien l'angle droit de l'équerre et cherche bien à en positionner un côté sur le segment [NU] en plaçant le sommet de l'angle droit sur le point N. Par ailleurs, la contrainte imposée par l'enseignante de ne pas suivre les lignes du cahier et qui conduit à tracer un triangle orienté autrement que le dessin à main levée de l'énoncé, ne semble pas constituer de gêne particulière pour elle. C'est dans la finalité graphique de la construction que l'élève M échoue. Dans ses deux essais de tracé de la perpendiculaire à (NU) passant par N de la construction n°2a, le sommet de l'angle droit de l'équerre est bien placé sur le point N, mais le côté est mal ajusté sur le segment [NU], un petit décalage apparaît. L'élève M ne semble pas le remarquer lors du positionnement de l'instrument. Peut-être est-ce dû à ses troubles visuo-spatiaux, mais sûrement aussi à l'épaisseur et à l'opacité de l'équerre qui empêchent de le voir, sauf à se pencher pour « regarder bien au-dessus » ou à « tourner le cahier », ce que l'élève M ne fait pas. Le décalage entre le bord de l'équerre et la ligne contre laquelle il devrait être augmente lors du maintien de l'équerre dans le premier essai. Cela peut s'expliquer par son absence de performance en motricité fine, et aussi par le fait qu'elle se concentre sur la tâche de tracé le long du bord de l'équerre, sans pouvoir en même temps en contrôler le positionnement. L'élève M vérifie son premier tracé d'angle droit avec l'équerre et se rend compte de l'imprécision de l'angle qu'elle a obtenue, ce qui la conduit à gommer et à faire un deuxième essai. A priori, cette vérification ne devrait pas être nécessaire si l'on se place dans une finalité géométrique : l'angle, parce qu'il a été tracé avec l'angle droit de l'équerre, devrait être droit.



L'élève M est cependant habituée à ne pas réussir ses manipulations d'instruments du premier coup. Nous l'avons très souvent observée en classe à faire et refaire ses tracés, sans aboutir à la précision espérée. Cela peut expliquer son action de vérification après le tracé, d'autant plus que l'enjeu de la construction annoncé est bien ici d'obtenir un dessin précis et soigné. L'enseignante l'a ainsi formulé à l'élève M en commentant la figure ci-contre, produite lors de son interrogation écrite, avant qu'elle démarre la construction n°2a, lors de cette séance d'aide :

1. P : Là, l'équerre était pas mal placée, y'avait quand même un petit raté au niveau du tracé ici // *elle parcourt la ligne qui se dédouble pour le segment [NL],* quand tu as prolongé, mais sinon l'équerre était bien placée.

Le deuxième essai de tracé d'angle droit est vérifié en présence de l'enseignante. L'élève M place l'équerre et repère qu'il ne convient pas, l'enseignante le constate également avec l'équerre et lui demande de recommencer le tracé de [NL]. Sous le contrôle de l'enseignante, l'élève M effectue un placement correct pour la construction n°2b alors que ce n'est plus le cas pour la construction n°2c qui, pourtant, lui est analogue : fluctuation des résultats ... la réussite dans ses actions n'est jamais acquise pour l'élève dyspraxique. Avant que l'élève M ne place l'équerre, l'enseignante attire son attention sur le fait que c'est cette étape qui n'avait pas été réussie (53. P : « Bon, maintenant, tu vas essayer comme tout à l'heure, alors tu te rappelles tout à l'heure, tu avais dû gommer »). L'élève M ne tire visiblement pas profit de ses essais échoués si bien que l'enseignante accompagne son action par des commentaires et des conseils :

> 54. P : Attends avant de tracer, regarde toujours si ton équerre, là, tu vois pas bien, voilà, parce que, doucement, doucement, ne va pas trop vite, là on voit pas bien hein, tu vas un peu trop loin, on voit pas du coup si t'es, attends, attends avant de tracer. Voilà, là, t'es bien le long du segment. Maintenant il faut que tu prévoies, attends, calme-toi élève M, tu veux aller trop vite ! Il faut que tu prévoies que ton crayon va avoir une certaine épaisseur, d'accord ? Donc là quand tu as posé
> 55. M : Il faut décaler
> 56. P : Voilà, un petit peu, pas trop quand même hein, un petit peu.

Au départ, le bord de l'équerre recouvre complètement le trait qui représente le segment [NU] si bien qu'il est impossible, vu l'opacité de l'équerre, d'être sûr qu'il n'y ait pas de décalage. L'enseignante lui exprime ce manque de visibilité (« là tu vois pas bien », « là on voit pas bien hein », « on voit pas du coup si t'es ») et lui en donne la cause (« tu vas un peu trop loin »). L'élève M, en même temps qu'elle écoute les commentaires, ajuste l'équerre jusqu'à la position attendue, qui lui est signalée (« Voilà, là, t'es bien le long du segment »). Cette rétroaction verbale donnée par l'enseignante permet de décharger l'élève M d'une appréciation visuelle du bon positionnement de l'instrument, jamais fiable pour elle. L'enseignante fait ensuite appel à des connaissances pratiques graphiques sur la nécessité d'anticiper sur l'épaisseur de la mine afin que le trait tracé passe bien par le point N (« Il faut que tu prévoies que ton crayon va avoir une certaine épaisseur, d'accord ? Donc là quand tu as posé »). L'élève M décale l'équerre, tout en formulant cette action (« Il faut décaler »). Toutes ces aides données sont centrées sur une recherche de précision à obtenir : elles correspondent à des aides techniques à finalité graphique.
Durant toute cette phase de positionnement des instruments de l'*étape a*, l'élève M manipule équerre et crayon sans bien contrôler ses mouvements dans leur amplitude, dans leurs enchaînements et dans leur vitesse, ce qui est un des symptômes caractéristiques de la dyspraxie. Cela provoque de nombreux conseils de la part de l'enseignante lors de l'observation du placement de l'équerre (« doucement, doucement, ne va pas trop vite », « attends, attends avant de tracer », « attends, calme-toi élève M, tu veux aller trop vite », « un petit peu, pas trop quand même hein, un petit peu »). Ce même type de conseils (« Prends bien le temps », « Ne te précipite pas ») lui est prodigué de façon récurrente tout au long de la séance par l'enseignante lorsqu'elle l'observe dans ses manipulations de l'équerre et de la règle. Ces formulations langagières ne demeurent que tentatives d'aide manipulatoire : l'élève M en effet ne réussit pas à faire posément ses constructions.
Une fois l'équerre positionnée, l'élève M la maintient et commence à tracer depuis le sommet de l'angle droit, elle s'y reprend à plusieurs fois pour bien mettre la mine du crayon sur le point N. L'enseignante lui apporte une aide manipulatoire faible lors de la construction n°2b en lui suggérant de changer sa façon de faire (14. P : « Alors t'es pas obligée de commencer à tracer dans l'coin là, *elle pointe le sommet de l'angle droit,* hein tu vois tu peux commencer un peu plus loin »).

L'élève M ne suit pas ce conseil, son tracé depuis le point N étant déjà réalisé. L'enseignante réitère alors cette aide dans la construction n°2c, en la donnant avant que l'élève M ne démarre son tracé :

56. P : Maintenant, tu vas pas tracer juste dans le coin là // *elle pointe sur l'équerre*, parce que tu vas rater, donc tu t'arrêtes par exemple ici // *elle pointe sur l'équerre*, tu traces à partir de là, tu re-prolongeras après avec ta règle.

L'enseignante est cette fois plus directive : elle ne laisse plus le choix à l'élève M du point de départ de son tracé (« Tu vas pas tracer juste dans le coin là »). L'aide manipulatoire faible conduisant l'élève M à abandonner sa technique est maintenant associée à une aide technico-figurale, avec l'introduction d'une étape de tracé supplémentaire, à savoir un prolongement (« Tu re-prolongeras après avec ta règle »). La connaissance géométrique en jeu est le fait qu'il suffit de tracer un segment n'importe où pour connaître ensuite la droite (et en particulier une demi-droite) qui le porte. L'enseignante n'explicite cependant pas cette connaissance à mettre en œuvre dans l'action : elle motive sa proposition en se plaçant dans une finalité graphique (« parce que tu vas rater »). La façon dont s'y prend l'élève M lui laisse probablement augurer un mauvais « raccord » entre les segments [NU] et [NL].

Elle la guide alors en lui donnant des instructions dans un langage technique, accompagné de gestes déictiques qui marquent les extrémités du tracé. L'enseignante associe ainsi à son aide manipulatoire faible deux aides :

- une aide technico-figurale avec une modification du point d'arrêt du tracé, suivie de l'introduction d'une étape supplémentaire de prolongement,
- une aide technique à finalité graphique avec des gestes déictiques de pointage des extrémités du tracé.

L'élève M ne réinvestit pas cette technique dans les constructions du carré et du triangle rectangle faites ensuite, probablement par économie gestuelle : elle essaie d'obtenir la direction et la longueur du segment en un seul tracé.

Analyse de l'*étape* g_6

Dans la construction n°2c, l'enseignante propose de coupler l'*étape* g_6 de report de longueur et de placement du point L avec la fin du tracé du segment [NL] :

56. P : Tu re prolongeras après avec ta règle.
58. P : Voilà, maintenant tu prends l'équerre ou la règle et tu vas en profiter tout de suite pour mesurer à la bonne longueur.

Elle apporte ainsi à l'élève M une aide manipulatoire faible : la fusion de deux étapes permet en effet une économie gestuelle, et une aide technico-figurale, par des instructions dans un langage technique mentionnant l'instrument à utiliser (l'équerre ou la règle) et les actions à effectuer avec (prolonger et mesurer). Le détail sur la façon de procéder n'est pas donné et ne s'avère pas nécessaire : l'élève M effectue le tracé de façon correcte, tout comme il l'était dans la construction n°2a réalisée en autonomie. Elle reçoit davantage d'aide dans la construction précédente (n°2b) :

16. P : Et après, tu prends ta règle, ou l'équerre si tu préfères
17. *L'élève M prend sa règle.*
18. P : et tu mesures
19. M : 6 cm
20. P : 6 cm.

21. *L'élève place la règle avec la graduation 0 sur N. Elle fait une marque sur la graduation 6.*
// P : Prends bien le temps hein, regarde, t'es pas bien sur le 6 là
22. *L'élève M décale la mine de son crayon et fait une autre marque.*
23. P : T'es encore pas bien là, regarde mets-toi bien en face de la graduation, d'accord ? Attends, regarde, mets-toi bien au-dessus hein, *pointe,* tourne ton cahier si il faut.
24. *L'élève M met une marque puis trace.*
// P : Voilà.
25. [...] T'as pas besoin de gommer ce qui dépasse hein, c'est pas grave, on voit que tu as d'abord tracé une perpendiculaire et après t'as pris la bonne longueur.

À la même aide technico-figurale apportée que pour la construction n°2c, s'ajoutent des aides pratiques qui visent à l'obtention d'une mesure précise, au millimètre près. Des aides organisationnelles faibles sont données, d'une part avec des injonctions sur le rythme de l'enchaînement des actions (« Prends bien le temps », « Attends, regarde »), et d'autre part avec une suggestion sur l'organisation matérielle de l'environnement de travail, par le positionnement du cahier sur la table par rapport au champ de vision permis et à la position des mains qu'il implique (« tourne ton cahier si il faut »). Par ailleurs, une aide manipulatoire faible est donnée avec des conseils sur la posture du corps à adopter par rapport aux graduations de la règle (« mets-toi bien en face de la graduation », « mets-toi bien au-dessus ») : ceci met aussi en jeu tout à la fois la tenue du crayon par rapport à la règle, la position de la main qui tient le crayon et le regard. L'enseignante sollicite d'ailleurs ce dernier à trois reprises (« regarde »). Elle apporte également une rétroaction verbale aux deux essais de marque de crayon au niveau de la graduation 6 effectués par l'élève M (« T'es pas bien sur le 6 là », « T'es encore pas bien ») et elle valide le dernier (« Voilà »). Ceci constitue une aide technique à finalité graphique.
Enfin, elle énonce l'inutilité d'une action manipulatoire (« T'as pas besoin de gommer ce qui dépasse ») qui s'appuie sur une connaissance sémiotique qu'elle n'énonce pas (les traits de construction peuvent être laissés apparents), puis elle récapitule les deux étapes de construction qui viennent d'être faites (« tu as d'abord tracé une perpendiculaire et après t'as pris la bonne longueur »). Dans cette conclusion, elle emploie le terme géométrique « perpendiculaire » que l'élève pourra associer à sa construction à l'équerre et elle rappelle la contrainte liée à la longueur du segment qui était à prendre en compte. La séquentialisation des actions est mise en évidence avec les termes « d'abord » et « après ». Ce bilan fait par l'enseignante est une aide géométrique, mais aussi organisationnelle, pour les constructions semblables à venir.

Analyse de l'*étape t_s*

Dans la construction n°2a, l'élève M place sa règle sur les points L et U, elle la maintient, elle trace, mais la règle bouge en fin de tracé. Elle gomme et recommence. Alors que l'enseignante s'enquiert de son positionnement de l'équerre, elle lui décrit ainsi ses difficultés lors de cette *étape t_s* :

4. M : J'avais pas bien
5. P : Fais voir comment t'avais
6. M : placé la règle
7. P : placé ton équerre ?
8. M : J'l'avais mise comme ça *// elle replace la règle,* pis j'avais un peu dérapé
9. P : D'accord

Un même décrochement apparaît près du point L dans le tracé du segment [LU] de la construction n°2b. L'enseignante fait le même constat que l'élève M alors qu'elle observe le double trait :

28. P : Là, t'as dérapé aussi on dirait // *Elle pointe près du point L.*
29. M : Oui, j'ai vu.

La règle était bien placée et bien maintenue, mais le crayon a dévié de sa trajectoire. L'élève M a refait la fin du tracé du segment sans effacer le trait incorrect. Cet aspect non soigné de la figure s'ajoute au manque de précision de la mesure du segment [NU] pour cette construction n°2b. Après avoir repositionné le point U, l'élève M s'apprête à retracer le segment [LU]. L'enseignante lui apporte une aide pratique :

38. P : Attends ne repasse pas. Attends, là regarde, essaye de bien, il faut d'abord que tu gommes avant de retracer parce que sinon après, tu peux pas gommer un segment qui se trouve juste à côté d'un autre segment // *Elle prend la gomme et gomme.*

L'aide est organisationnelle par l'ordre des actions qui est donné (« il faut que tu gommes d'abord avant de retracer »). L'enseignante fait appel à des connaissances pratiques matérielles en anticipant sur ce qui se passera si cet ordre n'est pas respecté : il ne sera pas possible de gommer le segment qui ne convient pas et de conserver l'autre parce qu'ils sont trop proches (« Tu peux pas gommer un segment qui se trouve juste à côté d'un autre segment »). Une aide organisationnelle forte est donnée aussi par une action de l'enseignante qui prend à sa charge une action périphérique à la construction instrumentée : elle gomme le segment qui ne convient pas. Elle se rend compte à cette occasion de problèmes pratiques relatifs aux instruments :

38. P : Il ne se gomme pas bien ton crayon, c'est quoi que t'as comme crayon ? *L'élève M lui donne son crayon.* Il ne se gomme pas bien hein ton crayon ou alors c'est ta gomme qui gomme pas bien ? J'trouve qu'il est un peu gras ton crayon, pourtant c'est du HB. *P continue de gommer.* Et si t'essayais de le tailler, un peu, regarde au début ça faisait plus propre tu vois quand tu traçais. Attends, ce qu'on va faire, on va recommencer carrément en dessous, parce qu'à force de faire des ratures. *P barre de deux traits à la règle la figure.* Tu vas retailler ton crayon, et tu vas refaire en dessous. Tu m'appelleras quand tu commences.
39. M : J'peux aller à la poubelle ? *L'élève M va tailler son crayon pendant 48 s.*

La gomme laisse des traces, ce qui ne permet plus de faire une production soignée. Pour pallier cela, l'enseignante apporte des aides organisationnelles à l'élève M : tout d'abord, elle barre la figure fausse pour qu'elle soit recommencée en dessous (aide forte), et ensuite, elle lui demande de tailler son crayon (aide faible).

Bilan

L'élève M décode correctement le schéma de l'énoncé, elle détermine bien les étapes de construction et sait les enchaîner pour obtenir le triangle UNL rectangle en N. Différentes raisons expliquent les problèmes de précision qui apparaissent dans ses tracés. Tout d'abord les erreurs dans les longueurs de segments sont issues d'une mauvaise utilisation des graduations de l'équerre ou d'une absence de mesure. Pour y remédier, l'enseignante lui apporte une aide technico-figurale langagière accompagnée de gestes déictiques (verbalisation de l'action, questionnement, description de schèmes d'utilisation de l'instrument). Ensuite, le manque de précision dans l'angle droit (ouverture, tracé des côtés) et dans le tracé du segment [LU] provient de difficultés manipulatoires et organisationnelles.

L'élève M reçoit des conseils pratiques sur ce qu'elle doit prendre en compte pour anticiper la réussite du tracé. L'enseignante lui apporte aussi une rétroaction verbale très utile (aide technique à finalité graphique) pour lui permettre de savoir quand son positionnement d'instruments est correct. Aucune aide technico-figurale ou manipulatoire n'est donnée sous forme d'action. Il en est de même au niveau organisationnel, excepté la prise en charge par l'enseignante de gommer ou de barrer les tracés quand ils ne conviennent pas. Sur l'ensemble de l'aide apportée par l'enseignante au cours de l'épisode étudié, 60 % est pratique et 40 % est uniquement mathématique.

C. Bilan de l'activité de l'élève M et de l'aide apportée par l'enseignante

L'activité autonome de l'élève M met en évidence des difficultés liées à son handicap qui ne lui permettent pas d'atteindre la réussite de sa production dans une finalité graphique, et cela même après avoir reçu des aides organisationnelles, manipulatoires et technique à finalité graphique. Certaines de ces aides s'avèrent en effet inefficaces, comme les conseils visant à la réussite d'actions de motricité fine. Ces aides faibles, organisationnelles ou manipulatoires, qui peuvent être privilégiées dans l'espoir de conduire à une autonomie, ne suffisent pas à pallier les effets du handicap. L'élève M peut très bien avoir des connaissances pratiques sans pour autant réussir à les mettre en œuvre, si bien que nous pouvons nous interroger sur l'intérêt d'un enseignement de certaines de ces connaissances pour un élève dyspraxique.
Les aides de l'enseignante pour la construction du rectangle sont dans leur ensemble différées par rapport à la construction réalisée par l'élève M, alors que celles pour la construction du triangle sont globalement données de façon immédiate. L'observation de l'élève M dans ses actions permet à l'enseignante de mieux percevoir ses difficultés organisationnelles et manipulatoires : ceci peut expliquer la part plus importante d'aides pratiques apportées pour la construction du triangle (60 % contre 47 % pour la construction du rectangle). L'élève M emploie une technique correcte dans une finalité géométrique pour la construction du triangle mais pas pour celle du rectangle. Les aides mathématiques apportées pour cette dernière construction conduisent bien à remédier à l'erreur commise par l'élève M dans sa technique instrumentée.

Nous récapitulons ci-après les différentes aides apportées par l'enseignante pour les deux constructions. Parmi les aides pratiques, nous trouvons :

- des aides organisationnelles sous forme d'actions réalisées pour l'élève (objet gênant la manipulation des instruments enlevé du support), sous forme de conseils (sur l'orientation du cahier sur la table, sur le rythme d'enchaînement des actions, sur l'ordre ou sur le choix d'actions périphériques : enlever l'instrument avant de gommer, barrer plutôt que gommer) et sous forme de demande de réalisation d'actions périphériques (tailler le crayon, gommer) ;
- des aides manipulatoires sous forme d'actions réalisées à la place de l'élève (gommer, barrer les tracés), sous forme de conseils (position de la main / posture du corps par rapport à l'instrument) ou d'injonctions (changement de façon de faire);
- des aides techniques à finalité graphique sous forme d'instructions (ajustement de la position de l'équerre par rapport à la trace graphique, points de démarrage et d'arrêt du tracé), de conseils pratiques (choix du crayon, anticipation de l'épaisseur de la mine), de rétroactions verbales sur une trace graphique (arc trop petit) ou sur la justesse d'un positionnement d'instrument par rapport à l'objet graphique (information sur une imprécision ou validation de la précision), sous forme d'un questionnement (pour s'assurer du bon repérage d'une figure parmi d'autres) et sous forme d'évocation des essais ratés (appel à l'expérience).

Et parmi les aides mathématiques, nous trouvons :

- des aides technico-figurales sous forme d'un questionnement (sur ce que l'élève a fait, sur ce qui est été fait avec le logiciel), sous forme d'instructions décrivant les actions à effectuer (prolongement, étapes conduisant à vérifier la validité de la construction), sous forme d'introduction d'une étape de construction ou de fusion de deux étapes, sous forme de formulation de la technique de construction observée ou de description de schèmes d'utilisation d'un instrument, sous forme de rétroaction verbale sur un positionnement d'instrument ou sous forme de récapitulation des étapes effectuées ;
- des aides géométriques sous forme d'énoncés de propriétés géométriques vérifiées.

Conclusion

De l'étude du travail en dyade de l'élève C, dyspraxique visuo-spatial, avec son AVS et du travail en dyade de l'élève M, dyspraxique visuo-spatial, avec son enseignante, dans des types de tâches de construction instrumentée dans l'environnement papier-crayon, ressortent les conclusions suivantes.

L'exécution d'actions périphériques à l'action instrumentée s'est avérée coûteuse en temps et en énergie pour les deux élèves et leurs difficultés organisationnelles ont eu des conséquences nuisibles à leur activité géométrique. Nous avons vu en effet que des aides organisationnelles faibles de second niveau, données par l'AVS à l'élève C, empêchaient ce dernier d'être en phase avec l'activité de la classe et qu'elles lui faisaient perdre les apports de l'enseignante à la classe. Par ailleurs, l'absence de telles aides fortes pour l'élève M a mis en évidence leur nécessité, vu le temps qu'elle a consacré à des actions périphériques (chercher ses instruments, tailler son crayon, gommer) et vu aussi les conséquences de la non disponibilité de ses propres instruments (difficulté à adapter les schèmes d'utilisation de son équerre absente à celle empruntée, placement de la règle au jugé pour obtenir un angle droit parce que pas d'équerre disponible).
Ainsi, nous avons pu constater que les aides organisationnelles faibles ou nulles, visant à développer l'autonomie de l'élève dyspraxique dans des actions périphériques à l'action instrumentée principale, avaient des effets négatifs sur son activité géométrique. Il nous semble donc préférable de renoncer à l'apprentissage de l'autonomie de l'élève dans l'exécution de ces tâches de bas niveau, pour le rendre entièrement disponible à l'activité géométrique. Des aides organisationnelles fortes pourraient être données par la prise en charge des actions périphériques par l'AVS. On pourrait aussi imaginer une autre organisation matérielle pour un élève sans AVS : l'élève pourrait avoir par exemple deux jeux analogues d'instruments de géométrie, dont un resterait en classe toujours au même endroit, il pourrait aussi toujours avoir dans sa trousse une réserve de crayons de papier taillés, avec la tâche de taillage réalisée hors classe ; on pourrait encore lui demander par exemple de ne pas gommer ses essais de construction, mais juste de les refaire.

Les aides techniques à finalité graphique relatives à l'ajustement d'instruments et les aides manipulatoires relatives à leur maintien, données sous forme d'actions par l'AVS, ont contribué à une amélioration de la précision dans les tracés de l'élève C, même si un travail à quatre mains sur l'espace d'action motrice et perceptif ne la rend pas optimale, si bien qu'un travail dans une finalité graphique avec des vérifications instrumentées n'est pas toujours possible. Des aides relevant des mêmes catégories, techniques à finalité graphique et manipulatoires, mais d'intensité faible, données par l'enseignante à l'élève M sous forme de conseils pratiques abondants et de rétroactions verbales, se sont montrées utiles dans la

simultanéité de son action pour la réguler, mais inefficaces dans la durée, parce que devant toujours être redonnées.
Ainsi, les aides techniques à finalité graphique et les aides manipulatoires, d'intensité forte ou faible, conduisent bien à la production de l'objet graphique dans une finalité géométrique, avec une qualité de précision presque acceptable. Si ces aides pratiques sont conformes aux aides que l'on peut attendre de l'AVS, relativement à ses fonctions (« aide aux tâches scolaires lorsque l'élève handicapé rencontre des difficultés pour réaliser dans des conditions habituelles d'efficacité et de rapidité les tâches demandées par les situations d'apprentissage » *Extrait du BO n°25 du 19 juin 2003*), nous nous interrogeons sur l'ampleur qu'elles peuvent prendre, de la part de l'enseignante, relativement à l'enjeu géométrique d'apprentissage qui devrait être premier. Ces apports de connaissances pratiques pourraient avoir un intérêt s'ils permettaient de développer des compétences pratiques à long terme et donc une automatisation de la manipulation des instruments et des contrôles visuels de l'élève ; cependant, vu les conséquences de son handicap, nous en doutons. Nous remettons donc en cause un travail de construction géométrique dans une finalité graphique si l'élève ne reçoit pas d'aide pratique forte.

De nombreuses aides données par l'AVS dans l'épisode étudié sont mathématiques avec globalement des actions réalisées à la place de l'élève ou des instructions sur ces actions. Certaines de ces aides sont données avant que l'élève n'en ait éprouvé le besoin. L'AVS peut probablement ignorer parfois que ses aides réduisent l'activité géométrique de l'élève, comme par exemple lui donner l'instrument qu'il doit utiliser avant qu'il ait manifesté son intention de s'en servir, qui est bien une aide à la fois organisationnelle et manipulatoire, mais qui est aussi technico-figurale. Par ailleurs, la retransmission par l'AVS des aides de l'enseignante donnée à la classe au moment où l'élève en a besoin, sous forme langagière et/ou gestuelle lui permet d'en profiter au maximum, même si l'AVS perd parfois de l'information en se centrant plus sur la réalisation de la tâche immédiate que sur les apprentissages géométriques. Il nous semble donc important que l'AVS perçoive l'enjeu des apprentissages géométriques et qu'elle soit capable d'identifier ce qui relève des aides mathématiques de ce qui n'en relève pas, pour laisser à l'élève toute son autonomie et sa prise d'initiatives dans l'activité géométrique.
Apporter des aides mathématiques pour remédier aux difficultés des élèves relève des fonctions de l'enseignant. L'élève M a reçu de telles aides, différées à la réalisation de ses constructions et en réponse à un besoin. En effet des aides faibles, sous forme de questionnements, l'ont conduite à analyser sa production, à retrouver sa chronologie, à décrire ses étapes de construction et à rectifier ses erreurs. De plus des aides fortes, sous forme d'énoncés de propriétés géométriques vérifiées, de formulation de techniques de construction et de récapitulation, l'ont amenée à identifier des connaissances géométriques et des techniques qui pourront être réinvesties ultérieurement. Ainsi, les aides mathématiques apportées par l'enseignante ont bien un enjeu d'apprentissage géométrique.

Chapitre 7

Étude de l'activité de l'élève dyspraxique dans un travail en dyade ou en triade entre pairs

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'activité de l'élève dyspraxique dans un travail en dyade ou en triade entre pairs.
Dans la partie I, nous étudions l'activité d'une triade d'élèves dyspraxiques de sixième face à une tâche de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite, dans l'environnement papier-crayon.
Dans la partie II, nous étudions l'activité de deux dyades « élève dyspraxique - élève non dyspraxique » de CM2 face à une tâche de construction d'une figure complexe, à partir d'un schéma, dans l'environnement papier-crayon.
Notre objectif est d'analyser l'activité des élèves au sein des dyades et triade, les éventuels obstacles au fonctionnement de ce dispositif de travail, les difficultés des élèves, ainsi que les aides qu'ils s'apportent, le cas échéant.

Sommaire du chapitre 7

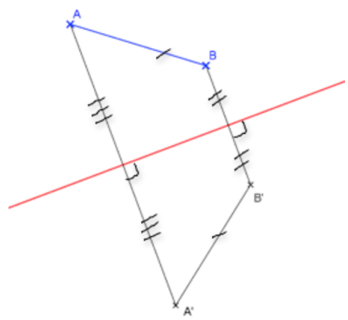
I. Triade d’élèves dyspraxiques

A. Présentation de l’épisode sélectionné

L’épisode sélectionné est issu de la deuxième séance d’une séquence sur la symétrie axiale réalisée dans une classe de sixième d’un Établissement Régional d’Enseignement Adapté, où sont scolarisés dix élèves dont cinq dyspraxiques. Cette séance a lieu au début du troisième trimestre de l’année scolaire 2012 - 2013. Elle est menée par une enseignante remplaçante, professeur des écoles spécialisée. L’enseignante de la classe a introduit deux jours plus tôt la notion de symétrie axiale avec une activité de pliage. Il s’agissait de produire le symétrique d’un segment [AB] situé d’un côté de l’axe de symétrie, en faisant des trous sur les points A et B avec la pointe du compas. Le résultat obtenu a servi à faire émerger des propriétés de perpendicularité et d’égalité de longueurs en lien avec la médiatrice, à l’aide d’une observation instrumentée des propriétés du dessin. Les propriétés ont été justifiées dans une finalité graphique : la perpendicularité par l’utilisation de l’équerre et l’égalité des longueurs par la superposition des segments après pliage.
La deuxième séance démarre par une phase de rappel (12 min), suivie d’une phase d’explication de la consigne, avec la formulation des propriétés vérifiées par le symétrique d’un point par rapport à une droite (8 min 50). Les élèves, par groupe de deux ou trois, doivent construire le symétrique d’un point M par rapport à une droite (d) avec leurs instruments de géométrie. La droite est représentée en rouge, elle est orientée de façon oblique sur le support. Le point M est en dessous de la droite (d), à une distance de 2,5 cm de cette droite. Pendant cette activité de construction instrumentée, nous avons filmé le groupe constitué de Sam, dyspraxique, de Lu, dyspraxique visuo-spatial et de Hug, avec diagnostic de dyspraxie visuo-spatiale en cours. La transcription est en annexe 7.1.

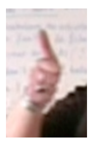
B. Passation des consignes, lancement de l’activité

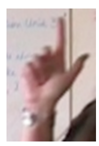
Avant la passation des consignes, l’enseignante effectue un rappel en présentant à la classe la production graphique obtenue par un élève lors de la première séance. Cette production est composée d’un segment [AB], d’une droite (d), du segment [A’B’] symétrique du segment [AB] par rapport à la droite (d), et des segments [AA’] et [BB’]. La perpendicularité de (d) avec [AA’] et avec [BB’] est codée, ainsi que trois égalités de longueurs (voir ci-contre sur la figure réduite).



L’enseignante demande tout d’abord à la classe les « caractéristiques de l’axe de symétrie par rapport à un point et son symétrique » (1), puis elle les récapitule :

> 10. P : Très bien, c’est ça, donc on doit faire attention : l’angle droit *(geste 1)* et la distance *(geste 2)* entre un point et l’axe, et son symétrique et l’axe doit être la même.


Geste 1


Geste 2

Ce rappel des propriétés géométriques à prendre en compte constitue une aide géométrique forte pour l’élaboration d’une technique de construction du symétrique du point M par rapport à la droite (d). Les termes géométriques « angle droit », repris en synthèse par l’enseignante, ont été proposés comme première propriété par une élève, suite au parcours de

l'axe de symétrie suivi du pointage du point A et de son symétrique A' réalisé par l'enseignante. Ces gestes déictiques permettent de visualiser les deux droites (AA') et (d) qui se coupent en angle droit. Elles ne sont mentionnées explicitement ni par l'élève, ni par l'enseignante. La deuxième propriété est formulée par Hug en langage géométrique doublé de gestes déictiques (9. Hug : « Que les symboles, que la distance entre B // *il pointe B* et l'axe (d) // *il parcourt (d)* est la même que celle de B' // *il pointe B'* à l'axe (d) // *il parcourt (d)* »), alors qu'il explicite sa première réponse (5. Hug : « le codage pour dire que c'est pareil »).
À chaque fois que les propriétés sont énoncées, l'enseignante les ponctue par des gestes de battement, avec le pouce tendu d'abord (*geste 1)*, puis le pouce et l'index tendus ensuite (*geste 2)*. Elle insiste ainsi sur le nombre de propriétés à prendre en compte, chaque geste étant associé à une propriété. Lorsqu'elle passe auprès des groupes, elle réutilise ces gestes comme déclencheurs pour les élèves de formulation des deux propriétés à considérer. Ces gestes de structuration du discours peuvent constituer une aide organisationnelle faible pour les élèves pour initier l'organisation des actions qu'ils auront à mettre en œuvre pour effectuer la construction. Ils peuvent aussi constituer une aide géométrique faible s'ils sont évocateurs des propriétés géométriques à utiliser. Ils semblent l'être pour Hug, via le codage des propriétés, ainsi que le montre cet échange avec l'enseignante au sein de la triade :

20. P : Quelles sont les deux propriétés importantes ? On doit avoir // *Geste 1*
21. Hug : un angle droit
22. P : Un angle droit. *Geste 2*
23. Hug : et le et les symboles
24. P : et on doit avoir, les symboles qui veulent dire quoi ? // *Geste 2*
25. Hug : que M' et, euh (d), et l'axe (d) est pareil que M' et l'axe (d).

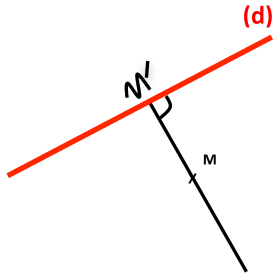
La réponse première de Hug à la demande de l'enseignante des « deux propriétés importantes » a été en effet à chaque fois, en classe entière et au sein de la triade, relative aux codages. Cela apparaît explicitement pour la propriété de l'égalité des longueurs, avec la mention des « symboles », et nous en faisons l'hypothèse pour « l'angle droit » : ces termes peuvent tout autant référer à la propriété géométrique qu'à son codage, mais seulement Hug les énonce dans sa réponse sur le même plan que les symboles : « un angle droit et les symboles ».

Dans l'activité de construction du symétrique du point M par rapport à l'axe (d), les élèves ont à leur charge le choix des instruments à utiliser pour faire apparaître graphiquement l'angle droit et l'égalité des distances évoqués à l'oral. Ils peuvent se référer à la production graphique qu'ils ont réalisée lors de la première séance, comme le suggère l'enseignante à la triade Sam, Hug et Lu :

26. P : D'accord, donc vous me prenez des instruments de géométrie les garçons et vous essayez de faire en sorte qu'on retombe sur les mêmes configurations que ça // *main posée sur les constructions de la première séance,* en trouvant le point M', d'accord ?

Les configurations auxquelles fait allusion l'enseignante doivent être extraites de la production graphique, où sont codées les propriétés à mettre en œuvre dans la construction à réaliser. La possibilité de s'y référer constitue une aide graphique forte. Cependant, la production graphique peut être perçue de façon globale et immédiate, comme constituée d'une surface et d'une ligne, à savoir le trapèze ABB'A' et la droite (d) et cette aide graphique ne peut rester que tentative d'aide. Il peut en effet être difficile pour les élèves de passer de leur appréhension perceptive de la figure à une appréhension opératoire, en considérant par exemple la sous-figure formée par le segment [AA'] et la droite (d) et en faisant abstraction des autres tracés ; difficile également d'effectuer une déconstruction dimensionnelle en distinguant le point A et son symétrique A' et en identifiant le segment [AA'] comme un trait de construction.

Les aides fortes mathématiques (géométrique et graphique), redonnées par l'enseignante à la triade une fois les consignes passées à la classe, sont destinées à invalider la production de Sam, déjà réalisée lors de la séance précédente (voir ci-contre). Ces aides conduisent Sam et Hug chacun à un bon choix d'instrument : Sam souhaite utiliser une règle (35. Sam : « T'as pas une règle, Lu ? »), probablement pour poursuivre le tracé sur sa feuille en effectuant un prolongement de la perpendiculaire et Hug souhaite une équerre (38. Hug : « T'as pas une équerre ? »), pour démarrer le tracé de la perpendiculaire, sur la feuille donnée au groupe.



Production de Sam

Les premiers échanges dans la triade Sam, Hug et Lu sont d'ordre matériel. Il apparaît qu'aucun des trois élèves ne possède règle ni équerre : Sam n'a pas ses affaires, Lu a perdu sa trousse et Hug n'a que son compas avec un crayon qui n'a plus de mine. Les trois élèves restent pendant plus de 3 minutes à ne pas savoir comment agir pour résoudre ce problème matériel. L'enseignante leur apporte une aide organisationnelle forte en leur procurant une équerre d'une part, et en lançant le travail au sein du groupe d'autre part. Pour cela, elle empêche Sam d'utiliser l'équerre qu'elle vient de fournir, sans qu'il n'y ait eu de concertation avec Lu et Hug, en lui rappelant tout d'abord les modalités du travail de groupe :

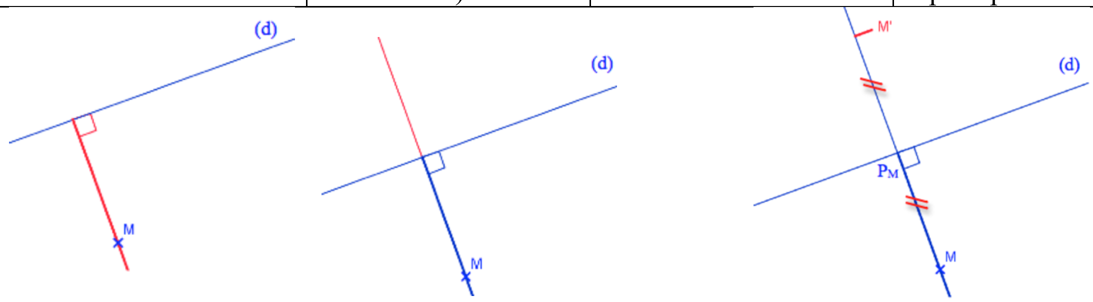
> 56. P : Alors là c'est pas un travail tout seul, j'aimerais que tu travailles avec tes copains et que tu leur expliques si tu as compris, c'est du travail de groupe. Cette feuille-là, elle est pas pour toi tout seul, tu comprends ? C'est tout le groupe qui doit réussir à tracer.

Ensuite, à Sam qui dit ne pas savoir comment leur expliquer, elle demande d'effectuer l'action avec l'équerre (58. P : « Montre-leur avec l'équerre »), puis finalement lui demande de ne pas construire, mais de donner des instructions aux autres (58. P : [...] « Qu'est-ce qu'il faut qu'ils fassent ? Tu ne le fais pas, tu leur dis. Ils doivent faire quoi ? »)
Sam donne une première instruction que l'enseignante répète à l'identique. Il peut ainsi comprendre que c'est bien ce qui est attendu de sa part ; en outre cela permet à Hug et Lu de bien entendre cette instruction qui leur est adressée. Hug suit alors cette instruction tandis que Lu observe. L'enseignante procède de même pour la deuxième instruction, puis laisse la triade poursuivre son travail ainsi démarré. L'aide organisationnelle ainsi apportée contribue à faire fonctionner le travail de groupe.

C. Construction du point M', symétrique du point M par rapport à la droite (d)

Les trois élèves ont à leur disposition une équerre graduée pour réaliser la construction. Il s'agit de tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M avec l'équerre, puis de construire le point M' tel que P_M soit le milieu du segment [MM'], en utilisant l'équerre graduée en guise de règle graduée.
L'action instrumentée réalisée par la triade se décompose donc en quatre étapes : l'*étape a* puis l'*étape* t_p aboutissent au tracé de la perpendiculaire à (d) passant par M, et l'*étape* m_g puis l'*étape* g_x avec x = MP_M aboutissent au placement du point M'.
Nous découpons ainsi la construction en 17 actions présentées dans le tableau suivant :

Étape a	**Étape t_p**	**Étape m_g**	**Étape g_x**
Perpendiculaire à (d) passant par M : (MP_M)		M' avec P_M milieu de [MM']	
1) Prendre l'équerre	6) Garder l'équerre	10) Prendre l'équerre	14) Garder l'équerre
2) Mettre un côté de l'angle droit sur (d) 3) et l'autre sur M	7) Placer l'équerre le long du tracé	11) Placer le côté gradué de l'équerre sur (MP_M) avec le 0 sur P_M	15) Glisser le côté gradué de l'équerre sur (MP_M) pour placer la graduation 2,5 sur P_M
4) Maintenir l'équerre 5) et tracer le long du côté où se situe M	8) Maintenir l'équerre 9) et tracer un prolongement du tracé réalisé en 5)	12) Maintenir l'équerre 13) et repérer la graduation sur P_M : 2,5	16) Maintenir l'équerre 17) Faire une marque au niveau de la graduation 0 pour placer M'



À cela s'ajoutent éventuellement des actions de codage d'un angle droit formé par les perpendiculaires (d) et (MP_M) et de l'égalité des longueurs MP_M et P_MM'.

1. Analyse de l'*étape a*

59. Sam *donne l'équerre à Hug et Lu* : Placer l'équerre sur le point M.
60. P : Placer l'équerre sur le point M
// Hug *place l'équerre avec un côté de l'angle droit sur M*
Ce côté traverse l'axe et est visuellement orienté perpendiculairement à l'axe (Image n°1)

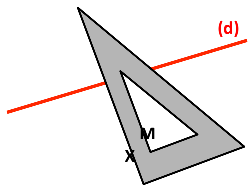


Image n°1

Sam emploie le terme « équerre » de façon métonymique à la place de « un côté de l'angle droit de l'équerre ». Hug l'interprète bien de cette façon. Il place un côté sur le point M en l'orientant à vue d'œil perpendiculairement à l'axe de symétrie. Sam s'aperçoit que commencer par la contrainte « équerre sur le point M » ne convient pas au vu de la proposition de positionnement de Hug. Il rectifie sa première instruction : « plutôt sur la droite d ». Hug positionne alors l'équerre en prenant en compte l'instruction « équerre sur la droite d » qui lui est donnée, tout en gardant la contrainte initiale « équerre sur le point M » (Image n°2), cependant il ajuste mal l'équerre sur la droite (d). À la demande de validation de Hug du positionnement (65. Hug : « Comme ça ? »), Sam se place dans une exigence de précision, dans la réponse qu'il donne : l'équerre doit être « bien » sur la droite, il apporte ainsi une aide technique faible à finalité graphique. Hug ne parvient pas à une meilleure précision, il oscille de façon infime au-dessus - en dessous de la droite (d). Sam lui apporte une aide manipulatoire forte en réajustant l'équerre sur la droite (d).

68. Sam *réajuste l'équerre (Image n°2)* : Voilà. Après tu traces.
69. Hug *cherche un crayon*
// Lu : Eh oui mais avec quoi ? Hé, hé

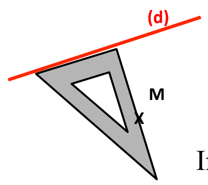


Image n°2

Lu est resté observateur pendant la réalisation de ces premières actions de l'*étape a*. Cela vient probablement du fait que l'enseignante a demandé seulement à Sam de donner les instructions. La première intervention de Lu fait allusion à sa trousse perdue, fait qu'il n'a cessé de rappeler avant que l'enseignante ne résolve les problèmes matériels du groupe. Sam

n'indique pas où tracer, Hug trace bien là où c'est attendu. Hug est en très mauvaise posture pour tracer. L'équerre est placée pour être utilisée par un droitier alors qu'il est gaucher. Il lui faudrait faire appel à des connaissances géométriques et tourner l'équerre d'un quart de tour pour qu'il soit à main : deux positions de l'équerre sont en effet possibles pour le tracé souhaité. Il n'a pas anticipé cette position corps - instrument inconfortable mais il s'en accommode et parvient à effectuer le tracé. La trace graphique obtenue est imprécise de quelques degrés bien que les élèves aient cherché à atteindre cet objectif de précision en se plaçant dans une finalité graphique. Cela peut provenir du réajustement effectué par Sam ou de l'équerre mal maintenue par Hug lors du tracé.
46 secondes sont nécessaires pour effectuer cette première étape de construction. Pour guider Hug, Sam utilise un langage technique géométrique dans ses instructions, avec des implicites sur les parties de l'équerre à utiliser et sur le lieu du tracé. Cela ne pose pas de problème de compréhension pour Hug, qui semble partager la même intention de tracé que Sam.

2. Analyse de l'*étape t_p*

La deuxième étape a une durée de 21 secondes. Elle est enclenchée par une instruction de Lu :

71. Lu : Et ça s'appelle, eh ben, on peut prolonger aussi hein // Sam : Après tu mets le codage.

Lu semble être prêt à nommer M' mais s'aperçoit qu'il manque le prolongement, il en donne l'instruction. Simultanément, Sam demande le codage de l'angle droit. L'ordre chronologique de ces deux actions n'a pas d'importance. Hug suit la demande de Lu.

72. Hug *place l'équerre pour prolonger*
// Sam : Tu prolongeras après, d'l'autre sens
73. Hug *prolonge de 5 mm (En gras sur image n°3).*
// Lu : Ben non, il peut prolonger tout de suite
74. Sam : Plus long, plus long.
75. Hug *repasse sur le trait vers M*
// Lu : Oui plus long
76. Hug *prolonge le trait à partir de M*
(En gras sur image n°4)
// Sam : Non pas là
77. Sam : Là-bas, *pointe du côté de (d) où n'est pas M.*
// Lu : Non, allez, vas-y, encore // Hug *prolonge du «bon côté »*
78. Sam : Voilà, stop.

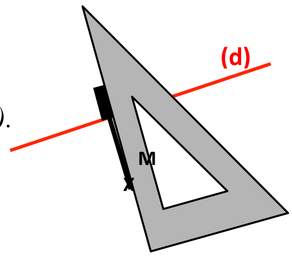


Image n°3

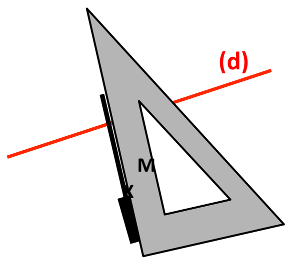


Image n°4

Le prolongement effectué par Hug : un tout petit peu de l'autre côté de (d) (en gras sur l'image n°3), puis du côté de la droite (d) où se situe le point M (en gras sur l'image n°4), montre qu'il n'anticipe pas la position du point M', contrairement à Sam et Lu. Lu reprend en écho le guidage verbal de Sam, tandis que Hug le prend en compte. Cette reprise verbale montre que Lu vise le même but de tracé que Sam.
Différentes aides sont apportées à Hug par Lu et Sam pour la réalisation concrète du prolongement. L'instruction verbale « prolonger » ne se suffit pas en elle-même. Si Hug comprend bien que la ligne à prolonger, non explicitement mentionnée, est celle qu'il vient de tracer, il lui manque encore deux informations. Tout d'abord, la ligne initialement tracée peut être prolongée des deux côtés : de l'autre côté de (d) ou du même côté de (d) que le point M. Des indications spatiales sont données par Sam : « d'l'aut'sens » (72) avec comme implicite le sens initial considéré (celui de (d) à M). Des termes déictiques : « non pas là » (76), « Là-bas » (77) et ce dernier accompagné d'un geste déictique aboutissent à faire comprendre le lieu du prolongement. Ensuite, la ligne doit être prolongée d'une certaine

longueur (la longueur minimale est celle qui correspond à la distance de M à (d)). Cela nécessite donc d'anticiper l'étape suivante, à savoir le report de longueur. En général, on estime cette longueur visuellement et on trace une ligne d'une longueur un peu plus grande. Si l'estimation a été mauvaise, il faut réitérer le prolongement. Hug parvient au prolongement voulu par une indication sur la trace graphique à obtenir : « Plus long, plus long » (74) et par un guidage régulant ses actions au fur et à mesure : « Allez, vas-y encore » (77), « Voilà, stop » (78). En guidant la réalisation de l'objet graphique en cours de tracé, Sam et Lu apportent à Hug une aide à la fois graphique, avec des indications sur la longueur de tracé et sur le côté du prolongement, et technique à finalité graphique, avec des rétroactions verbales sur son tracé le long de l'équerre.

3. Analyse de l'*étape* m_g et de l'*étape* g_x

Sam renouvelle son instruction de codage, implicitement de l'angle droit, tandis que Lu donne l'instruction de « mettre » M'.

78. Sam : Voilà, stop. Là tu mets
79. Sam : l'codage. // Lu : M', ouais

L'intention de Lu n'est probablement pas de mettre en œuvre un report de longueur de façon instrumentée, comme le confirmeront des constructions qu'il fera ultérieurement en autonomie. En revanche, lorsque Hug prend l'initiative du report de longueur par la mesure dans le but de placer M', on peut penser qu'il répond à l'instruction de Lu. Pour ce faire, il place l'équerre avec un côté de l'angle droit sur (d) et l'autre sur le point M, si bien que Lu interprète son action comme répondant à l'instruction de Sam, il la formule en commentaire de l'action qu'il observe : « Fais l'angle droit » :

80. Hug *mesure de l'axe à M en replaçant l'équerre contre l'axe (Image n°5)*
    // Lu : Fais l'angle droit et après
81. Hug *glisse l'équerre jusqu'à placer la graduation 2 sur l'axe (Image n°6)*
    C'est à peu près à 2 // Lu : fais M'
82. Hug *écrit M' (Image n°6), puis enlève l'équerre (Image n°7).*
    Sam : Mais qu'est-ce que tu fais ?

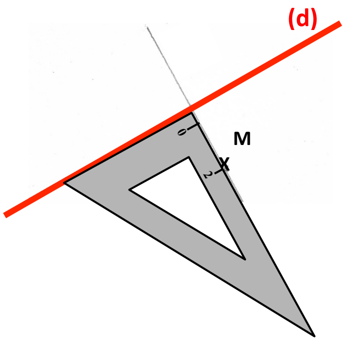


Image n°5

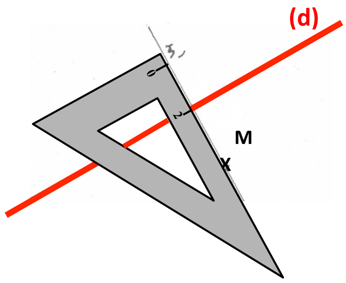


Image n°6

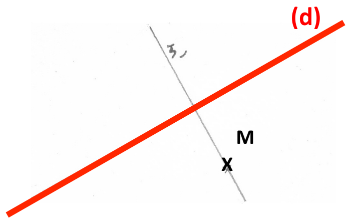


Image n°7

Hug utilise en fait les graduations de l'équerre pour mesurer la distance de M à (d), sa mesure est erronée car la graduation 0 ne démarre pas au sommet de l'angle droit de l'équerre (Image n°5). Il écrit M' à proximité de la graduation 0, une fois placée et repérée la graduation 2 de l'équerre sur l'axe (Image n°6) et ne marque pas le point sur la droite (Image n°7). Il fait ainsi preuve d'un manque de connaissance technique relative à l'utilisation des graduations de l'équerre et d'un manque de connaissance sémiotique relative à la représentation d'un point. Sam ne donne pas de sens à l'action de Hug et lui demande de l'expliquer : « Mais qu'est-ce tu fais ? » (82). Hug dit « calculer » (83), utilisant le terme « calculer » à la place du terme « mesurer ».

La question de Sam le conduit à justifier son action en évoquant une égalité (83. Hug : « Ben j'calcule, comme ça, c'est égal »). Ce qui est égal reste implicite et est exprimé par le terme déictique « ça ». Hug complète son explication par un codage d'une égalité de longueurs (image n°8), cependant, il met le codage sur la partie extérieure au segment [MM']. Cela montre qu'il ne considère pas la distance du point M à la droite (d). Probablement considère-t-il l'égalité visuelle des deux lignes tracées de part et d'autre de l'axe.

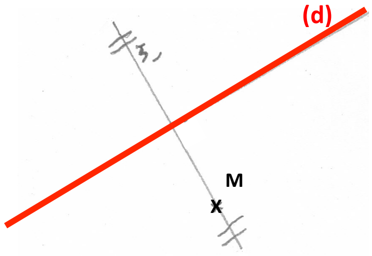


Image n°8

Lu semble adhérer à ce qu'a dit Hug (83), cependant son intervention (93. Lu : « Ben, j'sais pas, c'est Hug qu'a dit ça »), alors même que Sam leur demande d'expliquer comment ils savent que M et M' sont à égale distance de (d), montre qu'il ne cherche pas à comprendre l'explication de Hug. Avant la demande d'explications de Sam, Lu demande à Hug de « faire l'angle droit », c'est-à-dire implicitement le codage de l'angle droit :

86. Lu : Et i faut faire l'angle droit.
87. Hug *remet l'équerre sur l'angle (image n°9) puis le code*
// Lu : L'angle droit et pis c'est bon
88. Hug : Voilà

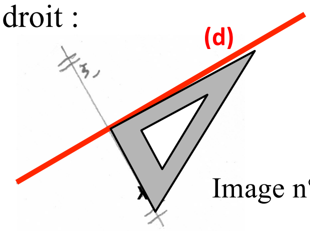
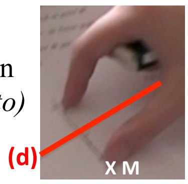


Image n°9

Hug traduit cette demande en vérifiant un angle droit à l'équerre avant de le coder. Il se place de cette façon dans une finalité graphique, la vérification n'aurait sinon pas été nécessaire puisque l'angle était droit par construction.

89. Sam : Comment que tu sais que c'est bien
// *pouce sur M- index sur M' (photo)*
sans plier tout ça ?



90. Lu : Ben attends, regarde, *il place l'équerre et l'ajuste sur (MM')*
Voilà (*Image n°10)*

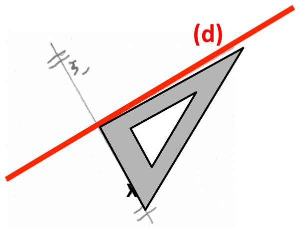
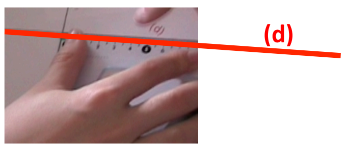


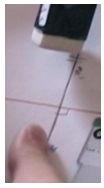
Image n°10

Attends, non attends, attends.
Il ajuste l'équerre sur d sans pouvoir constater le non ajustement de (MM') car il le cache avec sa main (photo)
// Ben si c'est bon



Sam revient sur une demande de justification de ce qu'a fait Hug pour placer M'. Il évoque la relation de symétrie que doivent vérifier les points M et M' à travers le pliage. La symétrie a été introduite en effet en classe lors de la première séance, par une activité de pliage avec perçage au compas des extrémités d'un segment pour obtenir son symétrique. La propriété n'est signifiée que par un geste de pointage simultané sur M et M' avec la demande de savoir si « c'est bien » (89). Il ne s'agit pas d'une demande de précision du tracé comme le montre la suite : Sam se place ici dans une finalité géométrique de la construction.
Lu interprète la demande en se plaçant dans une finalité graphique. Il prend l'équerre et procède à une vérification de l'angle droit tracé par Hug. Son positionnement d'un côté de

l'angle droit de l'équerre sur (MM') (90) montre que l'angle n'est pas précis : un écart apparaît entre la droite (d) et le bord de l'équerre (Image n°10). Il s'en aperçoit et ajuste alors ce bord sur la droite (d). Ce faisant, il cache avec sa main l'écart créé entre la droite (MM') et l'équerre, il ne peut donc pas contrôler si l'ajustement est bien réalisé entre (MM') et le côté de l'angle droit de l'équerre. Il valide alors la précision du tracé à l'équerre.
Notons que dans la séance précédente, il s'était trouvé dans la même situation de vérification d'un angle droit avec l'équerre sous le regard de l'enseignante, il avait repéré l'imprécision et affirmé que l'angle n'était pas droit. L'enseignante l'avait cependant déclaré droit (en effet, dans une finalité géométrique, il devait l'être) en donnant comme argument la prise en compte de l'épaisseur de la mine : « Avec l'épaisseur allez, on va dire que y'a un angle droit ». Sam, non satisfait par la réponse de Lu, précise sa demande de justification :


92.

92. Sam : Dites-moi une chose, comment vous savez qu'c'est égale distance ?
// *il pointe M avec son doigt et M'avec sa gomme*
93. Lu : Ben, j'sais pas, c'est Hug qui a dit ça
94. Sam : Comment tu sais Hug ?

Il utilise le même double pointage que précédemment (89), mais avec une formulation en langage géométrique contenant des implicites : « C'est à égale distance » (92) ; sous-entendu, les deux points sont à égale distance de la droite (d). Cela correspond au bilan fait par l'enseignante juste avant le démarrage de l'activité : 10. P : « [...] la distance entre un point et l'axe et son symétrique et l'axe doit être la même. » Hug a bien cherché à reporter la longueur de M à (d) à partir de (d) pour obtenir M'. Il refait cette action en la commentant :

95. Hug *mesure avec le bord de l'équerre contre la droite (d), le 0 n'est pas sur (d)* : Là, ça fait 2. *Il glisse l'équerre jusqu'à mettre la graduation 2 sur l'axe* // là, si tu pars de là, ça fera pareil // *il pointe sur M'*.

Son action est correcte, excepté le problème du démarrage à la graduation 0 et l'absence de marque pour le point M'. Pour Hug, le nom du point suffit à le localiser, mais pas pour Sam. Il lui fait remarquer, mais sans le formuler explicitement, qu'il manque le trait marquant M', lui apportant ainsi une aide graphique faible : 96. Sam : « Sauf que là t'as pas mis pour 2, regarde, y'a deux traits là, *pointe,* mais tu sais pas [inaudible] ça fait. » Les traits du codage, qui ressemblent au trait que l'on met pour marquer un point, ne sont pas mis au niveau du point M'. Hug replace la graduation 2 de l'équerre sur (d) et met la marque attendue pour repérer M' au niveau de la graduation 0. Sam émet une dernière objection, à laquelle se rallie Lu, mais sûrement sans avoir la moindre idée de ce qu'il veut dire :

98. Sam : Et j'ai encore une chose, ça peut être 4, ça peut être 5.
99. Lu : Eh oui hein
100. Hug *mesure de M' à la droite (d) :* Ben regarde, ça fait 2.

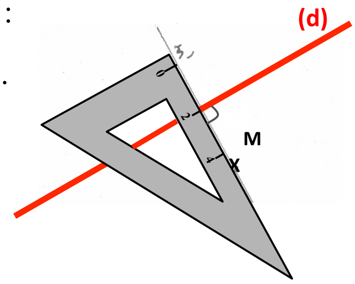


Image n°11

Sam parle probablement de la graduation située en M : le point M se situe en effet à la graduation 4,5 lorsque M' est en 0 et la droite (d) en 2 (Image n°11).

L'explication de Hug et le questionnement de Sam sont interrompus par l'arrivée de l'enseignante si bien que l'erreur due à une mauvaise utilisation des graduations de l'équerre n'est pas décelée. Cette étape de construction dure 1 min 31.

D. Bilan de l'activité de la triade et des aides apportées

Dans cette activité de construction du symétrique du point M par rapport à la droite (d), l'enseignante explique le travail attendu à la classe pendant 8 min 50, puis à la triade Lu, Sam et Hug dont le travail ne semble pas démarrer, pendant 1 min 35. La triade utilise alors 3 min 15 pour résoudre ses problèmes matériels, qui n'auraient sans doute pas été résolus sans une aide organisationnelle forte de l'enseignante. Cette durée est supérieure à celle consacrée à la réalisation de la construction (2 min 38).

L'enseignante apporte différentes aides avant que la triade ne se lance dans la réalisation de la construction. Concernant les aides organisationnelles, en plus de se charger de lui procurer une équerre, elle lance le travail de groupe, en faisant en sorte qu'il y ait des échanges entre les trois élèves. Ces aides produisent les effets attendus. De plus, l'enseignante apporte plusieurs aides mathématiques fortes, une première fois adressées à la classe et une seconde fois adressées à la triade en particulier. Il s'agit d'une aide géométrique avec le rappel des propriétés à prendre en compte dans la construction, et d'une aide graphique avec la référence au schéma codé qu'ont réalisé les élèves lors de la séance précédente. Ces aides conduisent Sam à corriger sa technique de construction erronée. Par contre, les instructions données par Lu montrent qu'il n'aurait pas procédé à l'étape de report de longueur de façon instrumentée et donc que les aides mathématiques de l'enseignante à ce propos n'ont été que tentative d'aide pour lui. Le fait qu'Hug réalise cette étape en action et le fait que Sam amène Hug à expliquer son action constituent pour Lu une aide technico-figurale et une aide géométrique relative à sa prise de conscience de la propriété d'égalité de longueurs à prendre en compte.

Hug est chargé d'effectuer les tracés. Il manipule l'équerre parfois en suivant les instructions données par Lu et Sam, parfois de sa propre initiative.

Concernant le positionnement de l'équerre lors de la première étape, une aide technico-figurale en langage technique géométrique de la part de Sam lui permet de réaliser de façon instrumentée l'action n°2 (côté de l'angle droit de l'équerre contre la droite (d)) alors qu'il avait placé l'équerre au jugé en ne tenant compte que de la contrainte « un côté de l'angle droit de l'équerre sur le point M ». Une rétroaction verbale de Sam permet ensuite de mettre en évidence une imprécision dans ce positionnement : cela constitue une aide technique à finalité graphique. Elle s'avère insuffisante et Sam la complète par une aide manipulatoire forte : il réalise lui-même cette action d'ajustement. Le tracé manque toutefois de précision : cela peut être dû aux difficultés manipulatoires de Hug vu la contrainte corporelle qu'il n'a pas su éviter (tracer les mains croisées). Ni Hug, ni Lu ne relèvent l'imprécision de l'angle droit alors qu'ils en font chacun une vérification à l'équerre à un moment donné : une aide technique à finalité graphique avec le repérage visuel de la position relative des côtés de l'angle droit de l'équerre avec ceux d'un angle droit formé par les droites (d) et (MM') leur aurait été utile.

Pour ce qui est du prolongement, Hug n'anticipe pas la position du point M' contrairement à Lu et Sam. Ceux-ci lui apportent aide graphique et aide technique à finalité graphique par un guidage de son tracé.

Concernant le report de longueur, Hug sait que cette étape peut être réalisée par la mesure et il est capable de formuler la propriété géométrique considérée, qu'il associe verbalement à son codage. Par contre, il fait preuve d'un manque de connaissances techniques et sémiotiques dans la mise en œuvre de cette étape. Tout d'abord, il utilise de façon incorrecte les graduations de l'équerre, en n'étant pas attentif au fait que la graduation 0 ne démarre pas au sommet de l'angle droit. Ensuite, il ne met pas de marque pour repérer M' sur la perpendiculaire à (d) passant par M mais inscrit seulement son nom. Et enfin, il code l'égalité des longueurs en considérant le trait qu'il a tracé pour représenter la perpendiculaire à (d)

passant par M, sans se préoccuper des positions de M et de M' sur ce trait. Sam apporte une aide technico-figurale à Hug en menant un questionnement pour le conduire à expliquer sa construction et également une aide graphique, qui permet à Hug de rectifier sa représentation du point M'. L'échange interrompu par l'enseignante ne permet pas la prise de conscience des deux autres erreurs.
Les interventions de Sam laissent supposer qu'il aurait su réaliser la construction du point M' de façon autonome, et la réussir dans une finalité géométrique. Néanmoins son rôle attribué par l'enseignante, à savoir donner des instructions et des explications sur la manière de procéder, met en évidence des imprécisions dans son discours sur les actions à réaliser avec l'équerre pour tracer la droite perpendiculaire à (d) passant par M et sur la propriété à mettre en jeu dans la construction relative au report de longueur, avec des implicites éclairés parfois par des termes et gestes déictiques. Les mauvaises interprétations de Hug, non volontaires, ont conduit Sam à améliorer ses instructions et questionnements.

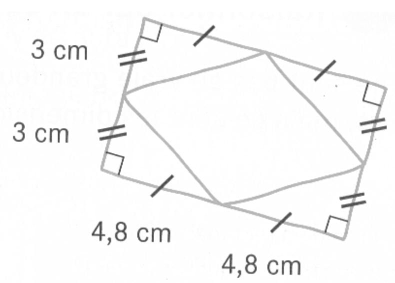
La triade observée dans cette partie I n'était constituée que d'élèves dyspraxiques. Nous nous intéressons à présent à deux dyades mixtes « élève dyspraxique - élève non dyspraxique ».

II. Dyade élève dyspraxique - élève non dyspraxique

A. Présentation des données

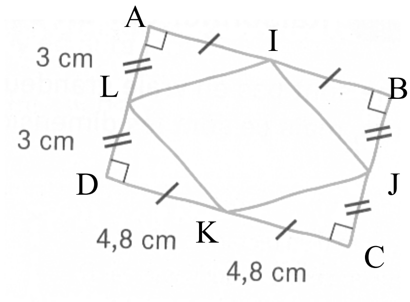
1. Épisode sélectionné

Le premier épisode sélectionné est issu d'une séance de géométrie réalisée en fin de l'année scolaire 2012-2013 dans une classe de CM2 ordinaire où est scolarisée l'élève L.
Lors de la séance observée, les élèves effectuent des constructions de figures avec leurs instruments à partir de schémas à main levée. Ils travaillent par deux : l'un donne des instructions à l'autre qui réalise le tracé. Nous avons filmé la dyade composée de l'élève L, dyspraxique visuo-spatiale et de sa binôme l'élève Bl, non dyspraxique. La transcription est en annexe 7.2.
Ce dispositif de travail en dyade a été mis en place suite à notre demande. Nous souhaitions en évaluer le fonctionnement, sans que les élèves n'aient eu aucune occasion antérieure de travailler à deux. Nous voulions également explorer les potentialités d'un travail de construction géométrique à deux, où l'élève dyspraxique n'a pas à effectuer de manipulation d'instruments.
L'épisode que nous présentons correspond à la deuxième construction de la séance. Le schéma de la figure à construire en vraie grandeur est dans le manuel des élèves (schéma à main levée ci-contre). Pour l'élève L, il semblait aller de soi d'alterner les rôles : aussi dans cette construction est-ce elle qui utilise les instruments tandis que l'élève Bl lui donne des instructions. Cette situation, non prévue au départ, nous donne l'opportunité d'étudier les aides spontanées données à un élève dyspraxique par un pair non dyspraxique dans l'exécution d'une construction instrumentée.



Nous avons proposé cette même activité à la dyade composée de l'élève M, dyspraxique visuo-spatiale et de l'élève Bm non dyspraxique, hors classe, en fin de leur année scolaire de CM2 en 2013. Nous avons filmé ces deux élèves. La transcription de l'épisode est en annexe 7.3.

2. Construction étudiée



La figure complexe à obtenir est constituée d'un rectangle ABCD et d'un losange IJKL avec I milieu du segment [AB], J milieu du segment [BC], K milieu du segment [DC] et L milieu du segment [AD]. Nous avons nommé les points pour faciliter la description, ils ne l'étaient pas dans l'énoncé donné aux élèves.

Le codage des quatre angles droits de ABCD permet d'identifier qu'il s'agit d'un rectangle et les codages d'égalités de longueurs permettent d'identifier que les points I, J, K et L sont situés sur chacun des milieux des côtés du rectangle et que AI = IB = DK = KC = 4,8 cm et AL = LD = BJ = JC = 3 cm.
Nous présentons deux démarches de construction possibles : la première nécessite une règle graduée et une équerre, elle ne demande aucun calcul ; la deuxième, dont nous détaillerons les actions élémentaires, correspond à la démarche la plus proche de celle mise en œuvre par les deux dyades d'élèves, elle nécessite une équerre graduée avec la graduation 0 au sommet de l'angle droit et demande des calculs.

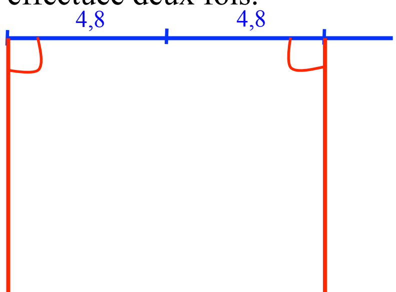
Première démarche

La construction peut se décomposer en treize étapes dont certaines sont analogues.
Elle démarre par la construction à la règle graduée d'un segment de longueur 4,8 cm que l'on prolonge. Cette première étape est une combinaison d'un tracé (*étape t*), d'un report de longueur (*étape $g_{4,8}$*) et d'un prolongement (*étape t_p*) : nous l'appelons *étape $tg_{4,8}t_p$*. L'étape suivante est un report de longueur (*étape $g_{4,8}$*).

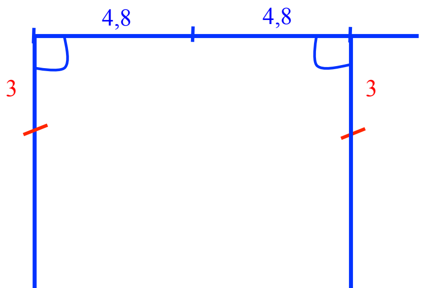
Étape t $g_{4,8}$ t_p

Étape $g_{4,8}$

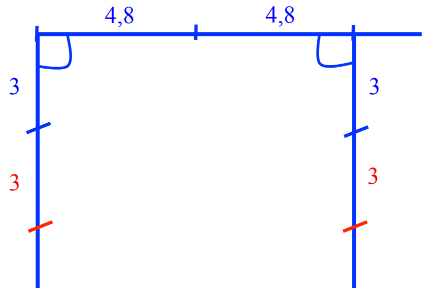
Vient ensuite le tracé à l'équerre du deuxième côté d'un angle droit (*étape a*), suivi de deux étapes de report de longueur (*étape g_3)* à la règle graduée. Cette série de trois étapes est effectuée deux fois.



Étape a (x 2)

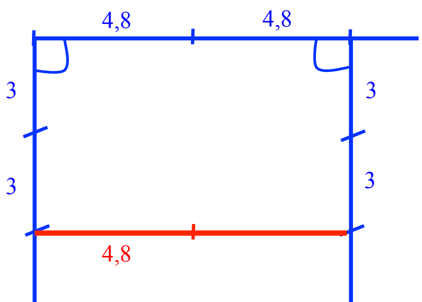


Étape g_3 (x 2)

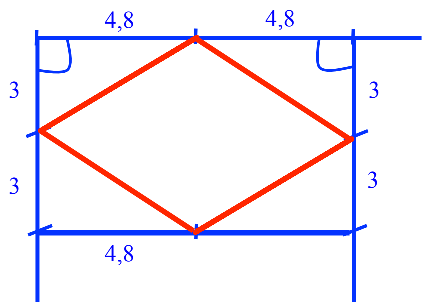


Étape g_3 (x 2)

L'étape suivante est une combinaison du tracé d'un segment et d'un report de longueur pour placer son milieu : *étape t_s $g_{4,8}$*.
La construction se termine par le tracé des quatre côtés du losange, soit quatre fois l'*étape t_s*.



Étape t_s $g_{4,8}$

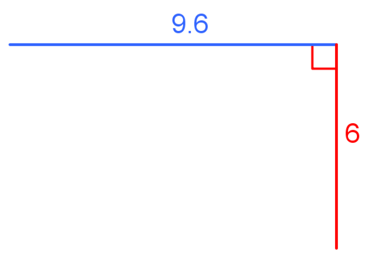


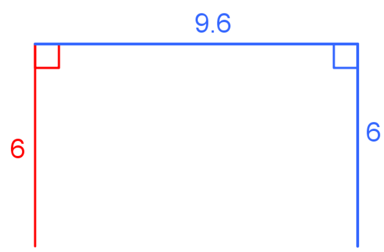
Étape t_s (x 4)

Deuxième démarche

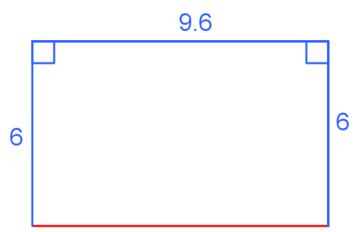
La construction peut se décomposer en douze étapes dont certaines sont analogues. Elle démarre par la construction d'un côté du rectangle dont la longueur est connue. Cette première étape est une combinaison d'un tracé (*étape t*) et d'un report de longueur (*étape* g_x) avec x valant le double de 4,8 cm. Nous l'appelons *étape* $tg_{9,6}$. L'étape suivante est la combinaison d'un tracé d'angle droit (*étape a*) et d'un report de longueur (*étape* g_x) avec x valant le double de 3 cm. Nous l'appelons *étape* ag_6. Cette combinaison est possible avec une équerre dont la graduation 0 est située au sommet de l'angle droit. Suit l'*étape* ag_6 analogue à la précédente, puis l'*étape* t_s qui permet d'obtenir le dernier côté du rectangle. Ensuite, l'*étape* g_x est répétée quatre fois pour placer le milieu de chacun des côtés du rectangle, puis l'*étape* t_s est répétée également quatre fois pour tracer les côtés du losange inscrit dans le rectangle.

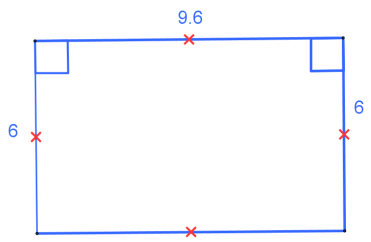
Étape $tg_{9,6}$ [AB] avec AB = 9,6 cm	**Étape ag_6** [BC] avec angle droit en B et BC = 6 cm	**Étape ag_6** [AD] avec angle droit en A et AD = 6 cm
1) Prendre la règle	6) Prendre l'équerre	11) Prendre l'équerre
2) Placer la règle 3) et placer la mine du crayon sur la graduation 0	7) Mettre un côté de l'angle droit sur [AB] 8) avec le sommet sur B	12) Mettre un côté de l'angle droit sur [AB] 13) avec le sommet sur A
4) Maintenir la règle 5) et tracer jusqu'à la graduation 9,6	9) Maintenir l'équerre 10) et tracer le long de l'autre côté de l'angle droit jusqu'à 6	14) Maintenir l'équerre 15) et tracer le long de l'autre côté de l'angle droit jusqu'à 6

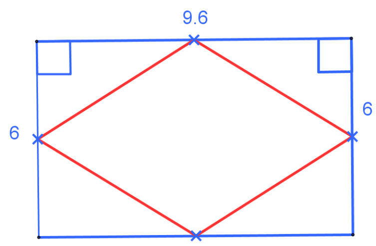




Étape t_s Segment [DC]	**Étape g_x** (x 4) Milieu d'un côté	**Étape t_s** (x 4) Segment [IJ]
16) Prendre la règle	21) Prendre la règle	25) Prendre la règle
17) Placer la règle sur D et C 18) Placer la mine sur le point D	22) Placer la règle sur [AB] avec la graduation 0 sur A	26) Placer la règle sur I et J 27) Placer la mine sur le point I
19) Maintenir la règle 20) et tracer le long de la règle jusqu'au point C	23) Maintenir la règle 24) et mettre une marque à la graduation 3 : point I	28) Maintenir la règle 29) et tracer le long de la règle jusqu'au point J



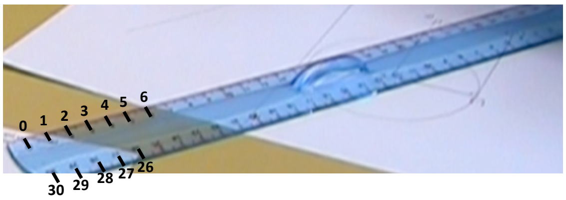


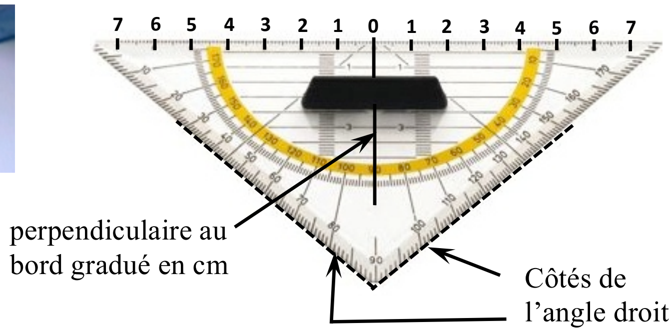


Dans le travail en dyade, seule l'élève non dyspraxique a accès au schéma. Ses instructions peuvent être données sous forme d'un programme de construction avec la description des objets géométriques ou graphiques à construire, ou sous forme d'un programme de tracé avec la description de la façon de les construire avec les instruments. L'exécution des actions avec les instruments est à la charge de l'élève dyspraxique. Son handicap nous laisse supposer des difficultés organisationnelles, manipulatoires et perceptives qui conduiront à des tracés incorrects dans une finalité graphique et qui pourront provoquer aussi un apport d'aides de la part de l'élève non dyspraxique.

B. Analyse de l'activité de l'élève L et de ses interactions avec l'élève Bl

Les deux élèves sont assises face à face à la même table et les instruments de géométrie utilisés sont ceux de l'élève L : une règle avec poignée, graduée de 0 à 30 sur les deux bords, et une équerre-rapporteur avec poignée, représentées ci-dessous.



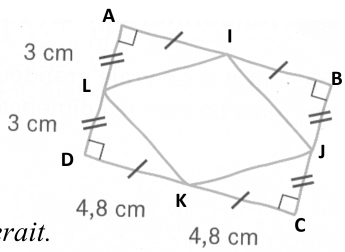


1. Premier essai

Analyse de l'*étape* tg_x

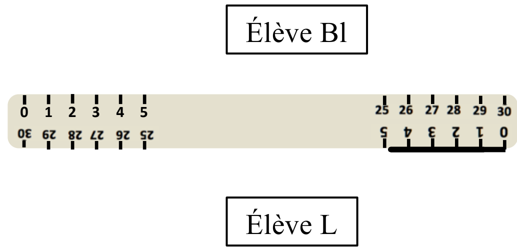
La répétition de l'écriture des longueurs accompagnée d'un codage marquant leur égalité n'est pas habituelle et est probablement source d'erreurs pour l'élève Bl. Dans un premier temps en effet, elle met en œuvre la deuxième démarche de construction en interprétant les longueurs 3 cm et 4,8 cm comme étant les dimensions du rectangle alors qu'il lui faudrait doubler ces longueurs pour obtenir les dimensions. Ainsi, elle commence à donner des instructions pour l'*étape* $tg_{4,8}$:

6. Bl : Alors le petit côté
// *elle parcourt plusieurs fois avec son doigt la largeur [AD]*
tu vas le faire, *elle prend la règle des mains de l'élève L et la place sur la feuille horizontalement*
// donc tu vas le faire comme ça,
4,8
// *elle parcourt le bord de la règle aller retour là où elle tracerait.*



L'élève Bl annonce donc à l'élève L qu'elle va lui faire construire le « petit côté », mais elle lui fait finalement tracer le « grand », en se trompant dans la mesure. L'élève Bl prend à sa charge les actions n°1 (*elle prend la règle*) et n°2 (*elle positionne la règle sur le support*) plutôt que de les formuler comme elle le devrait. Son intention est sans doute moins d'apporter à l'élève L une aide technico-figurale forte (action n°1) et une aide technique à finalité graphique forte (action n°2), en agissant à sa place, que de contourner ses propres difficultés à exprimer l'orientation qu'elle souhaite pour la règle sur le support (qui d'ailleurs est sans importance) et à exprimer le lieu du tracé (qui découle d'une anticipation de la place que prendra la figure finale sur la feuille de papier). Ses instructions reposent principalement sur des gestes et termes déictiques : elle parcourt le côté [AD] sur le schéma pour elle-même, puis parcourt le long de la règle le lieu du tracé à effectuer en demandant de « faire comme ça 4,8 ».

Les deux élèves sont installées face à face mais l'élève Bl ne prend pas en compte cette différence d'orientation par rapport au support lorsqu'elle indique le lieu du tracé par rapport à la règle : ce qui pour elle est au-dessus de la règle avec la graduation 0 à gauche, est, pour l'élève L, en dessous de la règle avec la graduation 0 à droite (voir ci-contre).



L'élève L trace là où cela lui a été indiqué, le long du bord inférieur de la règle et en commençant à droite, ce qui la met dans une position inconfortable. En effet, elle doit maintenir la règle sur le côté avec sa main gauche, ce qui la conduit à appuyer avec plus de force pour empêcher la règle de bouger qu'il n'en aurait fallu si elle avait pu placer sa main au niveau du tracé. De plus, elle doit tracer de droite à gauche en lisant les graduations écrites à l'envers. L'élève Bl, se rendant probablement compte des difficultés manipulatoires occasionnées par ses instructions, intervient :

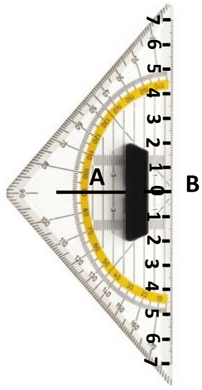
8. Bl : Non, non ça va pas. *Elle prend le crayon de la main de l'élève L.*
9. *Elle gomme avec la gomme de ce crayon le tracé que vient de faire l'élève L.*
// L : Eh oui, faut la mettre dans l'autre sens ! *Elle tourne sa règle d'un demi-tour.*
10. Bl : Ouais, ouais, voilà.
11. L : C'est bien ce que j'me disais.

L'élève Bl interrompt le tracé en signalant que cela ne convient pas (8. Bl : « Non, non, ça va pas ») et par une action qui ne laisse pas à l'élève L la liberté de poursuivre : elle lui prend le crayon de la main et gomme le trait tracé avec la gomme du crayon. L'arrêt du tracé dans des conditions difficiles pour l'élève L est une aide manipulatoire forte et la prise en charge de l'action périphérique de gommage constitue une aide organisationnelle forte. L'élève L pivote la règle d'un demi-tour afin de placer la graduation 0 à gauche du support. Cette action n'est pas utile étant donné que sa règle est graduée de 0 à 30 sur les deux bords. L'élève Bl lui apporte alors une aide manipulatoire forte en maintenant avec elle la règle et une aide technique à finalité graphique en l'aidant à repérer les graduations sur la règle par un pointage de millimètre en millimètre à partir de 4,5. L'élève L place la mine de son crayon sur la graduation 4,8 et s'assure auprès de l'élève Bl de l'avoir bien placée. Celle-ci valide ce point de départ du tracé, l'élève L effectue alors le tracé jusqu'à la graduation 0 en allant vers la gauche. Le segment [AB] obtenu mesure bien 4,8.

Analyse de l'*étape* ag_x

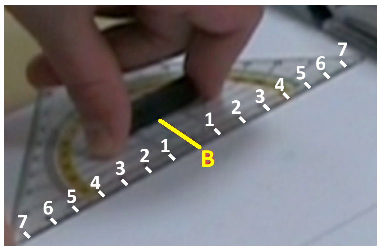
L'élève Bl donne l'instruction de l'action n°6 (17. Bl : « Tu prends ton équerre ») tout en réalisant elle-même cette action. Elle en effectue le positionnement, ses instructions sont exprimées sous forme d'une démonstration des actions n°7 et n°8 accompagnée de termes déictiques (17. Bl : « Tu vas faire comme ça »). Elle se place également dans une finalité graphique en demandant de « bien positionner » l'équerre, tandis qu'elle en effectue elle-même l'ajustement sur [AB]. Elle apporte de cette façon une aide forte à l'élève L, tout à la fois technico-figurale, technique à finalité graphique, manipulatoire et organisationnelle, en empiétant sur les tâches qui devraient revenir à l'élève L. Cette dernière réagit en faisant comprendre à l'élève Bl qu'elle n'a pas besoin d'aide (18. L : « C'est bon hein, je sais positionner une équerre quand même ! »). Avant de la laisser effectuer le tracé, l'élève Bl lui apporte une aide manipulatoire faible par un geste mimétique en lui montrant où tenir l'équerre et en lui demandant de bien la tenir (19. Bl : « Comme ça // *elle tient la poignée,* tu vas bien tenir, *elle lâche la poignée*, bon bref, tu vas faire »). L'élève L semble vouloir montrer qu'elle sait effectivement positionner une équerre en verbalisant l'ajustement infime qu'elle est finalement amenée à réaliser selon elle (20. L : « Oh, mais elle est mal positionnée ! *Elle ajuste l'équerre.* Voilà, là, elle est bien positionnée. ») Elle émet cependant immédiatement des doutes quant à ce qu'elle observe du trait représentant le segment [AB] par rapport à la ligne de son équerre-rapporteur. Le décalage résulte sans doute de sa tentative d'ajustement. Elle sollicite alors l'avis de l'élève Bl :

21. Bl : 3 cm
22. L : Oui mais, j'ai l'impression qu'mon trait il est pas droit.
23. Bl : Si, si
24. L : Non regarde là. *Elle pointe sur l'équerre.*
25. Bl *regarde //* Eh ben voilà, t'l'as mal positionnée !
Elle réajuste et maintient l'équerre. Voilà.
26. L *continue à maintenir aussi l'équerre et s'apprête à tracer.*
27. Bl : Non, non, c'est pas bien.
28. L : Voilà, c'est bien.
29. Bl : Non, enlève ta main. *L enlève ses mains.*
C'est ça. *Bl ajuste et maintient :* Voilà, 3 cm.



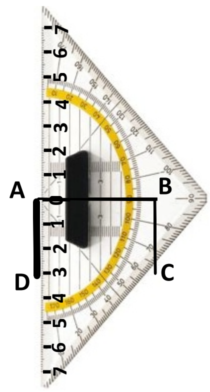
L'élève Bl répond à la demande d'aide technique à finalité graphique de l'élève L en apportant une rétroaction sur le positionnement de l'équerre (25. Bl : « t'l'as mal positionnée ! ») Elle exprime aussi le fait qu'elle s'attendait à cela (25. Bl : « Eh bien voilà »), légitimant ainsi l'aide sous forme d'une action qu'elle lui apportait par anticipation juste avant. Elle donne alors cette même aide en accompagnant l'action d'ajustement de l'élève L : tandis que l'élève L tient la poignée de son équerre-rapporteur sur les côtés entre le pouce et l'index de la main gauche et qu'elle cherche à placer la mine de son crayon sur le point B, l'élève Bl essaie d'ajuster l'équerre avec ses deux mains. Toutes deux semblent agir en même temps vers ce but commun d'ajustement. Les deux élèves n'ont cependant pas la même analyse visuelle de la superposition de la ligne de l'équerre sur le segment [AB] : l'élève L valide un positionnement que l'élève Bl n'estime pas correct. L'élève L s'en remet entièrement à la perception de l'élève Bl et la laisse terminer l'ajustement. L'élève L est demandeuse de l'aide de l'élève Bl à ce niveau : elle est en effet tout à fait consciente de la non fiabilité de sa perception visuelle, elle l'exprimera d'ailleurs explicitement lors d'une construction suivante réalisée dans les mêmes conditions que celle-ci. En témoigne en effet sa réponse à l'élève Bl qui la déclare « pas très maligne » suite à une imprécision d'un millimètre dans le tracé d'un segment : « Ben oui, je sais mais ... j'vois moins bien qu'toi tu sais ! Beaucoup d'choses qu'j'vois moins bien qu'toi, alors euh ... »

Une fois l'équerre placée, l'élève L reçoit l'instruction langagière de « 3 cm » qui rappelle la première formulation un peu plus complète (19.21. Bl : « Tu vas faire 3 cm »). Il reste des implicites quant au lieu du tracé : il doit démarrer du point B et suivre le côté de l'équerre qui contient ce point. La graduation 0 de l'équerre est déjà sur le point B ; le côté de l'équerre considéré va de part et d'autre du segment [AB] et il est gradué à partir du point B vers le haut et vers le bas (voir ci-contre).



Cela conduit l'élève L à se questionner sur le sens à choisir pour le tracé. Si l'élève L démarre bien du point B, seule la direction perpendiculaire à [AB] et une longueur de 3 cm sont à prendre en compte. Le choix du sens du tracé n'a pas d'importance au niveau géométrique, il influe seulement sur la position de la figure sur la feuille et peut donc être motivé par la place que prendra la figure sur le papier afin qu'elle n'en sorte pas. Cet aspect a

déjà été pris en charge par l'élève L au départ quand elle a placé la règle pour le tracé du segment [AB]. Une fois l'instruction « 3 cm » donnée, l'élève Bl est appelée par le binôme voisin et va leur apporter de l'aide, laissant seule l'élève L pendant 45 s. Celle-ci ne prend pas de décision quant au sens à choisir pour le tracé de [BC], alors qu'elle le pourrait puisqu'elle a le schéma sous les yeux (l'élève Bl l'a laissé posé visible sur la table) pour savoir que le rectangle ne sortira pas de la feuille quel que soit son choix. Elle se contente de rappeler l'élève Bl. Cette dernière lui montre par un geste déictique un sens de tracé en réponse à sa demande et elle contrôle également l'arrêt à la graduation 3 par un guidage verbal : « Stop », qui constitue une aide technique à finalité graphique. Cela termine l'*étape* ag_3 et le segment [BC] obtenu a bien une longueur de 3 cm.
Cette même étape est initiée à nouveau par l'élève Bl pour obtenir le segment [AD]. Elle effectue plusieurs va et vient avec l'index à partir du point A pour informer de la direction et du sens du segment à tracer et elle complète ce geste iconique en formulant la mesure du segment (40. Bl : « Là, 3 »). Pour le tracé de [BC], la perpendicularité était induite par le placement de l'équerre, pour celui de [AD], elle est implicitement donnée de façon visuelle, par un geste iconique représentant le côté du rectangle à tracer. L'élève L place l'équerre comme elle l'avait placée pour obtenir [BC], ce qui ne permet pas de faire le tracé attendu. L'élève Bl réagit immédiatement :



42. Bl : D'l'autre côté !
43. L : D'l'autre côté ? Comment tu ?
Bl lui tourne l'équerre d'un demi-tour (voir ci-contre).
L : Ah oui.
44. Bl : Autrement, tu peux pas tracer !
45. L : Oui, mais j'suis pas gauchère moi !
46. Bl : Viens j't'la tiens.
47. L : Ah, je veux bien. *Elle trace pendant que Bl maintient.*
48. Bl : Attends, *elle ajuste*
// L : Il est pas d'ssus, il est pas d'ssus, il est pas d'ssus, il est d'ssus.
49. *Elle trace de A à D pendant que Bl maintient l'équerre.*

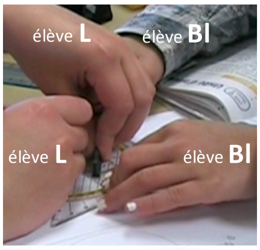
L'élève Bl prend en charge la rectification de l'orientation de l'équerre proposée par l'élève L : cela constitue pour l'élève L une aide forte tout à la fois à visée manipulatoire, organisationnelle et technico-figurale. L'élève Bl apporte cette aide peut-être par anticipation des difficultés que pourrait rencontrer l'élève L, mais surtout, comme pour les positionnements d'instruments précédents, cela lui permet de contourner ses propres difficultés à donner des instructions langagières. Une justification du positionnement choisi pour l'équerre rend cette aide quelque peu élaborée (42. 44. Bl : « D'l'autre côté ! Autrement tu peux pas tracer »). Si l'élève Bl se place dans une finalité géométrique, elle peut sous-entendre l'impossibilité de tracer un segment perpendiculaire à [AB]. Dans une finalité graphique, ce sera l'impossibilité de tracer contre un côté de l'équerre, puisqu'aucun côté n'est placé, même au jugé, à l'endroit indiqué. L'élève L se place, elle, dans une visée manipulatoire en exprimant son incapacité à tracer le long de l'équerre telle qu'elle a été disposée (45. L : « Oui, mais j'suis pas gauchère moi ! ») Le maintien de l'équerre avec sa main non dominante la conduit en effet à tracer en ayant les mains croisées. Non seulement la position est inconfortable mais surtout sa main gauche déborde de l'équerre et gêne le tracé. Pour éviter cela, il faudrait qu'elle tourne la feuille d'un demi-tour ou alors qu'elle prolonge le segment [AB] du côté de A pour pouvoir placer l'équerre perpendiculairement à la droite (AB) en étant à gauche du point A plutôt qu'à droite. L'élève Bl ne lui apporte ni cette aide organisationnelle, ni cette aide technico-figurale, mais apporte une aide technique à finalité graphique en ajustant l'équerre et une aide manipulatoire en la maintenant. Ces aides sont volontiers acceptées par l'élève L. Le segment [AD] obtenu a une longueur de 2,9 cm, l'erreur de mesure n'est pas repérée par l'élève Bl.

Analyse de l'*étape t_s*

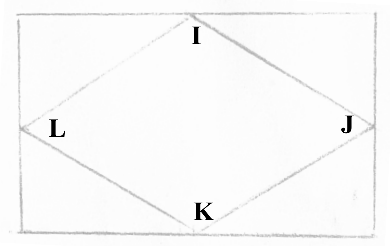
Dans cette construction, l'*étape t_s* est effectuée avec le plus grand côté de l'équerre utilisé comme règle pour le tracé du segment [DC], puis à quatre reprises pour le tracé des segments [IJ], [JK], [KL] et [LI], une fois les milieux I, J, K et L des côtés du rectangle ABCD placés. Nous nous intéresserons à l'obtention de ces points dans l'analyse de l'étape suivante.
Pour le dernier côté du rectangle, l'élève Bl place le côté de l'équerre sur les points D et C en donnant une instruction en langage technique (50. Bl : « Et là, tu relies les deux »). Elle prend ainsi à sa charge le choix de l'instrument et son positionnement, c'est-à-dire les actions n°16, n°17, n°18 et n°19. Cela correspond à des aides fortes à visées technico-figurale, manipulatoire et organisationnelle. Il ne reste alors à l'élève L que le tracé à effectuer :

50. Bl : Et là, *elle place l'équerre et la maintient,* tu relies les deux.
51. L *tient la poignée de l'équerre,* c'est mal euh
52. Bl *en continuant à maintenir :* Non, c'est bien.
53. L *trace :* Voilà
54. Bl : Voilà.
55. L : [inaudible] rectangle déjà.

Ce qui est à relier est implicite mais ne pose pas question à l'élève L qui sait qu'elle doit obtenir un rectangle. Son appréciation visuelle de la position des points C et D par rapport au bord de l'équerre (51. L : « c'est mal euh ») est contredite par l'élève Bl (52. Bl : « Non, c'est bien »). Cette rétroaction langagière est une aide technique faible à finalité graphique. L'élève L, sans doute fragilisée par ses manifestations de besoin d'aide précédentes, ne conteste plus le fait que l'élève Bl agit pour une grande part à sa place.
Le tracé des segments [LK], [KJ], [IJ] et [LI] se déroule de façon analogue à celui du segment [DC]. L'élève Bl apporte les mêmes aides fortes en plaçant et maintenant l'équerre sur le lieu du tracé, avec l'instruction de relier :



72. Bl [...] Maintenant, tu vas relier.
    Elle place l'équerre sur les points L et K (photo ci-contre)
73. *L trace en faisant un aller-retour entre L et K*
74. Bl : Voilà, stop.
75. *L tourne l'équerre,*
    Bl l'ajuste et la maintient sur K et J.
76. L *place la mine du crayon*
    // Bl : Non, c'est pas là le bout
77. *L décale la mine et trace [KJ]*
78. Bl : Voilà. *Elle tourne l'équerre et la maintient sur I et J*
79. *L trace.*
80. Bl : Voilà. *Bl place et maintient l'équerre sur L et I.*
81. *L trace et obtient la production ci-contre.*
82. Bl : Voilà



L'élève Bl contrôle le tracé au fur et à mesure de son déroulement en le guidant par ses actions avec l'équerre et aussi par des rétroactions langagières. Elle valide le tracé à chaque fois par le terme « Voilà », donne instruction d'un arrêt (74. Bl : « Stop »), suite à l'observation d'un double tracé inutile (73. *L'élève L effectue un aller-retour avec son crayon entre L et K*) et elle invalide un point de départ au moment où l'élève L met sa mine pour démarrer le tracé de [KJ] (76. Bl : « Non, c'est pas là le bout »). Ces rétroactions constituent des aides techniques faibles à finalité graphique. L'aide manipulatoire apportée pour chacun des tracés n'est pas optimale. L'élève Bl place en effet l'équerre comme elle la placerait pour elle-même, ce qui fait que le bord de l'instrument à longer se situe au-dessus de la ligne à tracer. Cela rend plus difficile la gestion des appuis pour le tracé : il est en effet habituel de placer l'instrument et de le maintenir en dessous de la ligne à tracer, d'autre part, cela contraint l'élève L à des contorsions de son poignet gauche alors qu'elle essaie de maintenir l'équerre par la poignée, gênée par les mains de l'élève Bl situées de part et d'autre.

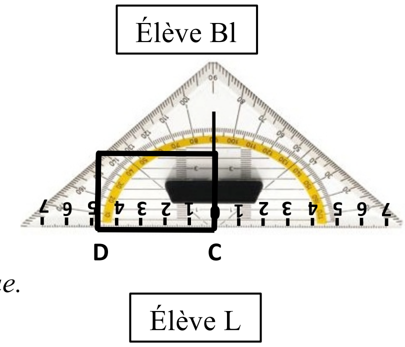
Analyse de l'*étape g_x*

Nous analysons maintenant l'étape correspondant au placement des milieux des côtés du rectangle ABCD. L'élève Bl cherche tout d'abord à faire placer le point K sur le côté [DC]. Pour savoir où il se situe, elle commence par mesurer sur le schéma. L'élève L réagit à cette action en lui exprimant son inutilité :

56. Bl : Ensuite, ce que tu vas faire *Elle mesure [DC] sur l'énoncé.*
57. L : Mais, c'est pas les proportions réelles.
58. Bl : Si
59. L : Non
60. Bl : 4,8 // *elle parcourt de D vers C sur le schéma*
61. L : C'est pas les proportions réelles !
62. Bl : Alors, dans l'milieu d'c'ui là // *elle parcourt [DC] sur la feuille*
    Donc euh, y'a combien là ? // *elle place les graduations sur [DC]*. J'crois qu'c'est 4,8 euh 2,4 donc 2,4 tu vas faire le milieu 2,4 // *elle place la graduation 0 sur le point D*
63. L : le milieu de 2,4
64. Bl : Non, tu dois faire 2,4

Le désaccord sur le respect des dimensions sur un schéma à main levée est exprimé par des interactions langagières. L'élève L dit que ce ne sont « pas les proportions réelles », apportant ainsi une aide graphique forte à l'élève Bl, par l'expression d'une connaissance sémiotique, tandis que l'élève Bl affirme le contraire. Cependant, ni l'une ni l'autre n'argumente. L'élève Bl se rend probablement compte, par le résultat de sa mesure, que la longueur du côté [DC] sur le schéma n'est pas 4,8 cm comme elle l'imaginait. Elle ne le signale pas à l'élève L alors qu'elle prélève le fait que le point K est au milieu du segment [DC] à partir du codage de l'égalité des longueurs. Elle donne des instructions pour placer ce point, dans un langage plein d'implicites complété de gestes déictiques et du positionnement de l'instrument de mesure : elle formule tout d'abord le terme géométrique de « milieu » et utilise un geste déictique de parcours, accompagné du terme déictique « c'ui là », pour montrer l'objet considéré, à savoir le segment [DC] ; elle reformule ensuite sa demande par « faire le milieu 2,4 ». Il s'agit d'un condensé d'une instruction qui pourrait être, en langage géométrique : « Place le milieu de ce segment, pour cela, place un point à 2,4 cm de ses extrémités ». La mauvaise interprétation de l'élève L (63. L : « le milieu de 2,4 ») n'aboutit pas à une amélioration langagière de l'instruction de l'élève Bl.

L'élève Bl ne laisse pas à l'élève L la tâche de trouver le milieu du segment [DC], elle restreint ses actions au repérage d'une graduation sur l'équerre. Elle effectue en effet elle-même le calcul de la moitié de 4,8 d'une part, et elle continue à prendre à sa charge le positionnement de l'instrument d'autre part, en plaçant le côté gradué de l'équerre sur le segment [DC] avec la graduation 0 sur le point C. Tout en maintenant l'équerre, elle donne l'instruction de « faire 2,4 ». Elle procède de même pour le milieu du segment [AB], apportant ainsi des aides fortes à visée technico-figurale, manipulatoire et organisationnelle. L'élève L échoue dans le repérage de la graduation 2,4 pour les deux segments :



64. Bl : Non, tu dois faire 2,4. *Elle maintient l'équerre sur [DC].*
L place une marque.
Non, regarde, *elle lui prend son crayon.* 2,5 // *elle pointe*
moins 1 // *pointe*, quatre
65. L : Ah oui 2,4
66. Bl *met une marque //* Tu vas le mettre là.
Elle place l'équerre sur le côté [AB]. Pareil pour là.
67. Bl *place et maintien l'équerre,* L *prend le crayon et fait une marque.*
68. Bl : Non, non, non, non, non. *Elle lui reprend le crayon.*
C'est là // *elle pointe*.
Ouais mais, elle est à l'envers pour toi // *elle fait la marque.*
Elle gomme la marque incorrecte et retrace la partie du segment [AB] gommée.
69. L : Mais oui

L'élève Bl prend conscience de la difficulté qu'elle provoque en ayant placé l'équerre comme elle l'a fait. Cela lui permet de la maintenir facilement, puisqu'elle prend en charge cette action, mais elle ne tient pas compte du fait que les graduations sont en conséquence écrites à l'envers pour l'élève L qui est placée en face d'elle.
La vidéo ne permet pas de voir à quelle graduation l'élève L met une marque, mais comme les deux élèves attribuent les erreurs de repérage au fait que les graduations sont à l'envers, il est possible que l'élève L ait repéré la graduation 2,5 et ait fait une marque en décalant d'un millimètre vers la gauche comme elle le ferait si les graduations étaient à l'endroit pour elle. Ses difficultés de repérage peuvent aussi être attribuées à ses troubles visuo-spatiaux. L'élève Bl apporte à l'élève L une aide technique forte à finalité graphique en contrôlant visuellement son action et en rectifiant à chaque fois la marque mal placée. Elle lui apporte également une aide organisationnelle forte en gommant le repère incorrect.
L'élève Bl dessaisit complètement l'élève L de ses actions pour le placement du milieu du segment [BC], la cantonnant à observer ce qu'elle fait alors qu'elle verbalise ses calculs (70. Bl : « Là, la moitié de 3, c'est 1,5 »). L'élève L se manifeste en récupérant le crayon de la main de l'élève Bl (71. L : « Oui, j'vais l'faire »). L'élève Bl effectue le placement et le maintien de l'équerre sur le côté [AD] en donnant l'instruction de mettre un trait à 1,5. Elle apporte de cette façon les mêmes aides fortes que pour les deux premiers placements de milieu.

2. Deuxième essai

Une fois le premier essai terminé, les deux élèves réalisent une autre construction en intervertissant les rôles (L'élève L donne des instructions tandis que l'élève Bl manipule les instruments en suivant les instructions), puis elles vont voir l'enseignante pour valider leurs productions. L'enseignante leur demande de refaire la construction précédente qui ne respecte pas les dimensions du schéma. Tandis que l'élève Bl s'attarde auprès d'autres élèves, l'élève L gomme la figure incorrecte avec la gomme de son crayon. Cette tâche organisationnelle lui prend 49 secondes. Elle attend ensuite le retour de l'élève Bl :

85. Bl *arrive, enlève les gommures avec sa main :* T'as pris quoi comme gomme ?
86. L *lui montre la gomme de son crayon, Bl part chercher une autre gomme.*
L *pose la règle sur la feuille et regarde le schéma du livre :* Donc euh
Bl revient avec une gomme, L lui donne le livre et s'apprête à tracer le long de la règle
87. Bl : Attends pousse-toi, *elle gomme*, t'l'as mal gommé, *elle gomme,* voilà.

L’élève L estime que la feuille est prête à recevoir les nouveaux tracés (*elle y place la règle et s’apprête à tracer*), contrairement à l’élève Bl. Celle-ci commence en effet par enlever les gommures oubliées, elle emprunte une « meilleure » gomme, puis empêche l’élève L de tracer en lui donnant une rétroaction verbale sur le résultat de son gommage (87. Bl : « Attends pousse-toi, t’l’as mal gommé ») et enfin elle recommence l’action de gommage. Elle apporte ainsi à l’élève L une aide organisationnelle forte.
Tandis que l’élève Bl regarde le schéma et commence à donner la première instruction (89. Bl : « Donc le tout petit côté »), l’élève L place la règle verticalement sur la feuille et s’apprête à tracer. La place de tracé disponible est un rectangle de largeur 13 cm et de longueur 21 cm, orienté verticalement sur la table.

> 89. Bl : Donc le tout petit côté. Là, *elle pointe là où s’apprête à tracer L,* on va faire le grand, mais, arrête // *elle prend la règle et le crayon des mains de L,*
> 90. L : J’l’ai même pas fait
> 91. Bl : Il faut commencer d’un peu en haut et d’un peu sur le côté // *elle déplace la règle*
> 92. L : Ben oui ben ... *elle récupère le crayon sur la table et maintient la règle*
> 93. Bl : Sur le côté parce que je sais pas si // *elle décale encore un peu la règle*

L’élève L fait preuve d’un manque d’anticipation sur la place que prendra la figure sur la feuille de papier : si elle trace une largeur du rectangle là où elle a placé la règle, elle ne pourra pas tracer les longueurs entièrement, le rectangle sortira de la feuille. L’élève Bl l’empêche de tracer en la sommant d’arrêter, tout en lui enlevant règle et crayon des mains. Elle place elle-même la règle en décrivant spatialement le départ de la construction (91. Bl : « Il faut commencer d’un peu en haut et d’un peu sur le côté »). Elle apporte ainsi une aide technique forte à finalité graphique relative au repérage de la zone de tracé. Cette aide est non élaborée, il n’est pas évident que l’élève L sache exactement ce qui ne convenait pas.
L’élève Bl a donc réalisé le placement de la règle pour l’*étape* tg_6 dont elle donne l’instruction lacunaire en langage technique courant : « Là, tu vas faire 6 ». L’élève L maintient la règle et commence à placer sa mine sur la graduation 6 en verbalisant « 6 cm il est là ». Cette formulation à haute voix peut être un moyen pour elle de s’assurer que son repérage est correct : s’il ne l’est pas, elle recevra une rétroaction de la part de l’élève Bl. Celle-ci a en effet les yeux rivés sur les graduations de la règle et observe son action de tracé, qu’elle valide à la fin (96. Bl : « Voilà, c’est bon »). L’élève Bl renforce également le maintien de la règle effectué par l’élève L. Aides fortes, technique à finalité graphique et manipulatoire, sont ainsi données pour cette première étape de la construction.

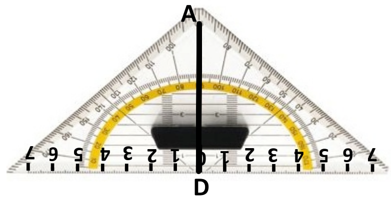
Les instructions de l’élève Bl pour l’*étape* $ag_{9,6}$ sont identiques à celle du premier essai : elle prend en charge l’action n°6 (*elle prend l’équerre*), les actions n°7 et n°8 (*elle place un côté de l’angle droit sur [AD] avec le sommet sur D)* et l’action n°9 (*elle maintient l’équerre*), tout en donnant l’instruction : « Tu vas prendre l’équerre. Tu vas faire comme ça ». L’élève L ne revendique plus cette part d’actions qui lui est enlevée, comme elle l’avait fait au premier essai (18. L : « C’est bon hein, je sais positionner une équerre quand même ! ») Elle s’enquiert seulement de la longueur du segment à tracer :

> 96. Bl : Voilà, c’est bon. Tu vas prendre ton équerre. Tu vas faire comme ça // *Elle place l’équerre*
> 97. L : Mais par contre là, faut mettre combien ? // *Elle pointe avec son crayon sur les graduations*

Une répartition des rôles au sein de la dyade, non conforme à celle demandée par l’enseignante, semble ainsi s’installer : l’élève Bl donne les instructions pour le tracé et prend à sa charge le positionnement et le maintien de l’instrument à utiliser, tandis que l’élève L se charge du tracé. Cela peut être motivé par une volonté d’aide de la part de l’élève Bl ou par

un manque de confiance dans ce que l'élève L peut produire, vu son manque de dextérité et de précision dans les tracés. Cela peut être dû aussi au fait que l'élève Bl ne possède pas le langage technique géométrique qui lui permettrait de décrire comment positionner l'équerre ou bien ne maîtrise pas le langage géométrique qui lui permettrait de formuler l'objet géométrique à tracer et qu'elle ne sait faire autrement que montrer comment agir avec l'instrument en guise d'instructions.
La technique de construction avec l'équerre-rapporteur, utilisée lors du premier essai, ne peut pas être réutilisée telle quelle avec le choix de construction d'une largeur du rectangle en première étape. Les graduations de l'équerre ne vont en effet que jusque 7 de part et d'autre de la graduation 0 alors que la longueur du rectangle vaut 9,6 cm. Pour tenir compte de cette contrainte matérielle, l'*étape* $ag_{9,6}$ doit donc intégrer une étape de prolongement de la perpendiculaire au segment [AD] en D obtenu, avant de pouvoir placer le point C sur cette droite à la distance 9,6 cm du point D.
En réponse à la demande de l'élève L sur la graduation à repérer sur l'équerre positionnée et maintenue par l'élève Bl, celle-ci calcule à voix haute :

98. Bl : Quatre et quatre huit
99. L : Faut mettre 8 ? Ben mets-toi là.
// *Elle pointe à 1 cm de la graduation 0 vers la gauche*
100. Bl : 9,6
101. L : 9,6 ?



L'élève L ne cherche pas du tout à calculer la longueur du rectangle, ni à contrôler le résultat annoncé. Il est clair pour elle que cette tâche revient à l'élève Bl dont le rôle est de lui donner les instructions de tracé. En effet, elle lui demande explicitement cette information (97. L : « Mais par contre, là, faut mettre combien ? ») De plus, elle est prête à accepter comme mesure le résultat du calcul intermédiaire du double de 4,8 que l'élève Bl effectue à haute voix : « Quatre et quatre, huit » (98) : elle comprend qu'elle doit tracer un segment de 8 cm de longueur. Elle a conscience de la nécessité d'une adaptation de la technique précédente pour tracer ce segment. Elle propose, par un geste déictique de pointage, de se mettre à 1 cm à gauche de la graduation 0. Son instruction « Mets-toi là » peut signifier un déplacement de l'équerre pour mettre la graduation 1 située à gauche de 0 sur le point D. Dans ce cas, l'angle droit ne peut plus être obtenu par l'équerre puisque la ligne perpendiculaire au côté gradué n'est située qu'au niveau de la graduation 0. « Mets-toi là » peut aussi signifier de mettre la mine du crayon à cet endroit pour démarrer le tracé. L'élève L dans ce cas omet le fait que la graduation 0 est placée sur le point D. Cette proposition d'adaptation de la technique de tracé du segment [DC] de longueur 8 cm perpendiculaire au segment [DA] de l'élève L montre qu'elle n'a pas conscience d'au moins une des deux actions permettant de positionner l'équerre avant le tracé. Elle n'est prête à prendre en compte de façon instrumentée que la longueur du segment. Elle le fait de façon correcte, on obtient bien 8 en ajoutant 1 à 7.
Une fois le résultat de la longueur obtenu, l'élève Bl donne l'instruction à l'élève L de « faire 5 » tout en pointant cette graduation sur l'équerre. Elle prend immédiatement le crayon de la main de l'élève L et réalise le tracé elle-même le long de l'équerre, de la graduation 0 à la graduation 5, sans plus accompagner ses actions d'aucun semblant d'instruction. L'élève L ne devient plus qu'observatrice d'actions qui n'ont pas nécessairement de sens pour elle. Par ailleurs, alors que l'élève Bl reste concentrée dans ses actions, l'élève L se laisse distraire par un élève qui les rejoint et qui réagit tout d'abord à l'instruction « Tu vas faire 5 » :

103. é *s'approche de la dyade :* Et pourquoi ? Mais non, c'est 9
104. L à é : Mais arrête, toi !
105. Bl : 5 virgule 6. *Elle trace de la graduation 5 à la graduation 5,6. Elle prend la règle, la place le long du trait de 5,6 cm et tourne la feuille d'un demi-tour pour mettre la règle avec le 0 sur D.*

106. é : Oh là là, qu'est-ce qu'elle nous fait ? Qu'est-ce que c'est moche !
107. Bl : 5 virgule 6
108. é : Mais regarde ça // *Il pointe le premier essai effacé,* on voit les traces, c'est atroce !
109. Bl *trace de 0 à 9,6*
110. é : Vous recommencerez ! *Il part.*
111. L : Monsieur le professeur
112. Bl : Voilà
113. L : Monsieur le professeur pas sympa !

Cette interruption ne relève sans doute que du petit jeu anodin, mais trahit peut-être néanmoins une certaine perception qu'ont les élèves des attentes de l'enseignant.
Alors que l'élève Bl termine son tracé du segment [DC], l'élève L approche sa règle. L'élève Bl la repousse et lui demande d'attendre. Elle souhaite contrôler la mesure de [DC]. Pour contribuer à l'avancée de la construction, l'élève L se donne alors une tâche de calcul :

117. L : Bon, euh, en attendant, on va chercher la moitié de 9
118. Bl : Mais y'a pas besoin !
119. L : Ben si parce que faudra faire la moitié pour faire le triangle à l'intérieur // *Elle pointe*
120. Bl : Eh ben pas tout de suite !
121. L : Ben oui
122. Bl : Ben alors, cherche la moitié, j'fais l'reste
123. L : D'accord, si tu veux.

L'élève L a retenu comme mesure de [DC] celle affirmée par l'élève perturbateur (103. é : « Mais non, c'est 9 ») et elle se réfère à la technique de construction du premier essai où il avait fallu calculer la moitié de la longueur 4,8 cm. L'élève Bl l'informe immédiatement de la non nécessité de chercher la moitié de 9 (118. Bl : « Mais y'a pas besoin ! ») Plusieurs raisons permettraient de le justifier. Tout d'abord la longueur du rectangle mesure 9,6 et non 9. Ensuite, 9,6 a été obtenu en calculant le double de 4,8, la moitié de 9,6 peut donc se déduire directement sans calcul. Enfin, cette mesure de 4,8 est indiquée sur le schéma de l'énoncé. L'argument avancé par l'élève Bl est qu'il n'est pas nécessaire de connaître ce résultat à ce moment de la construction. Deux côtés du rectangle ne sont en effet pas encore construits si elle se réfère à l'ordre des étapes du premier essai. L'élève Bl propose une nouvelle répartition des tâches (122. Bl : « Ben alors, cherche la moitié, j'fais l'reste ») que l'élève L accepte. L'élève Bl termine donc seule la construction, tandis que l'élève L calcule. Leurs échanges mettent en évidence les faiblesses en calcul mental de l'élève L : celle-ci met du temps à calculer, elle propose comme premier résultat 5,5. L'élève Bl l'aide à trouver le bon résultat et le valide : « 4,5 Bravo ! En fait c'est du par cœur » (132). Une autre raison de la non nécessité du calcul de la moitié de 9 pouvait donc être aussi le fait que l'élève Bl connaissait déjà le résultat ! Cela dit, l'élève Bl n'a pas gardé en mémoire le fait que la longueur du rectangle valait 9,6 cm, si bien qu'elle place les points K et I de façon incorrecte sur les longueurs du rectangle avec DK = AI = 4,5 cm.
La seule contribution de l'élève L conduit finalement à l'obtention d'une production incorrecte. Ni l'une, ni l'autre ne repèrent ce décalage de 5 mm des points qui devraient être milieu des longueurs du rectangle, pas plus que l'enseignante qui valide visuellement la production.

3. Bilan de l'activité de la dyade et des aides apportées

Dans ce travail en dyade, l'élève Bl a la charge de donner des instructions à partir d'un schéma codé pour que l'élève L le réalise en vraie grandeur avec ses instruments (règle graduée, équerre graduée).
Ses instructions données sous forme langagière se réduisent aux aspects graphiques de la construction. Elle ne transmet en effet verbalement que des données graphiques avec des mesures à lire sur les graduations de l'instrument, qu'elle a elle-même positionné, pour tracer des segments ou placer des « traits », représentant des points : « Alors le petit côté, donc tu vas le faire comme ça 4,8 », « Tu vas faire 3 cm », « Et 1,5 tu mets un trait », « Là tu vas faire 6 », « 0 à 6 cm ». Elle les complète ensuite par des rétroactions verbales sur le repérage visuel effectué par l'élève L du type « Voilà, c'est bon » ou « Non, non, c'est pas bien ». L'élève Bl accompagne également son discours de gestes, mais surtout, elle réalise aussi des actions. Finalement, la prise en compte des propriétés géométriques n'est réalisée que dans ses actions avec les instruments : elle n'apparaît pas du tout dans son discours.
Par ses actions, l'élève Bl outrepasse le rôle qui lui a été assigné. Cela peut s'expliquer par son incapacité à trouver des formulations qui conduisent à la réalisation d'actions, que pourtant elle maîtrise, ou par son choix de faire ce qui est le moins coûteux et le plus efficace pour elle : agir plutôt que de décrire l'action. Elle prend en effet en charge de façon correcte la réalisation effective de tous les positionnements d'instruments, en les accompagnant parfois d'un « Tu vas faire comme ça » qui peut lui donner l'illusion d'être bien dans le rôle de celui qui donne les instructions. Elle les a tous positionnés de façon immédiate, sauf l'équerre pour le tracé du segment [AD], dont elle a d'abord donné les caractéristiques par un geste iconique (pour la direction perpendiculaire à [AB] et pour le point de départ A) et par la donnée de sa mesure (« Là, 3 »). Le positionnement erroné qui en a découlé de la part de l'élève L ne l'a pas conduite à une amélioration de son discours : elle a effectué elle-même l'action.

Les interventions de l'élève Bl laissent paraître différentes qualités et faiblesses en termes de connaissance. La technique de construction qu'elle propose est correcte dans une finalité géométrique. Elle exprime dès le départ son appréhension séquentielle de la figure en faisant construire le rectangle côté par côté avec les instruments appropriés, puis le losange par le placement de ses sommets et le tracé de ses côtés. Elle a bien analysé les propriétés géométriques de la figure et les a bien mobilisées dans son élaboration de la construction instrumentée. Elle manifeste toutefois un manque de connaissances sémiotiques, à propos du décodage du schéma, par une mauvaise interprétation des longueurs indiquées et également par un prélèvement de mesures. La première erreur est mise en évidence par l'enseignante en fin de construction par la non validation de la production. La seconde erreur est relevée par l'élève L qui lui apporte une aide graphique exprimant l'impossibilité d'obtenir des informations sur les longueurs par des mesures sur un schéma.
L'élève Bl pour sa part apporte de nombreuses aides à l'élève L. Par ses positionnements d'instruments, elle prend à sa charge tous les aspects mathématiques de l'activité, tout en apportant des aides organisationnelles et manipulatoires fortes à l'élève L. Ces aides, pour certaines données par anticipation et donc pas nécessairement utiles, ne sont cependant pas optimales. L'élève L manifeste en effet des difficultés manipulatoires essentiellement provoquées par les positionnements d'instruments imposés par l'élève Bl, qui, placée en face d'elle, ne se décentre pas : les maintiens d'équerre ou de règle simultanés au tracé lui sont rendus moins aisés ; il en est de même pour le repérage des graduations. En conséquence, l'élève Bl lui apporte des aides manipulatoires fortes (maintien des instruments) et des aides techniques à finalité graphique (repérage des graduations par des indications verbales ou par pointage). Des aides techniques à finalité graphique sont aussi données à l'élève L sous forme

d'actions, en réponse à un manque d'anticipation de la place que prendront les tracés et sous forme d'actions ou de rétroactions verbales, en réponse à des difficultés de perception visuelle au niveau de l'appréciation de l'ajustement de l'équerre sur la trace graphique. L'élève Bl se montre garante de la précision graphique de la construction en contrôlant au fur et à mesure les tracés réalisés par l'élève L et en les gommant dès que nécessaire. L'aide forte ainsi apportée est technique à finalité graphique mais aussi organisationnelle par l'exécution de l'action périphérique de gommage.

Le travail au sein de la dyade « élève L - élève Bl » n'a pas bien fonctionné sur la durée : l'élève Bl a progressivement exécuté elle-même les actions instrumentées, empiétant sur la tâche de l'élève L, alors que son rôle aurait dû se limiter à lui donner des instructions langagières. L'élève L a manifesté son désaccord dès le premier positionnement d'équerre réalisé à sa place ; elle a cependant été fragilisée ensuite par l'apparition de difficultés manipulatoires et perceptives, soulignées par l'élève Bl par des appréciations du type « Eh ben voilà, t'l'as mal positionnée ! », « C'est pas bien », « Non, c'est bien ». L'élève L, consciente de ses difficultés à être précise, et demandeuse d'aide, en a reçu de plus en plus jusqu'à être dépossédée de toutes les tâches qui devaient lui revenir et ne plus rester que spectatrice de l'activité de l'élève Bl.

Afin d'avoir des éléments de comparaison, nous analysons dans la partie suivante la même activité réalisée par la dyade « élève M, dyspraxique visuo-spatiale - élève Bm, non dyspraxique », également en fin de leur année scolaire de CM2, mais hors classe.

C. Analyse de l'activité de l'élève M et de ses interactions avec l'élève Bm

Les deux élèves sont assises chacune sur un côté d'un angle d'une même table. L'élève Bm est à la gauche de l'élève M. Elle lui donne des instructions à partir du schéma codé qu'elle seule voit. L'élève M effectue la construction et a à sa disposition sa règle avec poignée et son équerre à trois dimensions.

1. Analyse de la construction du rectangle

L'élève Bm demande tout d'abord à l'élève M de « faire un rectangle ». Celle-ci prend alors sa règle et attend la caractérisation de ce rectangle. Le codage inhabituel de ses dimensions pose problème à l'élève Bm qui hésite beaucoup dans la formulation de sa première instruction. Elle exprime ainsi ce qui la gêne : « Euh ... euh sss, euh ... je sais pas si c'est, euh ..., ah euh ... il donne pas les ... les mesures quoi ». Elle interprète finalement correctement l'information sur les dimensions et commence par donner celle de la largeur. L'élève M place sa règle horizontalement sur sa feuille, puis verticalement. Elle s'informe alors de l'orientation spatiale du rectangle :

6. M : Il est couché ou debout ?
7. Bm : *Rires.* La largeur euh // *elle pointe sur la règle,* il est debout,
8. *M trace //* Bm : Enfin non, il est couché.
9. M : J'ai rien compris mais ça va
10. Bm : Il est couché, *rires*
11. M : continue.

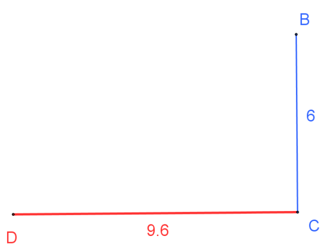
Cette intervention de l'élève M montre qu'elle pense que l'orientation de la figure sur le support doit être respectée, or ce n'est pas le cas. En effet, la caractérisation géométrique du rectangle ne dépend pas de cette orientation. De plus, l'élève M n'envisage que deux orientations possibles pour le rectangle alors qu'il y en a bien d'autres. Elle les exprime avec les termes du langage courant « couché » et « debout ». Ces termes spatiaux sont d'usage en maternelle pour évoquer des orientations horizontale ou verticale d'objets. L'élève M les utilise d'autant plus qu'elle ne maîtrise pas l'emploi des termes « horizontal » et « vertical », n'étant jamais sûre du terme à utiliser pour exprimer l'orientation voulue, ainsi que l'ont montré des observations ultérieures. La question de l'élève M (4. M : « Il est couché ou debout ? ») provoque le rire de l'élève Bm. Celle-ci essaie d'y répondre au mieux, sans s'exprimer sur sa surprise, qui pourrait être relative aux choix des termes employés ou alors à cette prise d'information qui n'a pas lieu d'être et qu'elle n'avait donc pas donnée.

En attendant de connaître l'orientation du rectangle, l'élève M lâche la poignée de la règle qu'elle tenait de la main droite, elle la maintient en position verticale avec sa main gauche tenant le crayon, la main posée en haut contre la poignée (voir photo ci-contre). L'élève Bm accompagne sa réponse « la largeur » par un geste déictique de pointage à droite de la règle, près de la main gauche de l'élève M.

L'élève M, qui est gauchère, maintient alors la règle par sa poignée avec sa main droite et trace du côté droit de la règle, ce qui l'amène à un croisement de mains. Le geste déictique de l'élève Bm peut être à l'origine de ce choix non judicieux du côté de la règle à utiliser pour tracer. Toutefois, sa règle, graduée des deux côtés de 0 cm à 30 cm, est conçue pour les droitiers : là où il serait confortable pour un gaucher de tracer (à gauche de la règle tenue verticalement par la main droite et en allant de haut en bas) ne peut se trouver la graduation 0. L'élève M peut donc avoir délibérément choisi de ne pas tracer dans une position ergonomique pour pouvoir tracer de la graduation 0 jusqu'à la graduation 6 en allant de haut en bas.

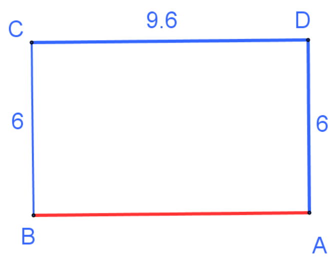
Quoiqu'il en soit, sa première *étape tg$_6$* de tracé de la largeur [BC] du rectangle est correcte : elle obtient bien un segment de 6 cm. L'élève Bm lui donne ensuite la longueur du rectangle qu'elle a calculée : 9,6 cm. L'élève M a alors l'initiative des étapes de construction pour terminer le rectangle. Elle va à chaque fois ramener les tracés à ceux de segments horizontaux en tournant son support si besoin. Elle met ainsi en œuvre des compétences organisationnelles en optimisant ses conditions ergonomiques de tracé. Le rectangle est ainsi terminé par l'élève M par les trois étapes suivantes réalisées à la règle graduée :

Étape ag$_{9,6}$



Étape ag$_6$

Étape t$_s$



L'élève M place sa règle horizontalement au jugé en mettant la graduation 9,6 sur le point C, elle trace alors le long de la règle qu'elle maintient, du point C jusqu'à la graduation 0. L'angle droit, obtenu de façon visuelle sans équerre, est correct et il manque 1 mm pour la longueur du segment [DC]. Elle tourne sa feuille d'un quart de tour obtenant ainsi le côté [BC] horizontal en bas de la feuille. Elle le mesure avec sa règle : il peut s'agir d'un contrôle si elle cherche à vérifier que ce segment a bien pour longueur 6 cm ou alors elle prélève sur son dessin cette information de la largeur du rectangle qu'elle a oubliée. Elle place sa règle horizontalement au jugé avec la graduation 0 sur le point D et trace la deuxième largeur. L'angle en D excède l'angle droit de 1° et le côté [DA] est de la bonne longueur. Pour ces deux *étapes* $ag_{9,6}$ et ag_6 l'angle droit a donc été obtenu visuellement, sans l'utilisation de l'équerre. L'élève M se révèle performante dans son appréciation visuelle pour obtenir un angle droit avec des côtés de direction horizontale et de direction verticale. Nous avons vu dans le chapitre précédent (Chapitre 6, II.B.1) que sa perception visuelle était mise en défaut lorsque les côtés étaient obliques. Pour terminer le rectangle, l'élève M tourne de nouveau la feuille pour obtenir le côté [BA] horizontal et en bas de la feuille, elle effectue l'*étape* t_s puis remet la feuille dans sa position de départ.
L'élève Bm lui donne alors l'instruction de « marquer les angles droits ». L'élève M prend son équerre, la place pour vérifier l'angle droit en A et code cet angle. Elle code ensuite les trois autres angles, chacun comme angle droit, puis elle les contrôle l'un après l'autre avec son équerre. Ce contrôle semble alors être fait seulement pour la forme. L'élève Bm adhère à cette façon de construire le rectangle. En effet, dans la construction précédente[39], elle avait procédé de même, suite au même type de séquentialisation des instructions données par l'élève M : « Tu vas faire un rectangle de longueur 7 cm et de largeur 4 cm, euh, et tu mettras les angles droits ». Le codage semble être considéré par les deux élèves comme un objet graphique au même titre que le rectangle et être sans lien avec la construction de ce dernier. L'échange ci-après, extrait de la construction suivante, apporte quelques éclairages quant au sens donné par l'élève M à cette vérification :

M : Et tu marqueras l'angle droit.
Bm *code l'angle droit.*
M : Et tu vérifies pas ? ... Avec l'équerre ?
Bm : Si, si, j'vais l'faire. *Elle le fait.*
[...]
E : Tu lui as demandé de vérifier l'angle droit. Ça sert à quoi ?
M : Ben, parce que sinon, c'est pas un angle droit. Si on trace un rectangle sans vérifier à l'équerre, faut le recommencer.

L'élève M trace le rectangle en prenant en compte les dimensions de ses côtés de façon instrumentée mais en s'appuyant sur sa perception visuelle pour les angles droits. L'équerre lui permet ensuite de valider sa construction. Si les angles ne sont pas droits, la construction doit être refaite. L'élève M se place ainsi dans une finalité graphique avec une technique de construction par tâtonnement.

2. Analyse de la construction du losange

Les instructions de l'élève Bm révèlent son appréhension perceptive de la figure. Après avoir demandé à l'élève M de « faire un rectangle », elle lui demande de « faire un losange dans le rectangle » :

[39] L'analyse de cette construction est dans le chapitre 10, II. A.

16. Bm : Et tu vas faire un losange dans le rectangle. Donc euh, les quatre ss, ben pas sommets, les quatre points du losange, ce sera au milieu des segments du rectangle, enfin, *rires*

L'élève Bm décrit les liens entre le rectangle et le losange dans un langage géométrique presque correct : la substitution des termes « sommets » et « côtés » respectivement par les termes génériques « points » et « segments » rend l'instruction moins claire. En outre, l'élève Bm aurait pu préciser que ces sommets étaient chacun au milieu d'un des côtés du rectangle. La non compréhension de l'instruction par l'élève M (17. M : « Répète ça en français ») conduit l'élève Bm à lui apporter différentes aides. Elle se place tout d'abord dans une visée sémiotique en lui montrant par un geste iconique (*parcours avec l'index des côtés d'un losange*) ce qu'est un losange : cette représentation du tracé du losange constitue une aide graphique pour l'élève M. Elle apporte ensuite une aide à la fois organisationnelle et technico-figurale en donnant une première étape du programme de construction (20. Bm : « Tu prends par exemple le segment-là, *elle pointe sur le rectangle,* et tu prends le milieu, le milieu, tu vois ? ») Cette étape est formulée en langage géométrique correct et est accompagnée d'un geste déictique de pointage du segment considéré. Pour deuxième étape, l'élève Bm demande le tracé du segment (22. Bm : « Le milieu, et c'est là où tu vas tracer le segment » // *parcours d'un segment sur la table*). Cette étape contient des implicites sur le segment à tracer puisqu'aucune indication n'est encore donnée sur sa deuxième extrémité. L'élève Bm s'exprime alors dans un langage technique courant :

26. Bm : Tu traces un trait, tu traces un trait à chaque fois
28. Bm : sur un segment au milieu
30. Bm : Et tu vas relier tous les traits
32. Bm : les quatre petits traits

Le terme « milieu » dans « prendre le milieu du segment » est un terme géométrique qui renvoie à la signification du point situé à égale distance des extrémités d'un segment. Dans sa reformulation, l'élève Bm l'utilise dans un sens spatial pour localiser le « petit trait » qui doit représenter le point, milieu du segment. L'aide apportée est ainsi une aide graphique.
L'élève M utilise sa règle graduée pour placer les milieux des côtés du rectangle. Elle mesure et calcule la moitié de 6, puis la moitié de 9,6 de façon correcte mais elle fait une erreur de 2 mm pour le placement du milieu d'une des largeurs et d'une des longueurs. Tous ses tracés de segments sont ensuite imprécis : la construction n'est pas valide dans une finalité graphique car, en plus des imprécisions dans les mesures, aucun des sommets ne se situe précisément sur les côtés du rectangle. Les points I et L sont à l'extérieur du rectangle et les points J et K à l'intérieur.

3. Bilan de l'activité de la dyade et des aides apportées

Dans ce travail en dyade, l'élève Bm a la charge de donner des instructions à partir d'un schéma codé pour que l'élève M le réalise en vraie grandeur avec ses instruments (règle graduée, équerre).
Les instructions de l'élève Bm à l'élève M sont toutes données dans une visée sémiotique. Elles sont avant tout langagières, avec l'utilisation d'un langage géométrique, parfois

incomplet ou comportant des implicites, remplacé par un langage courant accompagné de gestes déictiques et iconiques lorsque cela s'avère nécessaire pour une meilleure compréhension par l'élève M. L'élève Bm exprime dès le départ son appréhension perceptive de la figure en demandant de « faire un rectangle », et par la suite un « losange dans le rectangle ».
Pour la construction du rectangle, elle manifeste quelques hésitations dans le décodage de ses dimensions sur le schéma, elle les interprète finalement correctement en effectuant mentalement les calculs du double de 4,8 et de celui de 3.
La technique de construction du rectangle, entièrement à la charge de l'élève M à partir de la caractérisation du rectangle par sa largeur et sa longueur, est incorrecte dans une finalité géométrique, puisque les angles droits sont obtenus par des placements de règle au jugé. L'élève M produit en effet les angles droits dans une finalité graphique en passant par le tracé de segments horizontaux (elle tourne son support au fur et à mesure). Cela traduit un manque de connaissances techniques. Il semble que l'équerre ne lui serve qu'à vérifier les angles droits et légitimer leur codage. Un manque de connaissances sémiotiques apparaît aussi dans l'importance qu'elle accorde à l'orientation du rectangle sur le support et donc à des propriétés uniquement spatiales. L'élève M aurait donc eu besoin d'une aide technico-figurale relative aux propriétés géométriques à prendre en compte dans la construction, avec l'utilisation de l'équerre pour produire les angles droits.
Pour la construction du losange, l'élève Bm lui apporte différentes aides mathématiques :

- des aides graphiques (geste iconique de représentation du losange, indications permettant de placer la représentation graphique du milieu d'un segment),
- des aides technico-figurales (séquentialisation des étapes de construction du losange).

Elle laisse à la charge de l'élève M la recherche des milieux des côtés du rectangle par la mesure, mais aussi par les calculs de la moitié des dimensions du rectangle. Elle ne lui transmet en effet pas les résultats de la moitié de 9,6 et celle de 6 indiqués sur le schéma.
Vu la production obtenue, l'élève M aurait eu besoin d'aides manipulatoires et d'aides techniques à finalité graphique pour obtenir une production précise, en réponse à ses difficultés de perception visuelle et/ou manipulatoire au niveau de l'ajustement de la règle pour tracer les côtés du losange et également au niveau de la lecture de ses graduations. L'élève Bm n'intervient cependant pas dans la manipulation des instruments : elle reste bien dans le rôle qui lui a été attribué. Elle laisse aussi le contrôle de la trace graphique obtenue à l'élève M et ne relève ni les imprécisions, ni ses difficultés manipulatoires. Ainsi, les difficultés de l'élève M n'ont pas eu d'impact sur le fonctionnement du travail en dyade.

Conclusion

Nous avons étudié l'activité de trois groupes d'élèves dans l'environnement papier-crayon :

- deux dyades mixtes « élève dyspraxique - élève non dyspraxique » de CM2 avec la construction d'une figure complexe à partir d'un schéma,
- une triade d'élèves dyspraxiques de sixième dans une tâche de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite.

Nos analyses de l'activité des élèves ont été réalisées à partir de l'observation de leurs discours, de leurs gestes, de l'exécution de leurs actions et de leurs productions graphiques. Nous avons relevé les visées poursuivies dans leurs actions instrumentées, les difficultés rencontrées, les aides qu'ils ont apportées ou reçues et celles dont ils auraient eu besoin le cas échéant. Nous avons cherché ainsi à étudier la possibilité d'un travail géométrique en dyade ou triade entre pairs, dont au moins un élève dyspraxique, en identifiant quels pouvaient en être les obstacles. Nous récapitulons tout d'abord ce qu'il a été de l'activité géométrique de chaque élève, puis nous pointons deux sources de dysfonctionnement des travaux en dyade ou triade, tels qu'ils ont pu se dérouler dans les trois cas étudiés.

L'activité géométrique des élèves a été différente selon les groupes, tous laissés en fonctionnement autonome pendant la construction.
Les aides fortes, pratiques et mathématiques, apportées à l'élève L, ont empêché toute activité géométrique de sa part dans l'action. Cette activité a peut-être existé pour l'élève L dans l'observation de la figure en construction, à condition qu'elle ait donné du sens aux différentes actions instrumentées réalisées devant elle sans aucune verbalisation à leur propos. De son côté, l'élève Bl a bien mobilisé les connaissances géométriques nécessaires à la construction dans la mise en œuvre d'une technique de construction instrumentée correcte. Sa mauvaise interprétation des dimensions sur le schéma a pu évoluer grâce à la non validation du premier essai par l'enseignante et aussi grâce à l'apport d'une connaissance sémiotique de la part de l'élève L.
Ces mêmes erreurs de décodage des dimensions sur le schéma ne sont pas apparues pour l'élève Bm. Ses hésitations montrent cependant que l'interprétation des codages n'a pas été évidente pour elle. Comme l'élève Bl, elle a su décomposer la figure complexe en deux figures simples, le rectangle et le losange, et repérer les liens entre les deux figures. En revanche, elle a laissé à la charge de l'élève M la technique de construction du rectangle à partir de la donnée de sa largeur et de sa longueur. La technique mise en œuvre par l'élève M, conforme à celle utilisée par l'élève Bm juste avant pour le même type de tâches, n'est pas valide dans une finalité géométrique : les angles droits ne sont pas produits de façon instrumentée. Il semble aussi que leur codage serve juste à montrer qu'une vérification à l'équerre a été faite. La réalisation de cette construction par l'élève M montre enfin qu'elle s'appuie fortement sur des propriétés spatiales, d'une part en travaillant avec des segments horizontaux et verticaux orientés au jugé, et d'autre part en accordant de l'importance à l'orientation de la figure sur le support. L'élève Bm a répondu au mieux à la demande d'informations spatiales de l'élève M sans se prononcer sur leur non-intérêt.
L'activité géométrique de la triade, lancée par l'enseignante par des aides organisationnelles fortes, a pu progresser grâce à Sam qui a apporté de nombreuses aides mathématiques à Hug en explicitant les premières étapes de la construction pour le tracé de la droite perpendiculaire, puis en interrogeant la dernière étape erronée de report de longueur et codages produite par Hug. Les prises d'initiatives de Hug pour le report de longueur mettent en évidence un manque de connaissances sémiotiques (pour le codage d'un point appartenant à une droite) et techniques (avec la non prise en compte du décalage de la graduation 0 par rapport au bord de l'instrument permettant la mesure). Enfin, les interventions de Lu montrent qu'il n'aurait pas su réaliser la construction de façon autonome en mobilisant les connaissances géométriques à mettre en jeu. Comme pour l'élève L, son activité géométrique peut exister dans l'observation des différentes actions instrumentées, à condition qu'il leur ait donné du sens.

Dans les types de tâches de construction instrumentée étudiés, les élèves dyspraxiques sont dans une position fragile face à la tâche qu'ils doivent réaliser avec les instruments, puisqu'ils ont des difficultés d'organisation, de manipulation, de perception visuelle et de représentation spatiale. Elles sont apparues à travers plusieurs maladresses ou erreurs :

- des choix de placements d'instruments entraînant une posture corporelle inconfortable pour la gestion simultanée des appuis et du tracé : mains croisées pour Hug et l'élève M, tracé le long du bord inférieur de l'instrument pour l'élève L (dû à des positionnements imposés par l'élève Bl mais non remis en cause par l'élève L) ;

- des instruments mal ajustés qui ont conduit à des aides techniques à finalité graphique et manipulatoires et/ou à des imprécisions dans les tracés : aide à l'ajustement de l'équerre pour l'élève L et pour Hug, difficultés manipulatoires et visuo-spatiales aboutissant aux sommets du losange mal reliés à la règle par l'élève M ;
- des erreurs de repérage sur les graduations de la règle : contrôlées et rectifiées au rythme de leur production par l'élève L, non relevées et non corrigées pour l'élève M ;
- un manque d'anticipation de la place que prendra la figure sur le support : choix de l'emplacement du premier segment non pertinent pour l'élève L ;
- des actions périphériques non performantes : incapacité de la triade à se procurer des instruments de façon autonome pour démarrer le travail, gommage par l'élève L des tracés à refaire, non satisfaisant selon l'élève Bl ;

Ces difficultés ont eu une incidence sur l'organisation du travail au sein d'une dyade, celle constituée par l'élève L et l'élève Bl : la répartition des tâches entre les deux élèves a progressivement évolué par rapport à ce qui avait été défini par les consignes de l'enseignante. Ainsi, les erreurs de repérage et les maladresses manipulatoires de l'élève L ont été relevées au fur et à mesure par l'élève Bl, avec en particulier des rétroactions verbales sur ses productions. Les nombreux constats d'imprécision ont alors contribué à ce que l'élève L ne résiste plus face à la prise en charge de tâches qui lui revenaient : l'élève Bl lui a apporté de nombreuses aides pratiques et mathématiques jusqu'à exécuter elle-même les actions instrumentées dans leur globalité.
Dans la dyade « élève M - élève Bm », l'élève Bm, contrairement à l'élève Bl, ne s'est pas attachée à ce que la production graphique soit précise, elle ne s'en est pas du tout préoccupée et l'élève M n'a pas non plus sollicité son aide à ce propos. Les difficultés de l'élève M analogues à celles de l'élève L ne sont donc pas apparues dans les échanges au sein de la dyade et les deux élèves sont bien restées dans le rôle qui leur avait été attribué : l'une à donner des instructions, l'autre à construire avec les instruments.
Dans la triade « Hug, Sam, Lu », une recherche de la précision du tracé s'est manifestée à une occasion : Sam a apporté une aide ponctuelle à Hug dans un ajustement d'instrument. Cela n'a cependant pas perturbé l'équilibre mis en place par l'enseignante pour que chaque élève contribue au travail de groupe, le souci de la précision n'étant pas apparu comme premier pour les trois élèves dans leurs échanges.
Le dysfonctionnement du travail de la dyade « élève L - élève Bl » provient donc essentiellement de l'incapacité de l'élève L à effectuer des tracés précis comme l'imposait l'élève Bl pour répondre aux exigences de précision : cela a conduit l'élève Bl à ne pas se limiter au rôle de « donner des instructions sans agir ». Toutefois, hormis sa volonté d'obtenir une production précise, sa transgression des consignes – elle réalise elle-même des actions à la place de l'élève L – provient peut-être aussi de son incapacité à trouver des formulations langagières qui conduisent aux actions souhaitées. Sam a exprimé clairement cette difficulté (« Je sais pas comment leur expliquer moi ») et, sans l'intervention de l'enseignante pour qu'il essaie malgré tout d'expliquer aux autres comment faire sans faire lui-même, il aurait sans doute réalisé la construction en autonomie sans qu'il y ait d'échanges au sein de sa triade.

Pour ce qui est des échanges langagiers, des insuffisances se sont manifestées au sein des trois groupes dans leur communication d'informations à l'élève qui trace. Pour sa part, l'élève Bl a réalisé les positionnements d'instruments, plutôt que de les décrire, et elle les a complétés par des instructions langagières relatives seulement à des aspects graphiques de la construction (tracé de traits d'une mesure donnée) et à des repérages de graduations. Des instructions portant sur la trace graphique ont aussi été données ponctuellement par Sam et

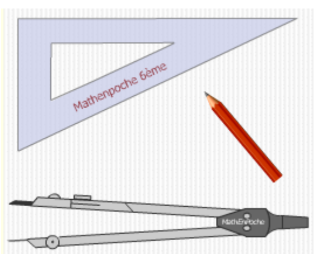
Lu à Hug sous forme d'un guidage régulant son tracé en cours de réalisation (« plus long », « encore », « stop »). L'élève Bm s'est également exprimée à un moment donné sur la trace graphique, dans un langage technique courant, quand elle a cherché à être plus explicite pour lever l'incompréhension de l'élève M. Elle a par ailleurs globalement utilisé un langage géométrique comportant des implicites, en complétant son discours par des gestes iconiques ou déictiques si besoin.
Dans la triade, Sam a utilisé parfois un langage technique géométrique, parfois un langage géométrique, mais à chaque fois très lacunaire, complété aussi par différents gestes déictiques. Les rétroactions renvoyées par Hug par sa non compréhension de l'action attendue ont souvent conduit Sam à l'amélioration de son discours. Quant aux interventions de Lu, elles ont été très limitées, notamment parce qu'il n'avait pas d'idée sur la technique de construction à mettre en œuvre.

Une première source de dysfonctionnement dans un travail en dyade peut exister si les élèves se focalisent sur l'obtention d'une production précise et soignée, lorsque l'élève dyspraxique manipule les instruments dans l'environnement papier-crayon. Un apport d'aides pratiques pour l'élève dyspraxique est dans ce cas indispensable. L'élève M aurait pu recevoir des aides dans cette optique, avec, par exemple, un ajustement de sa règle sur les extrémités d'un côté du losange avant qu'elle ne le trace. L'élève Bl a apporté ce type d'aides non mathématiques à l'élève L, mais ces aides entraînaient parfois aussi des aides mathématiques la privant alors de l'activité géométrique. Dans un travail en dyade « élève dyspraxique - élève non dyspraxique », il est donc nécessaire d'expliciter les aides que peut apporter l'élève non dyspraxique à l'élève dyspraxique dans sa manipulation si besoin, pour qu'elles n'empiètent pas sur sa part d'activité mathématique.
Une autre source de dysfonctionnement est liée aux difficultés de communication langagière des élèves. Ainsi, en fin de CM2, ni l'élève Bm, ni l'élève Bl n'ont été capables d'employer un langage géométrique correct pour communiquer des informations géométriques et il en est de même pour les élèves Sam et Lu en sixième. Cela conforte notre hypothèse de travailler avec les élèves un langage technique géométrique, qui permette une transition entre l'action instrumentée et le langage géométrique.

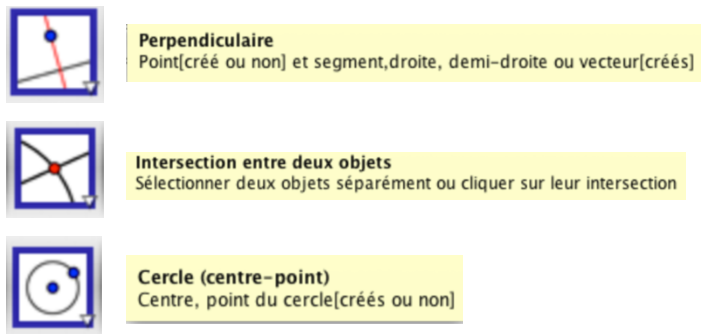
Chapitre 8

Étude de l'activité de l'élève dyspraxique dans un environnement numérique

Dans ce chapitre, nous analysons un type de tâches de construction instrumentée déjà étudié dans l'environnement papier-crayon (chapitre 6, I et chapitre 7, I), à savoir la construction d'un point M', symétrique d'un point M par rapport à une droite (d). Nous l'analysons d'une part avec l'utilisation de Mathenpoche, base d'exercices en ligne interactifs qui intègre des instruments virtuels de tracé (l'équerre, le compas et le crayon sont représentés à l'écran par des dessins des objets concrets), et d'autre part avec l'utilisation du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra.



Exemple d'instruments virtuels



Exemple d'outils d'un logiciel de géométrie dynamique

Ce choix d'étudier un même type de tâches dans l'environnement numérique et dans l'environnement papier-crayon nous permet de faire des comparaisons afin de dégager d'éventuelles plus-values ou limites de l'utilisation d'outils numériques dans l'acquisition de connaissances géométriques pour des élèves dyspraxiques.

Sommaire du chapitre 8

I. Construction avec des instruments de géométrie virtuels

Nous présentons tout d'abord une analyse a priori des actions instrumentées à mettre en œuvre avec équerre, compas et crayon virtuels de Mathenpoche pour la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite. Nous étudions ensuite, dans cet environnement numérique, l'activité de l'élève C, élève dyspraxique visuo-spatial de sixième, mise en parallèle à celle d'un élève de la même classe, l'élève A. Nous avons déjà, pour chacun, analysé la réalisation du même type de tâches avec équerre et compas dans l'environnement papier-crayon (voir chapitre 6, I) : nous pourrons ainsi faire des comparaisons.

A. Analyse a priori d'actions instrumentées avec des instruments virtuels

1. Présentation de l'environnement numérique de travail

Dans Mathenpoche, nous choisissons de travailler sur l'exercice 3 de la deuxième série d'exercices « Construction de points » du chapitre 5 « Symétrie axiale » du domaine de la géométrie en sixième, qui met en jeu le type de tâches de construction du symétrique d'un point isolé par rapport à une droite avec les instruments virtuels équerre, compas et crayon. L'exercice comporte cinq constructions à réaliser successivement. La tâche se complexifie graduellement avec l'orientation de l'axe : vertical (Question n°1), horizontal (Question n°2) puis oblique (Question n°3) ; puis avec l'ajout d'axes inutiles : un axe supplémentaire (Question n°4) puis deux (Question n°5). Dans cette base d'exercices en ligne, le point, dont il faut construire le symétrique, est placé aléatoirement, à gauche ou à droite de l'axe pour les axes verticaux et obliques, au-dessus ou en dessous pour les axes horizontaux, et plus ou moins proche de l'axe. Au début de l'exercice n°3, l'écran se présente ainsi :

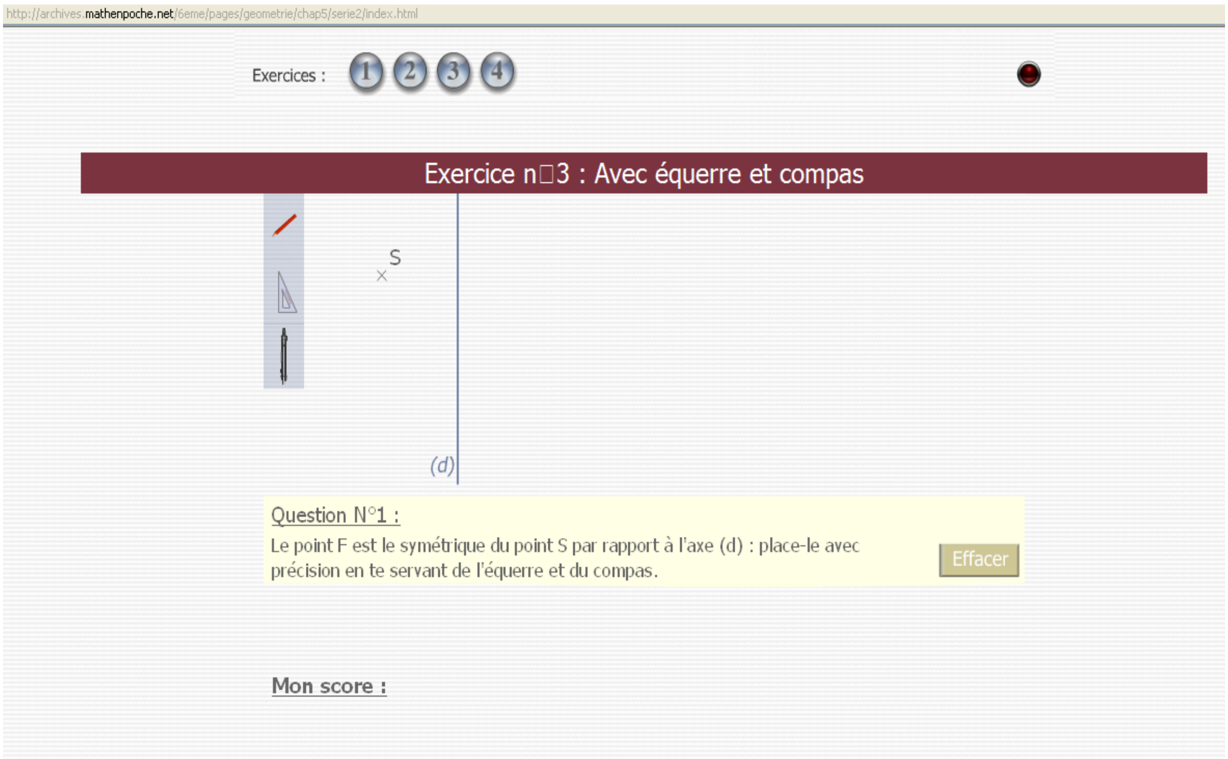


Image n°1

La zone de tracé est limitée sur l'écran : en haut par la bande horizontale sur laquelle est écrit « Exercice n°3 : Avec équerre et compas », à gauche par la bande verticale où sont représentés sous forme d'icônes les instruments crayon, équerre et compas, et en bas par la consigne écrite. La limite à droite n'est pas matérialisée.
Les instruments sont manipulés par des commandes au clavier et à la souris (cf. chapitre 2, II.C.1). Concernant l'utilisation du crayon, si plusieurs traits sont tracés, seul le dernier reste affiché à l'écran : l'avantage est que l'on peut recommencer le tracé autant de fois que l'on veut sans avoir besoin d'effacer, l'inconvénient est que la ligne que l'on souhaite voir rester à l'affichage doit être effectuée en une seule fois. Une icône avec le texte « Répondre » apparaît dès qu'un tracé a été réalisé avec le crayon. Lorsque l'on clique sur cette icône, une croix avec le nom du point symétrique cherché apparaît au bout du pointeur et peut être placée à l'emplacement souhaité.
Lorsque l'élève propose un placement du point symétrique, il reçoit une rétroaction avec l'affichage « BRAVO ! » si le point est bien placé et le compteur score est mis à jour, ou « Faux ! Encore un essai ! Utilise l'aide ! Efface avant de reprendre ! », s'il ne l'est pas. Seule la position du point symétrique est en réalité vérifiée et validée, et non la manière dont ont été positionnés les instruments. L'élève a la possibilité de consulter une aide avant de tenter une nouvelle construction. Si son deuxième essai n'est pas concluant, il reçoit la rétroaction « Non ! Regarde bien l'aide ! » et l'aide s'active automatiquement. Son contenu est toujours le même, il s'agit de la présentation des étapes de construction, chacune étant décrite par un texte, une figure sur laquelle on visualise le positionnement dynamique des instruments et le codage des propriétés.

2. Analyse a priori

La construction peut se décomposer en trois étapes, présentées dans le tableau suivant :

Étape a	**Étape t_p**	**Étape c**
Perpendiculaire à (d) passant par M : (MP_M)		M' avec P_M milieu de [MM']
1) Activer l'équerre et le crayon	6) Garder l'équerre et le crayon	10) Prendre le compas
2) Mettre un côté de l'angle droit sur (d) 3) et l'autre sur M	7) Placer l'équerre le long du tracé	11) Prendre l'écartement MP_M 12) Placer la pointe du compas sur P_M
~~4) Maintenir l'équerre~~ 5) et tracer le long du côté où se situe M	~~8) Maintenir l'équerre~~ 9) et tracer un prolongement du tracé réalisé en 5)	13) Tracer un arc de centre P_M et de rayon MP_M intersectant [MP_M) et repérer M'

À noter qu'il n'est pas obligatoire d'activer le crayon dès le début, comme indiqué dans le tableau (action n°1), il peut l'être aussi une fois que l'équerre est positionnée.

Les trois étapes de la construction sont les mêmes que celles effectuées dans l'environnement papier-crayon, plusieurs différences existent cependant au niveau des différentes actions élémentaires, même si la même utilisation théorique des instruments est conservée.
D'abord, les aspects corporels de la manipulation diffèrent (manipulation au clavier et à la souris), mais également les schèmes d'usage : ainsi, les actions élémentaires n°4 et n°8 concernant le maintien de l'équerre n'ont pas lieu d'être. En outre, certaines constructions nécessitent moins de manipulation que d'autres. En effet, à l'activation de l'équerre, son dessin apparaît à l'écran dans la même orientation que celle de l'icône correspondante si bien qu'un glissement suffit à la positionner dans certains cas (celui d'un axe vertical avec un point M à droite et celui d'un axe horizontal avec un point M au-dessus) ; dans les autres cas, un pivotement est aussi nécessaire.
Ensuite, une autre différence par rapport à l'environnement papier-crayon apparaît aussi dans l'étape de prolongement : le trait tracé le long de l'équerre dans l'action n°9 remplace à

l’affichage le premier trait tracé dans l’action n°5 qui s’efface automatiquement. Ainsi, si les deux actions sont analogues, ce n’est pas le cas des traces graphiques obtenues.
Enfin, des modifications importantes des actions élémentaires envisagées peuvent apparaître si des instrumentalisations permises par les caractéristiques propres aux instruments virtuels sont réalisées. L’*étape* t_p peut par exemple fusionner avec l’*étape a* (*étape* at_p) ou carrément devenir superflue. Nous présentons trois cas de telles instrumentalisations.

1er cas : Comme le crayon ne trace que des lignes droites, il est possible de tracer une ligne droite sans utiliser l’appui d’un bord de l’équerre. Ainsi, le déplacement de l’équerre (action n°7) n’est pas nécessaire et les actions n°5 et n°9 peuvent fusionner : il suffit d’un premier clic sur le côté de l’angle droit de l’équerre où M est situé, et d’un second clic de l’autre côté de la droite (d) en ajustant bien la ligne qui apparaît à l’écran contre l’équerre (Image n°2).

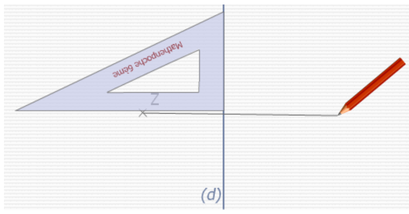


Image n°2

2ème cas : L’équerre peut être glissée, sans que son orientation ne change. Une direction perpendiculaire à une droite peut donc être conservée suite à un glissement de l’équerre. Cela permet aussi de ne faire qu’un tracé avec le crayon le long de l’équerre si, une fois placée avec un côté de l’angle droit sur la droite (d) et l’autre sur le point M, l’équerre est glissée pour que cet autre côté, toujours passant par M, soit de part et d’autre de la droite (d) (Image n°3).

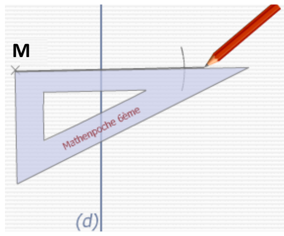


Image n°3

3ème cas : Il est possible, avec le compas, d’obtenir la position du point M’, une fois l’équerre placée suite aux actions n°2 et n°3. Il suffit de prendre l’écartement MP_M et de glisser (ou de retourner) le compas avec la pointe sur le point P_M. La mine se trouve alors sur le point M’ cherché (Image n°4). La direction donnée par la pointe et la mine du compas est en effet conservée par glissement. Il est cependant impossible pratiquement de placer le point M’ si le crayon n’a pas été utilisé au moins une fois. Cela peut limiter un placement immédiat au jugé du point M’, sans utilisation aucune d’instruments.

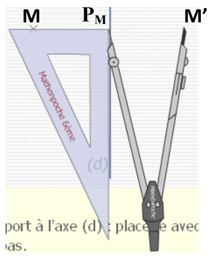


Image n°4

Dans l’environnement papier-crayon, ces conservations de direction de l’équerre ou du compas nécessitent l’utilisation d’une règle comme support pour effectuer les glissements si l’on se place dans une finalité géométrique, tandis que dans une finalité graphique, il faut être très précis dans ses mouvements afin de ne pas tourner l’instrument en le glissant. Cette précision est automatiquement acquise dans l’environnement numérique : si l’on ne donne pas la commande de tourner, l’équerre et le compas gardent leur orientation. Avec les instruments virtuels, la conservation de l’orientation peut passer inaperçue pour l’élève puisqu’il ne la prend pas en charge, ni ne la met en jeu de façon volontaire, ou sinon par une absence d’action de rotation sur l’instrument.
Ainsi, de telles utilisations d’instruments conduisent à une mauvaise représentation des concepts géométriques. Sur l’image n°3, le lieu de l’angle droit pour la perpendiculaire à tracer n’est plus matérialisé par l’angle droit de l’équerre et sur l’image n°4, le compas permet de reporter une longueur sur une droite qui n’est pas tracée. Par ailleurs la production d’un prolongement d’une ligne droite par le crayon sans nécessité de règle (image n°2) rend moins apparent le fait que la ligne et son prolongement ne forment qu’une même droite.

B. Analyse de l'activité de l'élève C

1. Données

Nous avons proposé, hors classe et individuellement, différentes activités issues de la base d'exercices en ligne de Mathenpoche, à l'élève A et à l'élève C, à la fin de leur séquence d'apprentissage sur la symétrie axiale en sixième. Les épisodes que nous analysons à présent sont relatifs à l'exercice n°3 de construction du symétrique d'un point isolé par rapport à une droite, dont nous venons d'effectuer une analyse a priori. Les deux élèves ont réalisé cet exercice suite aux activités de prise en main des instruments virtuels (crayon, équerre et compas). L'élève C s'est également entraîné au préalable au tracé de droite perpendiculaire à une droite passant par un point avec l'équerre. C'était, pour l'un et l'autre, une première utilisation. Nos données sont filmées. Les transcriptions des épisodes sont en annexes (annexe 8.1 pour l'élève C et annexe 8.2 pour l'élève A).

L'élève C est dyspraxique, son profil est exposé dans le chapitre 5, I.B.1. L'élève A est dans la même classe que l'élève C. Il est dyslexique. Ce trouble du langage écrit perturbe l'identification des mots écrits et leur production orthographique, mais n'engendre pas de difficultés particulières en géométrie, si ce n'est de façon indirecte, lorsque l'élève est en situation de lire ou d'orthographier.

Une analyse de la réalisation du type de tâches de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite tout au long de la séquence d'apprentissage nous permet d'estimer que la technique de construction de ce symétrique dans l'environnement papier-crayon à l'équerre et au compas est maîtrisée par les deux élèves à la fin de la séquence (Petitfour, 2014). Notre analyse repose sur des observations de l'activité en classe de ces élèves durant onze séances de cours et sur différentes évaluations réalisées en classe et hors classe. À la fin de la séquence d'apprentissage, l'élève A est capable de faire une construction précise et juste du symétrique d'un point isolé par rapport à une droite à l'équerre et au compas : il obtient les propriétés de perpendicularité et d'égalité de longueurs par une utilisation correcte des instruments adéquats et le résultat graphique produit est précis au millimètre près et au degré près. L'élève C, lui, est capable d'en réaliser une construction imprécise mais juste, en autonomie, une fois qu'il repère convenablement la droite et le point : il obtient les propriétés de perpendicularité et d'égalité de longueurs par une utilisation correcte des instruments adéquats, mais graphiquement, l'angle diffère de plusieurs degrés de l'angle droit théorique et les longueurs diffèrent entre elles de plusieurs millimètres.

Étant donné la maîtrise d'une technique de construction déjà acquise dans l'environnement papier-crayon, nous ne pourrons pas déterminer si un travail avec des instruments de géométrie virtuels permet des acquisitions de connaissances géométriques pour un élève dyspraxique. Nous pouvons seulement étudier s'il est capable de les réinvestir dans un environnement numérique. Nous analyserons les intérêts et les limites qu'il pourrait y avoir pour l'élève dyspraxique si on systématisait l'utilisation d'instruments virtuels, en observant en particulier les difficultés rencontrées et les aides trouvées ou reçues.

2. Vers l'activité

Le travail se déroule avec un ordinateur fixe muni d'une souris. Nous (E) avons pris en charge toutes les actions périphériques permettant d'accéder à la page de l'exercice n°3 de construction de symétriques de points dans Mathenpoche. Cela constitue une aide organisationnelle forte destinée à faire entrer chacun des deux élèves directement dans l'activité mathématique. Pour l'élève C, l'énoncé de la première construction est le suivant :

> <u>Question n°1 :</u>
> Le point B est le symétrique du point Z par rapport à l'axe (d) : place-le avec précision en te servant de l'équerre et du compas.

Cet écrit est accompagné d'une droite (d) verticale et d'un point Z situé à gauche de cette droite (d). La première phrase associée à ces deux objets graphiques exprime dans un langage géométrique une visée sémiotique de la construction, par la définition du point à construire (« Le point B est le symétrique du point Z par rapport à l'axe (d) »). L'instruction qui suit place l'élève dans une visée technique à finalité graphique : les instruments à utiliser sont mentionnés et l'injonction d'être précis est donnée.

Observations sur l'élève C

À l'ouverture de la page de travail, l'élève C observe l'écran. Il ne voit pas ce qui est attendu de lui si bien que E lui demande de lire le texte en le pointant à l'écran. De cette façon, elle l'aide dans son analyse visuelle en focalisant son attention sur l'information qui lui est utile à ce moment-là. D'autres éléments, distracteurs pour un élève avec des troubles visuo-spatiaux, apparaissent en effet aussi à l'écran. En plus de la droite (d), du point Z et de ce texte à lire au préalable, se trouvent aussi présentées différentes icônes : au-dessus de la bande colorée où est noté « Exercice n°3 : Avec équerre et compas », quatre ronds grisés alignés avec des numéros d'exercices et au bout de cette ligne un rond rouge permettant de fermer la page ; à gauche, les trois icônes des instruments présentées verticalement ; le mot « effacer » dans un rectangle grisé à droite du texte de la question n°1 et « Mon score » écrit en dessous. L'élève C lit le texte à voix haute de façon approximative et manquant de fluidité. E lui relit la consigne pour lui permettre d'accéder au sens de ce qu'il a lu, ce qui ne semble pas l'aider. La difficulté ne réside donc pas uniquement dans un problème de déchiffrage en lien avec ses troubles du regard, et l'aide organisationnelle forte relative à la lecture orale de l'énoncé n'a été que tentative d'aide pour l'élève C. E lui apporte alors une aide graphique, sous forme verbale, en lui faisant remarquer qu'en classe, ils ont nommé Z' le point nommé ici B et elle reformule la tâche en utilisant « Z' » à la place de « B ». L'élève C comprend alors ce qui est attendu. Cela met en évidence l'importance prise par les ostensifs utilisés par l'enseignante pour la compréhension de l'expression « le symétrique du point Z » par cet élève. En effet en classe, le symétrique d'un point a toujours été nommé par un ostensif graphique, la lettre correspondant au nom du point initial affecté du symbole « ' », ainsi que par un ostensif langagier, la lecture orale de ce nom : « Z prime ».

Observations sur l'élève A

Au contraire de l'élève C, à l'ouverture de la page de travail, l'élève A oriente directement son attention sur la zone de texte de la question n°1 (seul les noms des points diffèrent par rapport à la question n°1 de l'élève C). Il lit le début à mi-voix : « Le point J est le symétrique ». Il active alors les trois instruments disponibles (équerre, compas puis crayon) en cliquant sur leurs icônes tout en disant : « On va déjà sortir les trois ». Les instruments apparaissent sur la zone de travail, disposés à gauche, avec l'équerre à côté du compas et le crayon sur l'équerre (Image n°5).

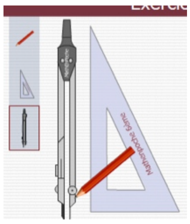


Image n°5

L'élève A s'occupe d'abord d'organiser les instruments à l'écran avant de revenir à la consigne. Il saisit le crayon et le déplace en haut de la zone de travail, probablement pour qu'il ne soit plus sur l'équerre (2. A : « Le crayon, on va l'mettre là »). Il ne réussit pas du premier coup à le déposer comme il le souhaiterait. Le glissement du crayon n'est en effet prévu que pour être immédiatement suivi d'un tracé, si bien que lorsque l'élève A clique pour lâcher l'instrument et déplace la souris pour s'en éloigner, il démarre un tracé de ligne droite. Il y met fin en cliquant. Il recommence alors le même ensemble de commandes mais au moment où il observe le démarrage d'un trait qu'il ne veut pas alors qu'il déplace la souris, il revient à la première extrémité du trait et clique. Le crayon reste alors fixe à l'écran. Ensuite, l'élève A reprend la lecture du texte lentement et à voix haute, il s'interrompt avant la fin :

3. A : Donc, « le point J est le symétrique du point O ». Il est pas là ...
4. E : Tu comprends ce que tu dois faire ?
5. A : Non j'ai pas très bien compris
6. E : C'est quoi que tu ne comprends pas ?
7. A : Euh … eh ben… c'qui faut faire.
8. E : Dis voir ce qui est écrit.

L'élève A semble bloqué parce qu'il ne voit à l'écran que le point O et la droite (d), et pas le point J (3. A : « Il est pas là »). La première phrase de la consigne permet d'introduire le point J par ses éléments caractéristiques alors que l'élève A l'interprète comme devant être une description des objets graphiques représentés à l'écran. E lui demande de lire à haute voix l'ensemble de l'énoncé, pour s'assurer que l'incompréhension ne provient pas d'un mauvais déchiffrage dû à sa dyslexie ou d'une lecture incomplète. L'élève A s'exécute dans une lecture non fluide et hésitante, qui lui permet cependant de comprendre enfin, et par lui-même, ce qui est attendu.
La même aide organisationnelle sous forme de demande de lecture de la consigne est apportée aux deux élèves, elle est suffisante pour l'élève A mais ne l'est pas pour l'élève C.

3. Analyse de la construction

Nous analysons à présent, pour les deux élèves, les trois premières constructions du symétrique d'un point par rapport à une droite (verticale, horizontale puis oblique) proposées dans l'exercice. Nous commençons par étudier l'activité de l'élève C et nous la comparons ensuite à celle de l'élève A. Nous analysons aussi la quatrième construction, réalisée uniquement par l'élève C.
Les points étant nommés de façon différente et aléatoire dans chaque construction, nous les nommerons M et M' à chaque fois. Nous appellerons aussi P_M le projeté orthogonal de M sur la droite (d), même s'il n'est pas nommé dans l'exercice, pour en parler plus facilement.

Étape at_p

L'élève C réalise l'étape de tracé de la perpendiculaire à (d) passant par M avant d'effectuer le report de longueur, ce qui correspond à l'ordre utilisé habituellement en classe pour ce type de tâches. Dans chacune de ses constructions, il positionne son équerre selon la séquence d'actions suivante : (n°1) activation de l'équerre, (n°2) placement d'un côté de l'angle droit le long de (d), (n°3) placement de l'autre côté de l'angle droit sur le point M. Il réalise aussi les actions dans cet ordre lorsqu'il travaille dans l'environnement papier-crayon.
Dans la première construction où l'axe est vertical, l'élève C active l'équerre, la glisse dans le demi-plan délimité par (d) et ne contenant pas le point M, ajuste le grand côté de l'angle droit contre la droite (d) (Image n°6a), la tourne de trois-quarts de tour (Image n°6b), la glisse pour mettre le sommet de l'angle droit sur le point M (Image n°6c), réalise que cela ne convient pas avant de la glisser jusqu'au positionnement correct (Image n°6d).

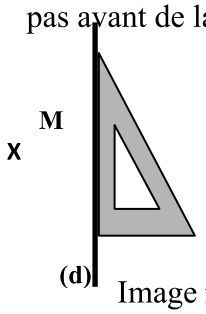


Image n°6a

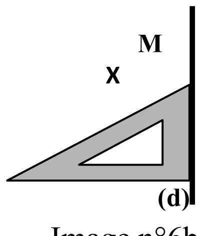


Image n°6b

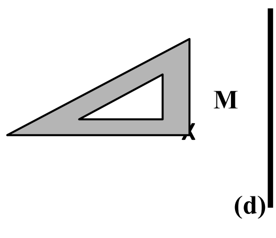


Image n°6c

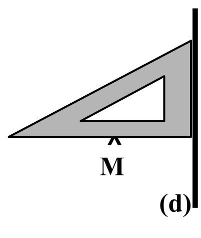


Image n°6d

Dans la deuxième construction où l'axe est horizontal, il active l'équerre, constate qu'elle est bien orientée (130. C : « Oh, trop facile, il est déjà ! ») et la glisse tout en chantonnant pour la placer de façon correcte (Image n°7).

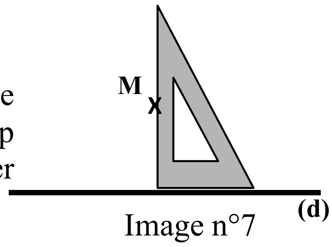


Image n°7

Dans la troisième construction où l'axe est oblique, il active l'équerre, la glisse près du point M, la pivote d'un tour presque complet (Image n°8a), la glisse jusqu'à mettre un côté de l'angle droit sur M avec le sommet sur (d) (Image n°8b), et fait des ajustements en tournant puis glissant l'équerre jusqu'au positionnement correct (Image n°8c).

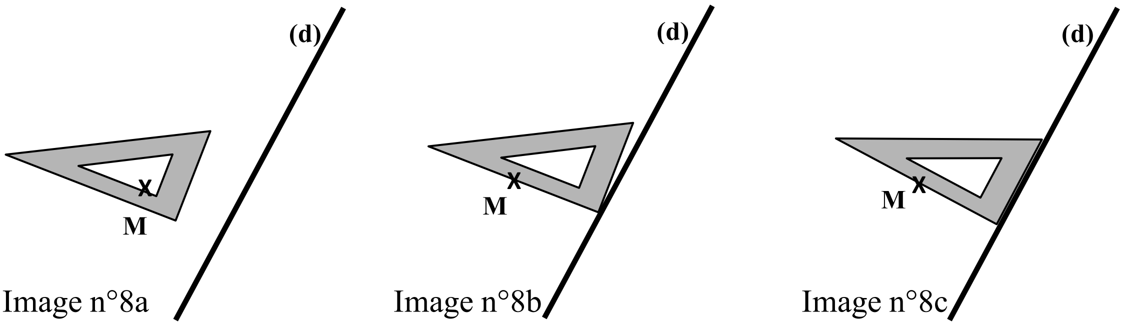


Image n°8a Image n°8b Image n°8c

L'élève C n'éprouve pas de difficulté manipulatoire particulière. Au niveau moteur, ses mouvements pour cliquer sur la souris ou la déplacer semblent être bien automatisés, ce qui n'est pas étonnant vu qu'il a déjà une pratique de l'utilisation d'un ordinateur depuis le CE2. Il utilise aussi sans problème les flèches du clavier pour faire tourner l'équerre, appuyant en continu sur l'une et accélérant parfois le mouvement de rotation en appuyant simultanément sur une touche « majuscule ». Au niveau perceptif, ses choix des sens de rotation de l'équerre ne sont pas les plus économiques en déplacement. Il effectue en effet trois-quarts de tour plutôt qu'un quart dans la première construction et sept-huitième de tour plutôt qu'un huitième dans la troisième construction. En revanche, il repère bien l'inutilité de tourner l'équerre dans la deuxième construction. Le simple glissement - ajustement de l'équerre ne requiert pas toute son attention, il chantonne en effet tout en effectuant ses clics et mouvements avec la souris dans la deuxième construction : cela montre que cette commande est déjà pour lui une routine. Par ailleurs, un manque de maîtrise de la vitesse de rotation de l'équerre apparaît dans la première construction : il n'arrête pas la pression sur la touche de la flèche « gauche » à temps. Cependant, il réussit à inverser le déplacement et à le ralentir, par un appui sur la flèche « droite », pour obtenir l'ajustement du côté de l'équerre sur la droite (d).

Dans chacune des trois constructions, l'élève C procède de la même manière : il active le crayon, le glisse jusqu'au point M, trace le long de l'équerre en passant par P_M et en allant jusqu'à un point situé de l'autre côté de la droite (d). Il effectue ainsi l'action de tracé le long de l'équerre (action n°5) et celle de tracé du prolongement (action n°9) en une seule utilisation du crayon et sans déplacer l'équerre, exploitant ainsi le fait que le crayon trace une ligne droite même s'il n'est pas en appui sur le bord de l'équerre. Il réinvestit ainsi la technique qu'il a mise au point lors de sa prise en main de l'équerre et du crayon avec le tracé de perpendiculaires, pour contourner l'impossibilité de faire avec le crayon le tracé de la perpendiculaire à (d) passant par M en deux temps, avec un prolongement, comme dans l'environnement papier-crayon. Dans l'environnement numérique de Mathenpoche en effet, le segment [MP_M] disparaît et seul le prolongement reste affiché à l'écran. Pour la construction du point symétrique M', cette disparition n'est pas gênante, mais l'élève C cherche à avoir les mêmes traits de construction que dans l'environnement papier-crayon.

Plusieurs difficultés apparaissent pour l'élève C dans cette étape du tracé de la droite perpendiculaire à l'axe de symétrie passant par le point M.
Au niveau visuo-spatial, un manque de précision apparaît dans la première construction avec un écart entre l'équerre et la ligne tracée, cette dernière démarre un peu en dessous du point M (Image n°9).

Image n°9

Par ailleurs, l'élève C n'anticipe pas la localisation du point M' dans les deux dernières constructions. Dans la deuxième, il arrête le prolongement 2 mm après M' (le tracé convient mais il était impossible visuellement d'en être sûr) et dans la troisième, 8 - 10 mm avant (le prolongement est donc insuffisant). Il s'aperçoit de la nécessité de prolonger de nouveau, suite au report de la longueur MP_M avec le compas (160. C : « J'dois prolonger ! ») Il éprouve alors des difficultés à effectuer ce prolongement. Nous appelons R l'extrémité du premier prolongement, où le crayon a été laissé suite au premier tracé (Image n°10).

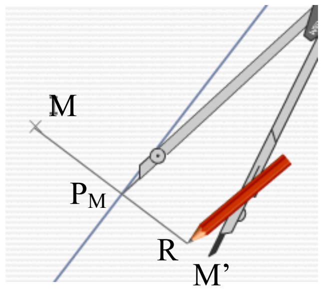


Image n°10

160. J'dois prolonger !
161. *L'élève C saisit le crayon.*
162. *Il clique sur le point R // [MR] s'efface //* Mince !
163. *Il retourne au point M // s'aperçoit qu'il est en train de tracer un trait //* Oh tant pis, regarde
164. *Il clique sur M // [MR] est tracé et le crayon est en M //* Hop
165. *Avec le pointeur, il essaie de cliquer sur l'autre extrémité de la ligne // rien ne se passe*
// Et après, pfff, pourquoi j'peux pas la prolonger ?
166. *Il essaie de nouveau de saisir R avec le pointeur*
167. *Il reprend le crayon // chuchote :* J'vais faire comme ça
168. *Il trace un petit segment au niveau de la mine du compas dans une mauvaise orientation*
169. *Il clique sur la mine du compas et va jusqu'au point M // La ligne se trace //* Ben enfin !

L'élève C semble redécouvrir que ne restent pas à l'écran tous les traits produits par le crayon. Il ne s'attendait pas à ce que [MR] s'efface alors qu'il cherche à tracer [RM'] (162. C : « Mince ! » ; 165. C : « Et après, pfff, pourquoi j'peux pas la prolonger ? ») Cela montre qu'il n'a pas intégré le fait que la ligne droite souhaitée à l'écran doit être tracée en une fois, en cliquant sur une extrémité puis l'autre, même si c'est ce qu'il a utilisé dans l'*étape* at_p. Dans ce nouveau contexte de prolongement, il n'est pas en mesure de transposer immédiatement sa technique. L'élève C se trouve en difficulté manipulatoire pour concrétiser son intention de prolonger le segment [MR]. Il effectue plusieurs essais (avec le crayon puis avec le pointeur seulement) avant de réussir à tracer en démarrant de la mine du compas et en allant jusqu'au point M. E le laisse agir en autonomie et ne répond pas à sa question (165. C : « Pourquoi j'peux pas la prolonger ? ») que l'on pourrait interpréter comme une demande d'aide.
La justesse de la droite finalement tracée par l'élève C vient du fait que la mine du compas est précisément sur le point M', ce dont l'élève C n'a pas nécessairement conscience. L'orientation du compas sur la feuille de travail découle en effet du premier positionnement du compas par l'élève C : elle est définie par la position de la pointe, sur le point M, et celle de la mine, sur le point P_M. La direction de la droite (MP_M), donnée par l'équerre, est donc portée par les deux points situés aux extrémités de la pointe et de la mine du compas. Elle est conservée tant que le compas ne pivote pas. De plus, l'écartement du compas donne la longueur MP_M. La construction réalisée est donc valide parce que la mine du compas est

restée précisément sur le point M', suite à la première tentative de report de longueur (Image n°10). L'élève C semble le découvrir alors qu'il trace un arc de cercle (170. C : « Et c'est ici. Tout pile ! ») S'il n'a pas utilisé ce fait pour tracer, cela veut dire qu'il ne s'est plus préoccupé de la condition de perpendicularité, mais qu'il s'est juste concentré sur l'obtention d'une ligne droite plus longue partant de M. Cette hypothèse se confirme dans un exercice ultérieur où un prolongement est de nouveau nécessaire pour construire le symétrique d'un point et où l'élève C le réalise avec le crayon seulement, en ayant au préalable enlevé le compas.

Étape *c*

Dans chacune des trois constructions, l'élève C utilise la même technique correcte en enchaînant l'activation du compas (action n°10), la prise de l'écartement MP_M (action n°11), le placement de la pointe du compas sur P_M (action n°12), le tracé d'un arc de centre P_M et de rayon MP_M intersectant $[MP_M)$ et le repérage du point M' (action n°13). Il rencontre cependant des difficultés manipulatoires dans cette étape de la construction, sans doute en partie parce qu'il n'a pas mémorisé les différentes commandes de manipulation du compas, découvertes juste avant l'exercice 3 avec les activités de prise en main proposées dans Mathenpoche. Aussi, il questionne E sur comment faire pour retourner le compas et également pour tracer un arc (113. C : « Comment on fait pour tourner ? » 116. C : « Et après, on fait comment pour le retourner ? » 121. C : « Et comment on fait ? »). Il ne reçoit pas de réponse à ses questions mais trouve par lui-même comment procéder en testant les effets à l'écran de l'appui sur les différentes touches possibles, qui elles, ont bien été mémorisées. E intervient seulement dans la première construction sur la description de ce qu'il faut faire pour placer le point M', cette commande ne faisant pas partie des activités de prise en main. Ainsi, l'élève C parvient à résoudre les problèmes manipulatoires en grande partie de façon autonome, ou sinon avec un faible apport d'aide, entrant ainsi dans un processus d'instrumentation.

Certaines difficultés manipulatoires de l'élève C sont liées à sa connaissance imparfaite des schèmes d'usage du compas virtuel, mais peuvent provenir également d'essais de transposition de manières de réaliser des actions de l'environnement papier-crayon, comme le déplacement du compas ou l'écartement de ses branches, alors que ces façons de procéder ne sont pas réalisables avec le compas virtuel. Ainsi, dans la première construction, l'élève C saisit le compas par le haut, le déplace, mais n'arrive pas à le lâcher. Après un instant de surprise (111. C : « Oh ! »), il se souvient qu'il doit changer le lieu de la prise du compas pour que le pointeur reste dans la zone de travail à la fin de son déplacement (112. C : « Ah oui ! »). Il avait en effet déjà été confronté à ce même problème lors de sa prise en main des instruments. Il déplace alors le compas en le saisissant par la pointe. Par la suite, il réinvestit directement, et à juste titre, cette façon de faire dans les autres constructions.
L'élève C rencontre également des difficultés à retourner le compas, action qu'il est amené à réaliser à deux reprises : l'une pour prendre l'écartement MP_M (dans les constructions n°1 et n°3), l'autre pour placer le compas en vue de tracer l'arc de cercle de centre P_M et de rayon MP_M. Concernant l'écartement des branches du compas, il n'est pas possible de procéder exactement comme avec un compas matériel en écartant indifféremment une des deux branches et en maintenant l'autre fixe. Avec le compas virtuel en effet, seule peut s'écarter la branche de la mine, tandis que celle de la pointe reste fixe. Aussi, lorsque le point M est situé à gauche de l'axe, un retournement du compas est nécessaire si l'on veut laisser fixe une branche sur le point M et écarter l'autre jusqu'au point P_M car, à chaque première activation du compas, le dessin de l'instrument se présente à l'écran branches serrées avec la mine à gauche et la pointe à droite. Par la suite, le compas, avec la pointe sur le point P_M et la mine

sur le point M, peut être de nouveau retourné avant le tracé de l'arc (le dessin du compas apparaît dans une position symétrique à sa position initiale par rapport à l'axe de symétrie, la pointe reste donc en P_M et la mine se place en M'). Dans la première construction, l'élève C a cherché dès le départ, sans avoir tenté d'écarter la branche de la pointe plutôt que celle de la mine, à élaborer un enchaînement de commandes permettant l'action n°11 (prise de l'écartement MP_M). Il a découvert la façon de les exécuter en faisant différents essais et en questionnant E. Tout d'abord, il observe les effets produits par un appui sur les différentes flèches du clavier « Haut », « Bas », « Gauche », « Droite », il s'aperçoit alors que ni le pivotement du compas dans un sens ou dans l'autre, ni l'écartement puis le resserrement des branches ne conviennent. Il est par conséquent demandeur d'aide, mais, ne recevant pas de réponse, il poursuit sa recherche au clavier en recommençant à appuyer sur les flèches, puis en faisant un appui prolongé sur la touche « R ». Avec cette commande, le compas se retourne sans cesse très rapidement, le mouvement s'arrête au relâchement de la touche. Le hasard fait que la position relative des branches obtenue est celle que recherchait l'élève C. Il peut alors placer la pointe sur le point M et déplacer la mine jusqu'au point P_M. Il renouvelle ensuite sa demande d'aide :

116. C : Et après, on fait comment pour le retourner ?
117. E : Ben, tu viens de le faire !

L'élève C s'interroge de nouveau sur la commande à effectuer pour retourner le compas, cette fois dans le but de tracer l'arc de cercle dans la zone où se situe le point M'. Cela montre qu'il n'a pas mis en relation le retournement obtenu précédemment avec l'appui de la touche « R ». E lui apporte une aide manipulatoire faible en évoquant sa manipulation précédente. Cela permet à l'élève C de déduire qu'il doit se servir de la touche « R ». Il fait un appui long, puis bref, et constate le retournement du compas. Il réinvestit alors le moment venu l'utilisation de cette commande, sans difficulté, dans la troisième construction, quand il s'aperçoit qu'il ne peut prendre l'écartement MP_M comme il le souhaite (mine du compas fixe sur M avec écartement de la branche sur laquelle se trouve la pointe). Se rendant compte que son appui sur la flèche « gauche » du clavier provoque l'écartement de la mine vers la gauche et non celui de la pointe vers la droite comme il l'imaginait (157. C : « Mince, j'dois mettre le point »), il réussit à s'accommoder de cette contrainte en retournant le compas et en le glissant pour mettre la pointe sur le point M. Il peut ainsi écarter la mine jusqu'au point P_M en appuyant sur la flèche « gauche ».

Des difficultés manipulatoires de l'élève C sont liées aussi à des mouvements corporels de clics et de déplacements de souris mal organisés : pour saisir le compas dans la deuxième construction, une fois le pointeur sous forme de flèche placé sur l'instrument, il presse sur le bouton gauche de la souris et le relâche tout en déplaçant la souris, ce qui fait que seul le pointeur se déplace, le compas restant fixe. Il réussit à déplacer le compas à la troisième tentative, en effectuant le relâchement avant de déplacer la souris. Il n'intègre cependant pas cette nécessité de séquence de mouvements, ou bien peut-être ne réussit-il pas encore à l'automatiser, puisqu'à deux reprises par la suite, il échoue dans les déplacements d'instruments qu'il souhaite réaliser. En outre, l'élève C peine aussi à enlever le crayon. Ainsi, dans la deuxième construction, E lui apporte une aide faible manipulatoire et organisationnelle à la fois, par un questionnement (140. E : « Comment tu fais pour enlever tous tes instruments là ? ») Cela ne reste que tentative d'aide. L'élève C décide en effet de placer le point M' malgré la gêne occasionnée par les instruments (Image n°11). Il place de cette façon le point M' un peu en dessous de l'arc.

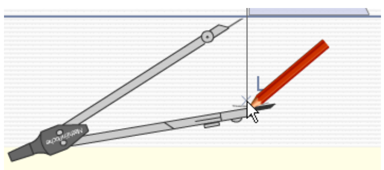


Image n°11

Dans la troisième construction, la même situation se reproduit et E réitère son apport d'aide (172. E : « Eh ! Comment tu fais pour enlever tes instruments ? Tu ne te souviens plus ? ») La première question peut suggérer à l'élève la nécessité de ranger les instruments pour placer le point M' dans de bonnes conditions. Elle permet aussi de centrer la réflexion de l'élève C sur les commandes à exécuter. E cherche à savoir par sa deuxième question si l'élève C sait ce qu'il faut faire pour cacher les instruments. L'élève C répond à ces questions par l'action, en cliquant sur chacune des trois icônes.

Les difficultés manipulatoires de l'élève C ont des conséquences sur ses productions graphiques. Dans chacune de ses trois constructions en effet, un manque de précision apparaît dans ce que l'on peut percevoir des traces graphiques à l'écran.
Dans la première, la perpendiculaire à (d) passe un peu en dessous du point M (Image n°9). Dans la deuxième, le point M' est sur la perpendiculaire à (d) passant par M, mais un peu en dessous de l'arc, ce qui n'est pas étonnant vu qu'il n'y avait aucun contrôle visuel possible, à cause des instruments, pour savoir s'il était au bon endroit (Image n°11). Dans la troisième, le point M' est sur l'arc, mais un peu au-dessus de la perpendiculaire à (d) passant par M (Image n°12). L'élève C ne fait pas mention de ces imprécisions dans le commentaire dont il accompagne son travail à haute voix, il est d'ailleurs fort probable qu'il ne les ait pas perçues, d'autant plus que ses trois constructions ont toutes été validées : tracé en vert du segment [MM'] avec codage de l'angle droit et de l'égalité des longueurs est affiché à l'écran accompagné du texte « BRAVO » et du compteur de score mis à jour.

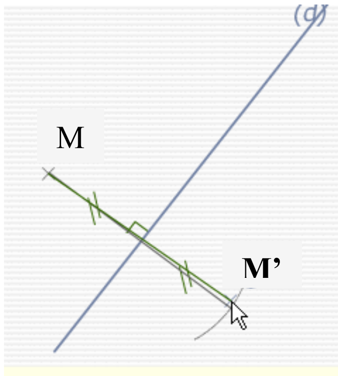


Image n°12

Quatrième construction

Les trois constructions du symétrique d'un point par rapport à une droite n'ont pas posé de difficultés de repérage des objets graphiques initiaux pour l'élève C ; cependant seuls la droite (d) et le point M apparaissaient à l'écran pour ces exercices : des erreurs sont immédiatement apparues en revanche lorsque la figure initiale est devenue plus complexe ainsi que le montre la réalisation de la quatrième construction par l'élève C.
Nous gardons pour cette question les notations de l'exercice. L'énoncé était le suivant :

> Question n°4 :
> Le point D est le symétrique du point Y par rapport à l'axe (d') : place-le avec précision en te servant de l'équerre et du compas.

La quatrième construction (Image n°13) est analogue à la troisième pour ce qui est de l'orientation oblique de l'axe de symétrie (d') sur la page de travail et la position du point Y relativement à cet axe. Ce qui change est la présence d'une droite (d) verticale inutile. La droite (d') est représentée en bleu, la droite (d) et le point Y sont en noir.

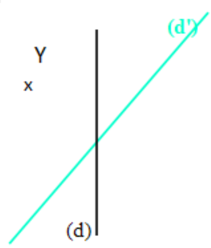


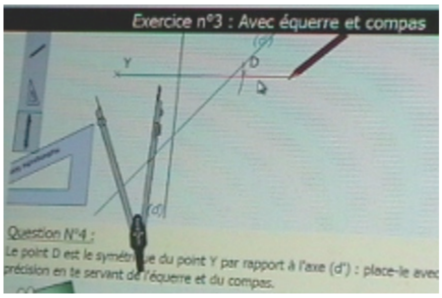
Image n°13

L'élève C est hésitant au démarrage de cette construction. Sa réaction à la vue de la figure montre que, pour lui, la tâche est plus complexe que les précédentes (176. C : « Hen ??? Impossible »). Il effectue finalement la construction avec la même technique mise en œuvre dans les trois premières, mais en prenant la droite (d) comme axe de symétrie au lieu de la droite (d’). E effectue quatre tentatives d’aide technique à finalité graphique sous forme langagière. La première est destinée à focaliser l’attention de l’élève C sur l’axe de symétrie à considérer avant qu’il ne démarre (81. E : « Donc c’est ton axe de symétrie, ça. Il ne faut pas que tu te laisses perturber par l’axe (d) qui ne sert à rien »). Les trois suivantes prennent la forme de questions posées à l’élève C alors qu’il effectue sa construction :

87. E : Donc, là, tu traces par rapport à quel axe ?
88. C : Y *// il clique sur Y*
89. E : Le symétrique de Y par rapport à quel axe ?
90. *C : Poursuit sa construction [...]* Voilà !
91. E : Attends avant de répondre, tu as fait le symétrique par rapport à quel axe ?

Ces questions n’influent aucunement sur les actions menées par l’élève C et sur lesquelles il reste concentré. Une des raisons est que, vu la complexité de l’analyse visuelle qu’il doit effectuer, il n’est pas en capacité d’être en double tâche : agir tout en écoutant, réfléchissant au sens et répondant précisément à la question qui lui est posée. Suite à la rétroaction de Mathenpoche invalidant la construction et au visionnement de l’aide, l’échange avec E met en évidence l’impossibilité de l’élève C à identifier son erreur de façon autonome. L’aide proposée par Mathenpoche ne peut le lui permettre, puisqu’il s’agit de la présentation d’une construction de symétrique où il n’y a pas d’axe parasite. L’échange avec E montre que l’élève C ne peut s’appuyer sur un contrôle visuel pour déceler son erreur :

202. E : Est-ce que tu vois pourquoi cela ne va pas ?
203. C : Non
204. E : T’as fait ton symétrique par rapport à quel axe ?
205. C : d’
206. E : d’, il est où ?
207. C : Là, *le montre en le parcourant*
208. E : C’est le bleu clair.
207. C : Oui



L’élève C pense avoir bien considéré l’axe (d’) comme il le fallait, c’est en effet bien cet axe qu’il montre à l’écran et il le confirme avec la couleur. Il ne parvient probablement pas à faire abstraction de la droite (d) dans son exploration visuelle pour percevoir que sa construction ne convient pas. Il gagnerait sans doute au niveau perceptif à alléger son écran en cachant les instruments virtuels qui ne servent plus.

Comparaison avec l’élève A

Dans chacune de ses trois constructions, l’élève A procède différemment de ce qu’il fait habituellement dans l’environnement papier-crayon, en réalisant l’étape de report de longueur avant celle de tracé de la perpendiculaire à (d) passant par le point M. Il utilise à chaque fois la même technique pour obtenir le point M’, avec la séquence d’actions suivante :

Activation de l’équerre (n°1)
Placement d’un côté de l’angle droit le long de (d) (n°2)
et l’autre sur le point M (n°3)
Activation du compas (n°10)
Prise de l’écartement MP_M (n°11)
Placement de la pointe du compas sur P_M (n°12)
(Image n°14a)

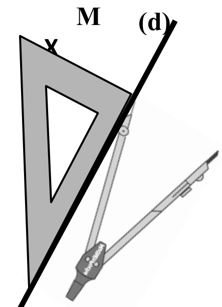


Image n°14a

Tracé d'un arc (n°13)
Nouveau placement de l'équerre avec un côté de l'angle droit le long de la droite (d) (n°2)
(Image n°14b)

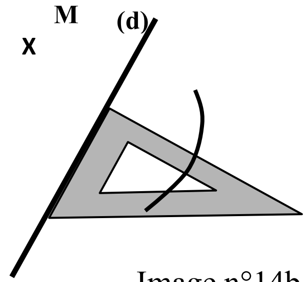


Image n°14b

Placement de l'autre côté de l'angle droit sur le point M (n°3)
Glissement de l'équerre (n°7)
Tracé de M jusqu'à plus loin que l'arc (n°5 - n°9)
(Image n°14c)

Placement de M' (fin de n°13)

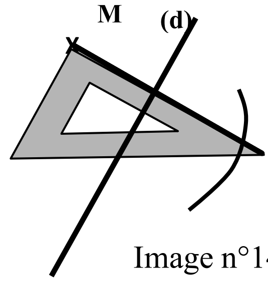


Image n°14c

L'élève A rencontre les mêmes difficultés manipulatoires que l'élève C, difficultés liées à des schèmes d'usage du compas virtuel qu'il ne connaît pas encore. Tout d'abord, il n'arrive pas à déplacer le compas où il veut et l'exprime verbalement :

15. A : C'est dur, j'arrive pas à le mettre // *il n'arrive pas à placer le compas où il veut.*
16. E : C'est parce que tu l'as pris et ça sort de l'écran.
    Il faut que tu prennes plus bas ton compas, tu pourras monter où tu veux.
17. *A essaie de le prendre plus bas.*
18. E : Tu recliques une fois. *Il clique.*
19. E : Et tu le rattrapes plus bas. *Il clique en bas //* Voilà, et là tu arriveras à faire ce que tu veux.

Face à cette difficulté, E lui apporte une aide manipulatoire faible en lui précisant ce qu'il doit faire pour réussir. Elle donne des instructions sur les déplacements du pointeur à l'écran par rapport au compas virtuel (16. E : « Il faut que tu prennes plus bas ton compas », 19. E : « Tu le rattrapes plus bas ») et comme l'élève A ne pense pas à sortir de sa commande précédente, elle lui donne une instruction sur l'action à réaliser en premier avec la souris (18. E : « Tu recliques une fois »). E apporte aussi des éléments devant permettre à l'élève A de comprendre pourquoi une exécution des commandes, pourtant conforme à ce qui était indiqué dans l'exercice de prise en main, n'aboutit pas (16. E : « C'est parce que tu l'as pris et ça sort de l'écran »). En cela, l'aide manipulatoire est élaborée. Cette même aide avait été donnée à l'élève C lors de sa séance de prise en main des instruments. Elle s'avère suffisante pour les deux élèves pour leur permettre de gérer cette contrainte de façon autonome par la suite.
Ensuite, l'élève A constate aussi que seule peut s'écarter la branche du compas où est la mine, l'autre restant fixe. Il s'adapte à cette contrainte, sans passer par le retournement du compas comme l'élève C, mais par un glissement ou pivotement du compas. Les deux élèves procèdent en revanche de la même façon dans leur appropriation des commandes au clavier : ils testent des appuis sur des touches possibles et en observent les effets jusqu'à trouver le déplacement recherché.
Avec sa technique de construction, l'élève A n'est pas confronté à la difficulté de prolonger un trait droit puisqu'il n'emploie le crayon que pour un seul tracé : celui partant du point M et allant au-delà de l'arc sur lequel se trouve M'. Il effectue ce tracé le long de l'équerre, glissée après le placement d'un côté de l'angle droit le long de la droite (d) pour mettre l'autre sur le point M. La conservation de l'orientation de l'équerre par glissement rend sa construction valide dans une finalité géométrique, ce ne serait pas le cas dans l'environnement papier-crayon.

Le temps moyen mis par l’élève A pour réaliser une construction (3 min 04) est plus long que celui mis par l’élève C (1 min 56). Cela s’explique d’abord par le fait que l’élève C avait déjà testé le type de tâches de construction d’une droite perpendiculaire à une droite passant par un point avec équerre et crayon virtuels alors que pour l’élève A, la situation est entièrement nouvelle dans cet environnement numérique.
L’élève A et l’élève C, qui exploitait, lui, la possibilité de tracer une ligne droite avec le crayon virtuel sans prendre appui sur un bord rectiligne de l’équerre, utilisent donc chacun une technique correcte de construction, dans une finalité géométrique, non transposable telle quelle dans l’environnement papier-crayon. Cependant, contrairement à l’élève C, l’élève A fait preuve d’un souci d’organiser son espace de travail en cachant les instruments dont il ne se sert plus. En outre, il ne rencontre pas de difficulté liée à des mouvements corporels de manipulation de la souris mal organisés. Cela contribue à l’obtention de tracés précis. Les troubles praxiques et visuo-spatiaux de l’élève C peuvent expliquer ces différences, dont les conséquences ne sont cependant pas pénalisées puisqu’il obtient validation de ses trois constructions au premier essai, tout comme l’élève A.

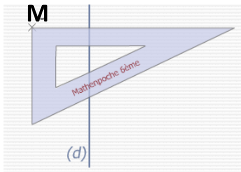


Image n°15a

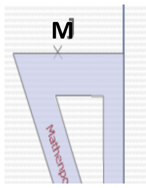


Image n°15b

Comme l’élève C dans sa première construction, l’élève A effectue aussi, dans chacune de ses constructions, une action inutile au moment de son premier positionnement de l’équerre : il la place avec le sommet de l’angle droit sur le point M et un des côtés de l’angle droit orienté au jugé perpendiculairement à la droite (d) (Image n°15a). Cette action inutile se conclut par un positionnement correct de l’équerre (Image n°15b). L’élève A ne peut cependant réutiliser cette orientation de l’équerre dans la deuxième étape de deux de ses constructions (avec l’axe horizontal et avec l’axe oblique) en la glissant, car c’est le grand côté de l’équerre qui a été placé le long de la droite (d) et le petit côté est trop court pour permettre de relier M à M’.
Il repositionne donc l’équerre avec le petit côté de l’angle droit le long de la droite (d) (Image n°15c) avant de glisser l’équerre (Image n°15d). Une anticipation de cette deuxième étape, en prenant comme contrainte de départ le placement du petit côté de l’angle droit contre l’axe, conduirait à moins de manipulation de l’équerre (Image n°16) et donc à un gain de temps.

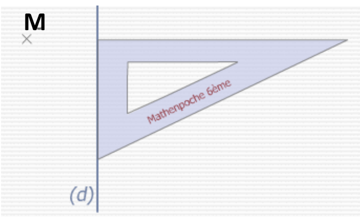


Image n°15c

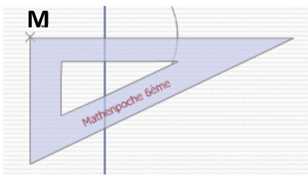


Image n°15d

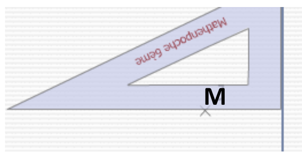


Image n°16

4. Bilan de l’activité de l’élève C et des aides apportées

L’élève C se montre capable de réinvestir sa technique de construction du symétrique d’un point par rapport à une droite, utilisée dans l’environnement papier-crayon, en s’adaptant aux contraintes de manipulation des instruments virtuels dans l’environnement numérique de Mathenpoche. Dans ce qu’il verbalise de ses actions en réponse aux sollicitations de E, nous retrouvons des formulations de l’enseignante retransmises par l’AVS dans sa première construction dans l’environnement papier-crayon (annexe 6.1) et destinées à guider ses actions. Il énonce les objets géométriques dont il tient compte pour placer son équerre dans un langage technique géométrique contenant des implicites, avec le terme « équerre » employé de façon métonymique à la place « d'un côté de l'angle droit de l'équerre » :

Annexe 6.1 - 30. AVS : Voilà, il faut que ça passe par M
Annexe 8.1 - 103. C : J'dois placer le point, l'équerre sur le point M

Annexe 6.1 - 32. AVS : Ton équerre bien positionnée sur la droite (d)
Annexe 8.1 - 151. C : J'dois la mettre comme ça / 153. Ben euh, sur l'axe, et, sur le point

D'autres reprises des expressions de l'AVS sont réalisées spontanément par l'élève C et semblent être un appui pour guider ses actions. Tout d'abord, il ne trace pas la droite perpendiculaire à (d) par un premier tracé qu'il prolonge, comme dans l'environnement papier-crayon, il la trace en une seule utilisation du crayon, en démarrant du point M, cependant il marque un petit temps d'arrêt au point P_M et mentionne le prolongement dans sa poursuite du tracé jusqu'au point R :

Annexe 6.1 - 34. Tu prolonges
Annexe 8.1 - 107. J'le prolonge

Ensuite, quand il se trouve dans la situation où la représentation de la droite (MP_M) ne coupe pas l'arc, il exprime cette nécessité de prolonger comme l'avait fait l'AVS :

Annexe 6.1 - 55. Il faut qu'tu prolonges encore un petit peu ta droite
Annexe 8.1 - 160. J'dois prolonger !

Et enfin pour le report de longueur, il fait mention de l'instrument, puis exprime son déplacement en utilisant l'expression pivot « reporter le compas » en lien avec « reporter la longueur » :

Annexe 6.1 - 41. Le compas
Annexe 8.1 - 108. Le compas

Annexe 6.1 - 53. Et tu le reportes de l'autre côté de l'axe
Annexe 8.1 - 136. Après, j'le reporte

Nous interprétons cette appropriation par l'élève C des formulations de l'AVS qui accompagnaient son action, comme des effets à long terme de l'aide forte technico-figurale langagière qu'elle lui a apportée durant la séquence d'enseignement, en complément du discours de l'enseignante. L'AVS a en effet souvent donné des instructions langagières à l'élève C à propos de l'instrument à choisir, de son positionnement et des tracés à réaliser.
L'élève C réussit les trois premières constructions en ne recevant que très peu d'aides, dont une seule est mathématique : l'aide graphique avec la reformulation de la consigne. Il reçoit sinon différentes aides pratiques :

- des aides organisationnelles sous forme d'actions périphériques réalisées à sa place (accès à l'exercice en ligne, repérage de la consigne écrite à l'écran ainsi que sa lecture) et sous forme de suggestions (rangement des instruments qui ne sont plus utiles),
- des aides manipulatoires sous forme d'évocation de commandes à effectuer, par référence à une manipulation déjà réalisée ou par un questionnement.

Ce type d'aides pratiques a aussi été apporté à l'élève A, avec des aides organisationnelles un peu moins conséquentes (accès à l'exercice en ligne, demande de lecture de la consigne à voix haute) et des aides manipulatoires relatives au lâcher d'instruments. L'élève C s'est montré capable, tout comme l'élève A, de résoudre de façon autonome une grande partie des problèmes manipulatoires dus à sa prise en main récente des commandes, en faisant des essais d'appui sur les commandes possibles et en interprétant leurs conséquences à l'écran.

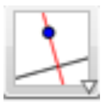
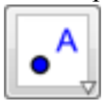
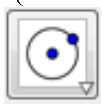
Par ailleurs, l'allégement des tâches manipulatoires rend l'élève C plus disponible pour la conception et l'organisation de ses actions. Contribuent aussi à cela la fixité des instruments en l'absence de commande ainsi que l'absence de gestion d'actions simultanées telles que maintenir l'équerre et tracer le long. Cela peut donc permettre à l'élève C de se centrer davantage sur la partie géométrique de l'activité. Toutefois, nous avons vu que l'élève C résolvait parfois ses difficultés de manipulation des instruments en ne se préoccupant plus des propriétés géométriques, mais en bénéficiant de propriétés géométriques non visibles portées par les instruments, comme la conservation de la direction du compas par glissement dans la troisième construction. Une autre limite concerne les difficultés de repérage visuel des objets graphiques dès que la figure est complexe, comme nous l'avons vu dans la quatrième construction avec la droite « parasite ». Un logiciel de géométrie dynamique aurait eu l'avantage de permettre de cacher cette droite pour faciliter l'analyse visuelle.
Nous étudions dans la partie suivante le même type de tâches de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite avec le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra.

II. Construction avec un logiciel de géométrie dynamique

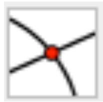
Nous présentons tout d'abord une analyse a priori des actions instrumentées à mettre en œuvre avec des outils de GeoGebra pour construire le symétrique d'un point par rapport à une droite. Nous étudions ensuite, dans cet environnement numérique, la réalisation de ce type de tâches par Lu, Sam et Hug, élèves de sixième d'un Établissement Régional d'Enseignement Adapté. Nous avons déjà analysé l'activité en triade de ces élèves pour ce même type de tâches dans l'environnement papier-crayon (voir chapitre 7, I).

A. Analyse a priori d'actions instrumentées avec GeoGebra

Le type de tâches de construction du symétrique d'un point isolé par rapport à une droite peut être réalisé avec le logiciel GeoGebra en utilisant différents outils.
Une droite (d) et un point M étant donnés, la construction du point M', symétrique du point M par rapport à la droite (d), avec l'utilisation des outils « Perpendiculaire », « Nouveau point » ou « Intersection entre deux objets » et « Cercle (centre - point) » peut se décomposer en deux étapes. La première consiste à tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par M (*étape* at_p) et la seconde consiste à tracer le cercle de centre P_M, projeté orthogonal de M sur (d), passant par le point M (*étape c*). A minima, dix actions élémentaires sont nécessaires :

Étape at_p	**Étape c**		
Perpendiculaire à (d) passant par M : (MP_M)	Point d'intersection P_M	Cercle de centre P_M passant par M	Point d'intersection M'
1) Sélectionner l'outil « Perpendiculaire » 	4) Sélectionner l'outil « Nouveau point » 	6) Sélectionner l'outil « Cercle (centre-point) » 	9) Sélectionner l'outil « Nouveau point » 
Sélectionner : 2) la droite (d) 3) le point M	5) Sélectionner le point P_M	Sélectionner : 7) le point P_M 8) le point M	10) Sélectionner le point M'

Les points d'intersection P_M et M' peuvent aussi être créés par la sélection de l'outil « Intersection entre deux objets », suivie de la sélection de chacun des deux objets : pour le point P_M, il faudrait sélectionner les droites (MP_M) et (d), et pour le point M', le cercle et la droite (d).



Le point symétrique obtenu peut être éventuellement renommé et les traits de construction (le cercle et la perpendiculaire) peuvent aussi être cachés.
La validité de la construction décrite, dans une finalité géométrique, peut se vérifier en déplaçant le point M : quel que soit ce déplacement, la relation de symétrie entre M et M' est conservée. Cette construction est l'analogue d'une construction dans l'environnement papier-crayon qui se ferait avec l'équerre et le compas. Toutefois, avec l'équerre, l'obtention de la droite perpendiculaire nécessite deux étapes, contre une seule avec l'outil « Perpendiculaire ». Et avec le compas, on limite le tracé à un arc de cercle, situé dans la zone où se situe le point M', pour plus de lisibilité, tandis que l'outil « Cercle (centre - point) » trace le cercle complet.
Une construction, qui n'utiliserait pas l'outil « Cercle (centre - point) » mais l'outil « Distance ou longueur » pour le report de longueur serait l'analogue d'une construction à l'équerre et à la règle graduée, dans l'environnement papier-crayon. Avec GeoGebra, cette construction n'est cependant valide que dans une finalité graphique. Elle consiste à mesurer la distance entre le point M et la droite (d), à placer un point sur la perpendiculaire (MP_M), à mesurer la distance entre ce point et (d), et à le déplacer sur la perpendiculaire jusqu'à ce que la distance soit égale à MP_M. Cette égalité de distances ne résiste pas au déplacement du point M.

B. Analyse de l'activité des élèves Lu, Sam et Hug

Nous poursuivons l'analyse de l'activité des trois élèves dyspraxiques de sixième Lu, Sam et Hug de l'Établissement Régional d'Enseignement Adapté, démarrée dans le chapitre 7.I, en étudiant trois épisodes où ces élèves travaillent dans un environnement numérique.
Le même exercice de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite leur a été proposé à deux reprises sur ordinateur avec le logiciel GeoGebra. La première fois (épisode 1), il est réalisé par la triade Lu, Sam et Hug en fin de deuxième séance de la séquence sur la symétrie axiale. La seconde fois (épisode 2), il est réalisé quatre jours plus tard, de façon individuelle, en fin de troisième séance, après un travail collectif consacré à du cours et à une correction d'exercices. Hug était absent ce jour-là. L'exercice de construction du symétrique d'un segment par rapport à une droite dans l'environnement numérique a été donné à Lu seulement (épisode 3), lors de la sixième séance de la séquence sur la symétrie axiale, suite à sa construction incorrecte de ce symétrique dans l'environnement papier-crayon.
Les deux premiers épisodes sont réalisés avec une enseignante remplaçante (P) et le troisième avec le professeur de mathématiques de la classe (P_1). Les transcriptions sont en annexe 8.3.

1. Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite

Vers l'activité

Épisode 1

Cinq minutes avant la fin de la deuxième séance, l'enseignante annonce une première fois à Lu, Sam et Hug les tâches qu'ils vont devoir accomplir, alors qu'ils viennent de terminer leur rédaction des grandes étapes de construction du point M', symétrique du point M par rapport à (d), dans l'environnement papier-crayon (147. [...] P : « Vous écrivez 'Lu, Hug et Sam' et ensuite vous essayez de faire pareil sur GeoGebra »). Cette dernière tâche est écrite sur le document où ils ont effectué la construction du point M', avec le texte : « Bonus : Trouver une méthode « analogue » sur GeoGebra (act-dessin2.ggb) ». Après plus de deux minutes, l'enseignante relance le démarrage de l'activité sur GeoGebra, que Lu, Hug et Sam ne semblaient pas avoir l'intention de commencer, en s'adressant à tous les élèves qui ont fini l'activité sur papier :

> 148. P : Alors, ceux qui ont fini, vous prenez une session d'ordinateur, vous allez dans Maths, Chapitre dix, exercices, vous prenez activité dessin deux point ggb, c'est un document GeoGebra, et vous essayez d'me faire la même chose sur GeoGebra, s'il vous plaît.

Elle apporte ainsi une aide organisationnelle en indiquant le chemin qui permet d'accéder au fichier GeoGebra, déposé sur le réseau. Les élèves n'ont pas nécessairement besoin de cette aide s'ils ont lu la consigne écrite, étant donné qu'ils pratiquent depuis au moins trois mois cette façon de trouver les documents numériques de travail préparés par l'enseignante. Le travail au sein de la triade peine à démarrer cependant : Lu, qui a l'ordinateur portable, ne semble pas prêt à prendre l'initiative d'ouvrir le fichier indiqué par l'enseignante (150. Lu : « Ouais bon, on le fait ou ... ? »), tandis que Sam est affalé sur sa table. L'enseignante réitère son aide organisationnelle au sein de la triade, en demandant à Sam de se tenir correctement, en s'adressant nominativement à Lu pour lui redonner le chemin à suivre pour ouvrir le fichier GeoGebra et en leur redonnant la consigne de travail. Enfin, anticipant des erreurs ou des difficultés sur l'étape de report de longueur, elle ajoute également, avant de les laisser en autonomie, une aide technico-figurale en suggérant l'outil à utiliser pour ce report. Nous y reviendrons dans l'analyse de l'*étape c*.

> 153. Donc Lu, tu vas dans ton dossier Maths, chapitre 10, exercices, activité act tiret dessin 2 point ggb, tu prends le fichier et vous essayez de me faire le même exercice avec GeoGebra. Je vous donne quand même un p'tit indice [...]

Une fois l'enseignante partie, Lu cherche le fichier GeoGebra. Il rappelle l'enseignante parce qu'il croit ne pas voir le fichier, mais le trouve finalement aussitôt et l'ouvre, puis Hug et Lu démarre l'activité. Sur le fichier « act-dessin2.ggb » se trouvent la droite (d) et le point M, positionnés l'un par rapport à l'autre et sur le support, comme ils l'étaient sur le papier. Ils sont également de la même couleur : la droite (d) et son nom en rouge, le point M et son nom en bleu (Image n°16).

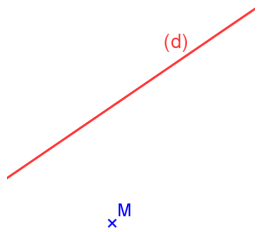


Image n°16

Épisode 2

Pour cette même activité à réaliser de façon individuelle en fin de séance suivante, Lu reçoit la même aide organisationnelle de la part de l'enseignante par ses indications orales du chemin pour trouver le fichier de travail ; elle les complète par un geste déictique de pointage à l'écran de l'icône du fichier à ouvrir, en réponse à la demande de confirmation de Lu sur la position de son pointeur (203. Lu : « Celui-là ? Celui-là ? ») Cependant, l'accès au bon fichier ne suffit pas à ce que Lu démarre la construction, il reste à ne savoir que faire, ainsi qu'il l'exprime à voix haute pour lui-même : « Après, faut faire quoi ? J'sais même pas c'qui faut faire » (205). Une nouvelle intervention de l'enseignante par rapport aux attendus est alors nécessaire pour le lancer dans l'activité.
5 min se sont écoulées pour Lu depuis la passation de la consigne jusqu'au démarrage de l'activité. Quatre jours plus tôt, il avait fallu à la triade 3 min 37 avec GeoGebra (épisode 1) et 5 min 40 pour le même type de tâches dans l'environnement papier-crayon juste avant.

Ainsi, un temps long consacré à des actions périphériques à l'action instrumentée principale est à chaque fois utilisé.

Analyse de l'étape *at_p*

Épisode 1

Juste avant l'épisode 1, suite à la construction du point M' dans l'environnement papier-crayon, l'enseignante est intervenue auprès de Lu, Hug et Sam pour les aider à formuler les étapes de la construction réalisée sur papier. Sam reste en retrait pendant les échanges. De l'expression initiale de Hug liée à son action avec l'équerre (108. Hug : « On a fait l'angle droit pour euh // *Il replace l'équerre* »), l'enseignante les amène, par un questionnement, à une formulation de « la première chose à faire », dans un langage géométrique mentionnant l'objet construit (la perpendiculaire) et ses éléments caractéristiques. Hug aboutit à la reformulation suivante, qu'il dicte à Lu une fois l'enseignante partie auprès d'un autre groupe : « Tracer la perpendiculaire de (d) passant par M ». Mais ni lui, ni Lu ne remarquent qu'il a employé de façon erronée la préposition « de » à la place de « à ». Cette demande de formulation de la première étape de construction en langage géométrique constitue une aide géométrique qui peut conduire assez naturellement les élèves au choix de l'outil « perpendiculaire » à utiliser avec GeoGebra pour démarrer la construction. Cela ne produit pas cet effet pour Lu, prêt à prendre en charge la manipulation sur l'ordinateur, puisqu'il ne sait quel outil sélectionner (161. Lu : « On va sur quoi d'abord ? ») Hug, en revanche, commence directement par nommer cet outil (162. Hug : « Perpendiculaire »), puis demande la sélection du point M (164. Hug : « Choisis l'point M »). Lu suit ces instructions sans les avoir anticipées, contrairement à la sélection de la droite (d) qu'il s'apprête à faire ensuite en amenant le pointeur sur cette droite :

166. Hug : et le point là où tu veux *// Lu place le pointeur près de la droite (d)*
167. Lu : Non, la droite (d) non ?
168. Hug : Oui ben voilà !

Dans sa dernière instruction, Hug précise implicitement le lieu où doit être placé le pointeur pour sélectionner la droite (sur n'importe quel point de la droite), tandis que Lu formule l'objet géométrique à sélectionner, à savoir la droite (d). Celle-ci devient plus épaisse lorsque le pointeur est sur l'un de ses points et peut être sélectionnée alors par un clic. Hug commet une erreur d'expression dans ce qu'il communique à Sam une fois cette droite construite, alors que ce dernier s'intéresse à l'activité qui leur a été proposée : « On a fait la perpendiculaire à M et à la droite (d) ». Ainsi introduits par la même préposition « à », le point M et la droite (d) sont mis sur le même plan dans cette dernière formulation, par conséquent incorrecte, comme ils sont sur le même plan dans la façon d'être sélectionnés une fois l'outil « perpendiculaire » activé dans GeoGebra.
Sam est amené à refaire la droite que vient de tracer Lu car, souhaitant faire une proposition pour l'étape suivante, il prend le clavier des mains de Lu et ferme involontairement le fichier sans sauvegarder. Pour cette *étape at_p*, Sam choisit donc l'outil « Droite passant par deux points » : Lu réagit immédiatement en lui pointant l'icône à sélectionner et en nommant l'outil (186. Lu : « Mais non c'est pas là, c'est là // *Il pointe à l'écran,* pour la perpendiculaire »).

Seul Hug a donc su tirer partie de l'aide géométrique apportée par l'enseignante dans cette première étape de la construction avec GeoGebra pour savoir quel outil utiliser. Il a pu alors apporter une aide technico-figurale à Lu, qui suivi ses instructions. Ce dernier a su les retransmettre ensuite à Sam.

Épisode 2

Lors de la séance suivante, Lu se retrouve cependant dans cette même situation de ne savoir comment faire alors qu'il doit réaliser seul la même construction. Après un temps d'attente, il place un point au jugé dans la zone où doit se trouver le point M', cela montre qu'il connaît le but final des actions qu'il doit mettre en œuvre. Il change le style du point, teste de nombreux changements de couleur, essaie sans succès de renommer le point et trace la droite passant par ce point et M. Il finit par tenter d'obtenir des renseignements auprès d'un autre élève. Il sait donc que sa construction au jugé ne peut convenir mais n'a aucune idée de comment parvenir à l'obtention du point M' (208. Lu : « Faut faire quoi ? Faut faire un segment, faut faire une droite ? ») Et à l'élève qui lui reprécise qu'il faut faire comme l'exercice, il réaffirme ne pas savoir comment faire :

209. é : Ouais, tu dois faire comme l'exercice en fait, avec l'axe de symétrie.
210. Lu : Ah tu fais ch, ah tu soules !
211. é : Ben, c'est pas moi qui ai créé l'exercice !
212. Lu : Oui ben j'sais même plus comment fallait faire !

Lu n'a donc tiré aucun profit des instructions qu'il a reçues de Hug lors de la séance précédente, même s'il a su les exécuter grâce à ses connaissances sur le fonctionnement des outils et sur les différentes manipulations associées.
L'enseignante lui vient en aide en lui demandant tout d'abord « les critères à respecter pour tracer un symétrique ». Lu donne sans difficulté les mots clés attendus, « la même longueur » et « l'angle droit », sur lesquels l'enseignante a beaucoup insisté jusque-là, en demandant souvent aux élèves de les rappeler et en les répétant pour les valider. Ces mots clés, en évoquant les propriétés géométriques qui doivent être vérifiées, sont destinés à être une aide géométrique déclenchant des actions instrumentées. L'enseignante apporte aussi une aide organisationnelle en orientant Lu sur la construction de l'angle droit pour commencer. Pour Lu, cela ne reste que tentatives d'aide puisqu'il ne voit pas quelle commande peut permettre de faire un angle droit avec GeoGebra. Il n'associe pas la production d'un angle droit entre (d) et (MM') au tracé d'une droite perpendiculaire à (d) passant par M, comme le voudrait l'enseignante (231. P : « Ah bon ? On peut pas faire un angle droit ? Un angle droit, ça veut dire que les droites sont ... ? Sont comment ? ... Comment sont les droites, s'il y a un angle droit ? »)

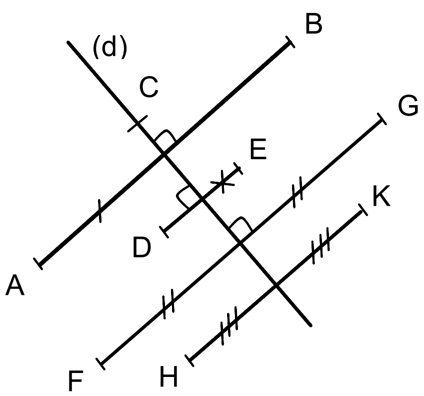
Analyse des difficultés

Plusieurs raisons, non spécifiques à la dyspraxie, peuvent expliquer cette absence de liens pour Lu entre le concept d'angle droit et celui de droites perpendiculaires : l'une est en lien avec le savoir géométrique, l'autre est en lien avec son enseignement.
La première raison, liée au savoir géométrique lui-même, provient de différences qu'il existe entre le concept d'angle droit et celui de droites perpendiculaires, tant au niveau logique qu'au niveau linguistique. Sur le plan logique, le concept d'angle droit est une propriété d'un objet géométrique, un angle : il s'agit d'une relation unaire ; tandis que la perpendicularité est une relation entre deux objets géométriques rectilignes : il s'agit d'une relation binaire. Le passage du concept d'angle droit à celui de droites perpendiculaires est donc complexe : une déconstruction dimensionnelle est nécessaire pour ne plus considérer la surface qui représente l'angle droit, mais considérer la relation entre les deux droites supports des côtés de l'angle. Des différences sont aussi présentes sur le plan langagier : « droit » est un prédicat appliqué à

un « angle », on a alors des expressions langagières du type « l'angle droit » ou « l'angle est droit » ; tandis que la relation binaire de perpendicularité met en lien deux droites par des expressions du type « les deux droites sont perpendiculaires », voire ternaire dans des expressions comme « la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par M ». Par ailleurs, les termes « droit » (du latin *directus*, qui est droit) et « perpendiculaire » (du latin *perpendiculum*, fil à plomb) n'ont pas d'étymologie commune.
La deuxième raison du manque de liens entre les concepts d'angle droit et de perpendicularité provient de leur enseignement, qui conduit à l'attribution d'un sens erroné aux termes « d'angle droit ». Dans les instructions que Lu avait données à Hug lors de la construction sur papier, il utilise en effet la formulation « Fais l'angle droit » pour en demander le codage. « Faire l'angle droit » ne signifie donc pas pour Lu « obtenir un angle droit par un tracé à l'équerre » mais signifie « dessiner un signe graphique (petit carré) ». Son intervention le montre également dans les échanges avec l'enseignante à la fin de cette construction alors qu'elle demande à la triade sa première étape de tracé :

108. Hug : On a fait l'angle droit pour euh // *Il replace l'équerre*
109. Lu : Non, on a tracé d'abord.

Ainsi, Lu fait une nette distinction entre le tracé [de la droite perpendiculaire à (d) passant par M] et le codage de l'angle droit. Dans l'épisode 2, cette assimilation de la propriété géométrique de l'angle à son codage est aussi renforcée par la correction de l'exercice qui vient d'être faite collectivement juste avant l'activité avec le logiciel.
Dans cet exercice (voir ci-contre), les élèves devaient repérer les points symétriques en s'appuyant sur les codages d'égalités de longueurs et d'angles droits. Le repérage des angles droits devait donc implicitement s'effectuer dans une finalité géométrique. Lors de la correction collective, la formulation « Il y a un angle droit » a été associée à la présence du codage de cet angle droit et la formulation « Il n'y a pas d'angle droit » à l'absence de codage alors que, dans une finalité graphique, cet angle droit était bien présent, comme entre la droite (d) et la droite (HK). Cette contradiction apparente entretient derrière les termes « d'angle droit » la substitution de l'objet géométrique ayant une propriété particulière au seul codage de cette propriété.



L'enseignante ne peut donc réussir, dans l'épisode 2, à amener Lu à changer de point de vue en passant de la considération d'une surface (celle de l'angle droit) à la considération de lignes (les deux droites perpendiculaires supports des côtés de cet angle droit) par la seule mention des mots clés « angle droit », s'ils n'évoquent pour lui qu'un codage. Elle ne peut non plus espérer qu'il complète sa phrase « Un angle droit, ça veut dire que les droites sont ... », s'il ne fait aucun lien entre les deux concepts. C'est finalement la réponse « perpendiculaire » donnée par une autre élève qui conduit Lu à utiliser cet outil sur GeoGebra et à tracer la droite voulue.

Analyse de l'étape c

Épisode 1

Comme pour l'étape précédente, juste avant l'épisode 1, Hug a exprimé à l'oral à l'enseignante ce qu'il avait fait sur papier pour réaliser l'étape c, avant d'en proposer à Lu une formulation à écrire. Ce que propose Hug, pour décrire l'action de report de longueur sur la perpendiculaire (MP_M) afin de placer le point M', varie suivant qu'il s'exprime à l'oral ou en vue d'un écrit. Dans sa description à l'enseignante de cette étape qu'il vient de réaliser dans l'environnement papier-crayon, il utilise un langage technique géométrique lacunaire, que complète l'acte de positionnement de l'équerre (qu'il ne verbalise pas) et qu'accompagnent des gestes déictiques (pointage ou parcours des objets géométriques mentionnés et pointage du lieu où se trouve M') :

132. Hug : On a regardé combien, *place son équerre,* de la droite (d) *// Il parcourt la droite,*
ça faisait par M // *Il pointe le point M,* on a trouvé 2 cm,
on a reporté là // *Il pointe M'* et puis voilà.

Dans la proposition de formulation écrite qu'il dicte à Lu, Hug énonce le « report d'un point » en parlant tantôt de M' tantôt de M, à la place d'un report de la longueur de [MP_M] ou d'un report de la distance du point M à la droite (d). Il laisse implicite aussi la droite sur laquelle s'effectue ce report et le point de départ :

140. Hug : [...] puis on a reporté M' à la distance
// Lu : Attends !
Hug : Oui j'te l'dis comme ça après tu [inaudible]. On a reporté M ... à 2 cm ... de (d) // Lu *écrit*

Dans l'instruction qu'il donne à Lu pour la construction avec GeoGebra, juste après la rédaction du texte écrit concernant la construction dans l'environnement papier-crayon, Hug décrit ce qu'il faut obtenir, en se référant à la construction réalisée sur papier et en prenant aussi en compte le changement d'environnement de travail :

169. Lu *clique sur (d) et la perpendiculaire à (d) passant par M s'affiche à l'écran.* Voilà. Après ?
170. Hug : ... Euh, et à 2 cm, essaye de mettre un point, nouveau point.
171. Lu : Non, attends, faut faire quoi à 2 cm ?

Est implicite le fait que le point à placer doit être sur la droite perpendiculaire à (d) qui vient de s'afficher à l'écran, et dans le demi-plan limité par (d) et qui ne contient pas M ; est implicite aussi l'objet géométrique (la droite (d) ou le point P_M) par rapport auquel il faut placer un point à 2 cm. Par ailleurs, Hug suppose que la distance du point M à la droite (d) est la même que celle qu'il a mesurée sur le papier. Cette supposition est favorisée par le fait que l'orientation de la droite (d) sur le support, la position relative du point M par rapport à la droite (d), et même la couleur des objets, sont identiques sur le papier et à l'écran. La figure sur papier provient en effet d'une impression couleur de cette figure produite avec GeoGebra. Elle peut cependant avoir été quelque peu agrandie ou réduite. Hug n'envisage pas cette possibilité, ni d'ailleurs celle de l'erreur de mesure qu'il a faite avec l'équerre en mesurant la longueur du segment [MP_M]. D'autre part, Hug n'énonce pas les outils et objets à sélectionner pour aboutir au placement du point M', comme il l'avait fait pour le tracé de la perpendiculaire. Il demande à Lu d'« essayer de mettre un point », en précisant « nouveau point », peut-être pour suggérer l'utilisation de cet outil. La mention de la longueur « 2 centimètres » conduit Lu à choisir l'outil « Distance ou longueur », sans qu'il ait compris toutefois l'intention de Hug :

171. Lu : Non, attends, faut faire quoi à 2 cm ?
174. Lu : Attends là faut faire distance ou longueur. *Il clique sur l'icône « Distance ou longueur »* C'est où qu'il faut l'mettre le, que t'as dit ?

Ensuite, Hug pointe les objets géométriques à sélectionner (le point M, la droite (d)) en les mentionnant, Lu les sélectionne et la distance entre le point M et la droite (d) s'affiche alors sous la forme « Ma = 2 ». Le hasard fait que cela correspond à ce que Hug avait annoncé, ce résultat ne le surprend donc pas. Il réagit ensuite à propos de la construction refaite par Sam (suite à la fermeture du fichier sans sauvegarde qu'il avait faite), alors que l'affichage de cette distance est donné avec une précision à deux décimales (192. Hug : « Deux centimètres trente cinq, oh, ça c'est embêtant. »)

L'enseignante annonce le moment de ranger si bien que Lu ne se préoccupe plus de la construction, il veut ranger son ordinateur, tandis que Sam cherche à la terminer avec Hug.

Sam verbalise le premier affichage (176. Sam : « Bon, vous savez qu'ça fait deux centimètres »), tout en prenant l'ordinateur pour poursuivre la construction. Sam place le point M' suite à un report de longueur fait avec sa main : il met son pouce sur le point M et l'index sur P_M et décale sa main en conservant cet écart pour placer son pouce sur P_M (Photo ci-contre).

Le « petit indice », donné par l'enseignante aux trois élèves de façon anticipée et destiné à leur suggérer l'outil à utiliser pour le report de longueur, ne reste donc qu'une tentative d'aide technico-figurale. L'enseignante les avait en effet conduits, avant qu'ils ne commencent leur construction, à penser aussi au compas, comme instrument permettant le report de longueur dans l'environnement papier-crayon :

155. P : Si t'as pas le droit à la règle, pas le droit à l'équerre, comment est-ce que tu vas retrouver une distance égale ?
156. Hug : On peut pas
157. P : On peut pas ? Y'a pas un instrument qui nous
158. Sam : En fait, si elle nous le demande, c'est qu'on peut, *il montre le compas*
159. Hug : Grâce à un compas

Épisode 2

L'enseignante apporte cette même aide individuelle à Sam et à Lu lors de la séance suivante, quatre jours plus tard. La mention du compas, qui permet de faire des reports de distances dans l'environnement papier-crayon, ne suffit toujours pas à aider Sam à utiliser l'outil « cercle » de GeoGebra. Il utilise, comme il l'avait déjà fait, le déplacement de l'écart pouce-index de sa main pour placer le point M' comme nouveau point sur la perpendiculaire qu'il a tracée. Cette technique est en lien avec ce qu'il pourrait faire avec un compas s'il imagine ses deux doigts représenter les deux branches du compas. L'enseignante l'amène à faire le lien entre le compas et le cercle. Cette indication de l'outil à utiliser constitue une aide technico-figurale pour Sam qui se montre alors capable de construire le point M' avec l'outil « Cercle (centre - point) » de façon autonome pour obtenir une construction valide.
De même que Sam lors de sa construction en autonomie avec GeoGebra, Lu tente de mettre en œuvre la technique de construction qu'il avait démarrée lors de l'épisode 1. L'énoncé des mots clés « la même longueur », suscité par l'enseignante, conduit en effet Lu à choisir de nouveau l'outil « Distance ou longueur ». L'enseignante l'amène par un questionnement à

faire le lien entre l'instrument matériel « compas » et l'outil numérique « cercle », cependant, contrairement à Sam, Lu ne fait aucun lien entre l'utilisation de cet outil et la propriété d'égalité de longueurs. Il propose de prendre comme centre de ce cercle les deux objets géométriques présents (le point M, puis la droite (d)), si bien que l'enseignante, qui invalide ses réponses, lui indique, par un geste déictique de pointage à l'écran, le point à sélectionner comme centre du cercle. Cela constitue une aide technico-figurale forte. L'enseignante le laisse alors terminer seul la construction.

Lu crée le point d'intersection des deux droites dont l'étiquette A s'affiche, puis il trace un cercle de centre A sans chercher à le faire passer par le point M. Il situe alors le point M' sur la droite (AM) sans se préoccuper du cercle mais en faisant seulement en sorte qu'il soit sur la perpendiculaire à (d) passant par le point M et de « l'autre côté de la droite (d) » (Image n°17).

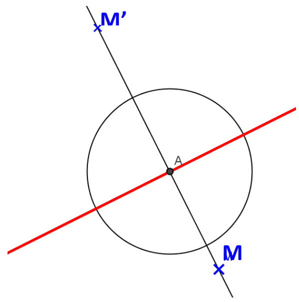


Image n°17

Analyse des difficultés

Ces difficultés rencontrées par les trois élèves pour trouver une technique de report de longueur ne sont pas spécifiques à la dyspraxie, elles sont communes aux élèves de fin d'école primaire - début de collège, ainsi que cela apparaît dans des travaux relatifs à l'usage des instruments de géométrie (Offre, Perrin-Glorian et Verbaere, 2006 ; Perrin-Glorian et Godin, 2014) :

- les reports de longueur en passant par la mesure, et donc par les nombres, contribuent à l'amalgame des concepts de segment, longueur et mesure ;
- les élèves ne recourent pas spontanément au compas pour faire des reports de longueur, ils le considèrent avant tout comme un instrument de tracé de cercles, et cela encore en sixième ;
- en fin de CM2, les élèves ne réalisent pas nécessairement que l'écartement des branches du compas correspond à une longueur non matérialisée, qui est la distance entre la mine et la pointe, et ils ne considèrent pas le cercle comme un ensemble de points équidistants de son centre.

Nous avons pu constater de telles difficultés aussi en sixième, dans une activité qui consistait à placer le plus possible de points à la même distance AB d'un point A, A et B étant donnés, avec le logiciel GeoGebra. Nous avons déjà évoqué cette activité (chapitre 4, III. A. 2) proposée au premier trimestre de la sixième à trois classes : celle de Lu, Sam et Hug, ainsi que deux classes ordinaires incluant des élèves dyspraxiques. Pour répondre au problème posé, aucun des cinq binômes d'élèves de la classe de Sam, Hug et Lu n'avait fait de cercle. Ils ont en effet placé des points un à un, utilisé l'outil « Distance ou longueur » et à plus ou moins long terme déplacé chacun des points jusqu'à obtenir l'affichage correspondant à la mesure de AB. Sam et Hug ont placé ainsi douze points et découvert seulement avec l'aide de l'enseignante que les points se trouvaient sur un cercle :

> Hug : Ça ressemble euh à un cercle // *il trace un cercle avec son doigt*, mais pas exactement.
> Sam : Pas exactement un cercle
> P_1 : Vous pouvez vérifier ! Comment tu peux vérifier ?
> Hug : *trace le cercle de centre A passant par B.* Ben si ! Ça fait un cercle quand même !

Lu pour sa part, après une mauvaise interprétation de la consigne, avait placé cinq points, en les reliant à chaque fois au point A par un segment, sans faire ensuite aucun constat. Sur les

deux classes de sixième ordinaire, nous avons retrouvé des techniques analogues à celle utilisée par Sam et Hug, de même que des erreurs analogues à celle de Lu. Seuls 5 binômes d'élèves sur 29 ont commencé par tracer un cercle avant de placer des points dessus, montrant ainsi le lien qu'ils faisaient entre le cercle et la distance entre deux points et seul un élève dyspraxique sur les trois observés semble avoir pensé à faire un cercle : « J'ai pensé à faire un cercle de centre A qui s'arrêtait au point B, et ensuite, sur toute la longueur du cercle, ben on mettait plein de points. Ils étaient dans le rayon de A et vu que c'est toujours la même distance. » Cependant, cet élève n'a pas pour autant su réinvestir cette propriété du cercle pour construire un triangle équilatéral avec GeoGebra.
Cette dernière activité, tout comme les difficultés de Sam et de Lu pour réaliser l'*étape c* lors de l'épisode 2, montrent donc que l'utilisation de l'outil « cercle (centre - point) » de GeoGebra est loin d'être spontanée pour les élèves et que les relations entre compas, report de longueur et cercle, sont loin d'être évidentes, encore en sixième.

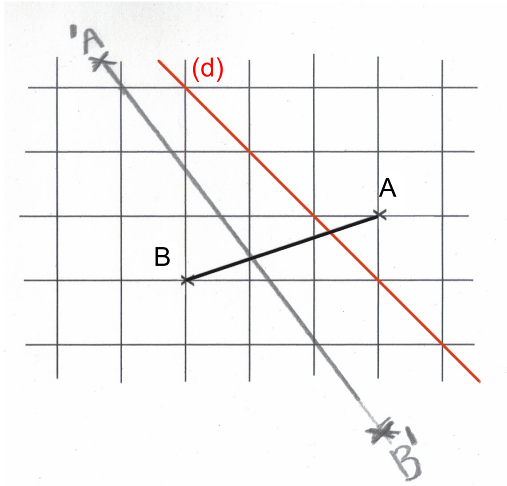
Des difficultés sont apparues à différents niveaux pour les trois élèves Hug, Sam et Lu lorsqu'il leur a fallu faire un report de longueur avec le logiciel. La technique de report de longueur employée par Hug dans l'environnement papier-crayon ne constitue pas une aide pour trouver comment effectuer ce report avec le logiciel GeoGebra. Hug avait en effet utilisé la mesure avec les graduations de l'équerre, seul instrument en possession du groupe, mais cette technique n'est pas transposable avec le logiciel, sauf à travailler dans une finalité graphique, avec le déplacement d'un point M' sur la perpendiculaire à (d) passant par M jusqu'à ce que l'affichage de la distance entre (d) et M' convienne. Les interventions de Hug dans l'épisode 1 montrent qu'il ne voit pas d'autres moyens de faire le report de longueur que de passer par la mesure. Une raison de cette difficulté peut donc être liée à un enseignement où longueur et mesure de segments sont toujours associées, avec l'utilisation d'une règle (ou équerre) graduée pour faire des reports ou des comparaisons de longueurs. Ce passage par un nombre est d'ailleurs source d'erreurs et d'incompréhension pour Hug lorsqu'il conserve le résultat de sa mesure obtenue sur papier pour donner la distance entre le point M et la droite (d) avec le logiciel.

Les difficultés de Sam à trouver l'outil de GeoGebra permettant de faire un report de longueur sont liées dans son cas à une absence de connaissance géométrique, non visible dans l'environnement papier-crayon parce que non nécessaire pour la réussite de la construction, mais qui devient indispensable avec le logiciel. Pour Sam en effet, le déplacement de l'écart pouce-index de sa main est l'analogue d'un report de longueur au compas ; cependant, il n'associe pas à cette utilisation du compas le tracé de l'arc de cercle qu'il pourrait produire dans l'environnement papier-crayon. En témoigne sa réponse à la demande de nommer un des traits de construction du triangle équilatéral qu'il venait de tracer au compas sur papier, au cours de la séance de prise en main du logiciel GeoGebra en début d'année : « Ah ben ça, je ne sais pas. Je ne me suis jamais demandé ! » Il est donc d'autant moins évident pour lui d'associer le concept de cercle à la technique de report de longueur au compas comme le souhaitait l'enseignante à travers l'aide apportée. La construction réalisée par Sam ensuite avec l'indication d'utiliser un cercle montre qu'il est capable d'utiliser le lien entre cercle et distance, tandis que celle de Lu met en évidence une absence de connaissance à ce propos à la fin de l'épisode 2.

2. Construction du symétrique d'un segment par rapport à une droite

La sixième séance de la séquence sur la symétrie axiale fait suite à deux séances d'exercices réalisés dans l'environnement papier-crayon. Elle a lieu une semaine après le deuxième épisode que nous venons d'étudier.

Elle démarre par une phase collective de construction du symétrique d'un segment [AB] par rapport à une droite (d) qui coupe le segment, avec le logiciel GeoGebra, en correction à un exercice semblable réalisé sur quadrillage, dans l'environnement papier-crayon. Lu n'a pas réussi cette construction. Sa production ci-contre laisse supposer qu'il a construit le segment [A'B'] en lui donnant une direction à peu près parallèle à celle de (d). Il ne met ainsi en œuvre au jugé aucune des propriétés de la symétrie, ni la technique de construction qui aurait consister à placer les symétriques des points A et B par rapport à la droite (d) avant de pouvoir tracer le segment symétrique [A'B'].



Lors de la correction, l'enseignante, qui n'est plus l'enseignante remplaçante mais le professeur de mathématiques de la classe, guide les élèves dans leurs propositions d'instructions pour réaliser la construction, elle manipule l'ordinateur et l'écran est projeté sur le Tableau Blanc Interactif. Pour la construction du symétrique du point A, une fois la perpendiculaire tracée, Lu propose de placer le point A' en procédant de la façon suivante :

Lu : Faut regarder la distance entre A // *il pointe dans l'air depuis sa place en direction du tableau*
et la droite (d) // *il parcourt dans l'air*
et faire la même distance euh, l'autre côté // *il pointe dans l'air*

Lu se place ainsi dans une visée sémiotique en donnant la propriété d'égalité des distances entre l'axe de symétrie (d) et chacun des points A et A'. Par sa précision de « l'autre côté », il évoque également le fait que A' se situe du côté de la droite (d) où n'est pas le point A. L'enseignante conduit les élèves à proposer l'utilisation de l'outil « Cercle (centre - point) » grâce à l'évocation d'une construction analogue dans l'environnement papier-crayon avec le compas. Le point A' est alors construit avec l'outil « Cercle (centre - point) ». Une construction analogue pour le point B' est réalisée ensuite, à l'aide d'interventions de différents élèves, guidés par l'enseignante qui suit leurs instructions, quand elles conviennent, en manipulant l'ordinateur.

Suite à cette construction sur GeoGebra, les élèves font un autre exercice tandis que Lu refait la construction qui vient d'être présentée, sur son ordinateur portable (épisode 3). Lu utilise bien l'outil « Perpendiculaire » pour réaliser l'*étape at_p*, en revanche, la présentation de la construction avec GeoGebra ne permet pas de faire évoluer sa technique pour l'étape suivante : il n'utilise pas de cercle lorsqu'il refait la construction des points A' et B'. Comme dans toutes ses constructions réalisées jusque-là avec GeoGebra, il place le point symétrique au jugé sur la droite perpendiculaire, là où spatialement il le situe. Il se place ainsi dans une finalité graphique pour obtenir l'égalité des longueurs MP_M et P_MM', en s'appuyant seulement sur un contrôle visuel. Celui-ci est loin d'être fiable pour lui permettre au moins de réussir ses constructions dans une finalité graphique, vu ses troubles visuo-spatiaux. L'enseignante s'aperçoit de sa technique non valide alors qu'il s'apprête à placer le point B' :

312. P_1 : Voilà, et après ?
313. Lu : Le symétrique
314. P_1 : Non pas symétrique, après, on fait le cercle.
315. Lu : Cercle, ben non faut faire, oh j'l'ai même pas fait là !
316. P_1 : Mais c'est pas gra ..., mais si, tu l'as effacé après sans doute
317. Lu : Non

Cette non utilisation du cercle peut aussi être renforcée par le fait que les deux cercles n'apparaissent plus à l'écran dans la construction réalisée collectivement : l'enseignante les a cachés en expliquant que cela apportait plus de lisibilité. Elle suppose donc naturellement cette action réalisée par Lu en observant son écran, car elle avait recommandé ces actions périphériques aux élèves, leur apportant ainsi une aide organisationnelle élaborée :

> P_1 : Vous pouvez les enlever en décochant l'objet à chaque fois, vous pouvez déplacer les étiquettes hein, que ce soit plus lisible, hein donc ça fait des petites choses en plus auxquelles il faut penser.

L'enseignante apporte de l'aide à Lu alors qu'il a déjà, en consultant deux fois le fichier de la construction qui vient d'être produite collectivement (aide graphique), tracé la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A, créé le point d'intersection de cette droite avec la droite (d) et affiché son étiquette « C », placé sur (CA) un nouveau point au jugé, renommé ce point A', tracé la perpendiculaire à (d) passant par le point B, créé le point d'intersection de cette droite avec la droite (d) et affiché son étiquette « D ». Lu a également changé le style, la taille et la couleur du point A' et déplacé les étiquettes de C et de A' (Image n°18).

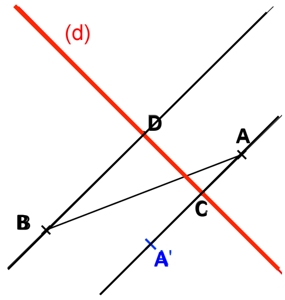


Image n°18

Pour commencer, l'enseignante apporte à Lu une aide forte, à la fois géométrique et technico-figurale, dans une instruction relative au tracé de cercle. Aide géométrique parce qu'elle donne l'objet géométrique à construire avec ses éléments caractéristiques. Elle le formule dans un langage géométrique en remplaçant la formulation du nom du centre du cercle par un geste déictique de pointage de ce point (318. P_1 : « Alors, le cercle de centre, *elle pointe le point C sur l'écran » ;* 320. P_1 : « et qui passe par A »). L'aide est technico-figurale pour différentes raisons. Comme les noms des objets géométriques mentionnés font partie du nom de l'outil de GeoGebra à sélectionner « Cercle (centre - point) », cela permet, comme le geste déictique de pointage de l'enseignante sur l'icône du cercle, d'orienter Lu sur le choix de l'outil à utiliser. Ce geste constitue également une aide organisationnelle pour Lu en lui permettant de trouver tout de suite dans la barre d'outils l'icône qui convient. Lu sélectionne les objets au fur et à mesure des instructions qui lui sont données. Le geste déictique de pointage sur le centre du cercle, se substituant à la formulation orale de son nom, aide Lu à le localiser, tandis que le seul énoncé verbal du point A s'avère insuffisant : il sélectionne en effet le point A' pensant qu'il s'agit du point A. L'enseignante lui apporte une aide technique à finalité graphique par une rétroaction verbale signalant cette erreur, en lui décrivant ce qu'a produit son action à l'écran :

> 322. P_1 : Non, là, tu l'as fait passer par A'.
> 323. Lu : Ben si, là // *il met le pointeur sur A'.*
> 324. P_1 : Non, ça, c'est A' // *elle pointe A' sur l'écran.*
> 325. Lu : Oh, mince !
> 326. P_1 : A' qui est faux.

L'enseignante sait que le point A' a été placé par Lu au jugé et qu'il ne convient donc pas dans la finalité géométrique attendue pour la construction. Le point A, situé à l'intérieur du cercle de centre C passant par A' que vient de tracer Lu, met en évidence le fait que le positionnement du point A' ne convient pas non plus dans une finalité graphique. L'enseignante signale à Lu que son point A'« est faux » sans lui fournir d'explications à ce sujet. Elle lui apporte seulement une aide organisationnelle faible en lui demandant la réalisation d'une action périphérique, à savoir celle d'effacer ce point A' erroné. Elle le conseille pour qu'il y parvienne de façon efficace : alors que Lu utilise la flèche qui annule successivement les dernières actions, elle lui suggère d'effacer directement le point, pour éviter d'effacer ce qui était correct (326. P_1 : « Va chercher A' et efface-le » ; 328. P_1 : « Non, non, n'efface pas tout, y'a des trucs bien après »). Lu traduit bien cette demande, il ne manifeste aucune difficulté manipulatoire : il utilise la flèche pour rétablir les dernières actions, puis amène le pointeur sur le point A', effectue un clic droit et sélectionne « effacer » dans le menu déroulant.

Lu trace ensuite sans erreur le cercle de centre C passant par A, que l'enseignante valide (332. P_1 : « Voilà »), et celui de centre D passant par B. L'enseignante va voir un autre élève tandis que Lu ne sait comment poursuivre, il l'exprime verbalement (335. Lu : « Après je fais quoi ? »), il parcourt les icônes avec le pointeur en attendant que l'enseignante revienne. Il semble ainsi toujours ne pas connaître le but final de ses tracés de cercle.

Il ne réussit pas à localiser le point A' de façon autonome. La figure à l'écran est complexe et des tracés inutiles pour déterminer le point A' sont présents : le cercle de centre D passant par B (le grand cercle) et la perpendiculaire à (d) passant par le point B. La figure à l'écran est présentée ci-contre (Image n°19) : nous y avons ajouté les points d'intersection A'1 et A'2 du grand cercle avec la droite (AC), ainsi que le point A'. Ces points ne sont pas créés au moment où Lu cherche à placer le symétrique du point A.

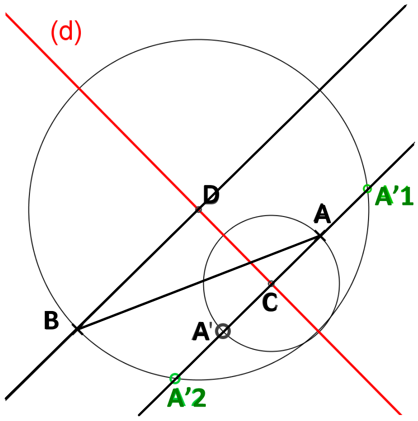
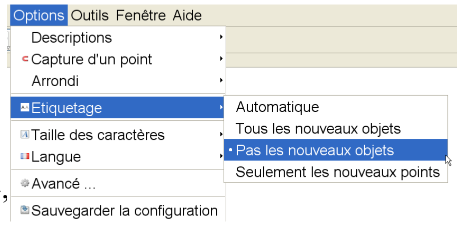


Image n°19

Lu, avec la flèche du pointeur, soumet à la validation de l'enseignante comme localisation du symétrique de A successivement le point A'1, le point A'2 et pour finir le point A'. Pour le conduire à trouver A', l'enseignante lui a apporté une aide technico-figurale : ses désignations orales du point cherché (337. P_1 : « le point A' » ; 339. P_1 : « le symétrique de A ») s'avèrent insuffisantes et c'est un geste déictique de parcours du cercle à considérer accompagné de sa désignation orale (341. P_1 : « Non, c'était avec le petit cercle ») qui permet à Lu de repérer le point A' cherché.
L'enseignante continue à guider Lu dans ses actions pour la création du point A'. Elle lui nomme et pointe à l'écran l'icône de l'outil « Point d'intersection » à sélectionner. Simultanément à la mention de la droite, Lu s'apprête à sélectionner le point A'2 et finalement sélectionne le grand cercle et la droite (CA), cette dernière lui étant pointée par l'enseignante. Les troubles perceptifs de Lu ne lui permettent pas de retrouver le point A' qu'il avait au préalable repéré. L'enseignante invalide l'action de Lu et renouvelle son aide technico-figurale en nommant les objets géométriques à sélectionner et en accompagnant ses formulations de gestes déictiques (geste de parcours pour le « petit cercle » et geste de pointage pour la « droite »). Ces gestes déictiques, permettant de repérer les objets graphiques à l'écran, constituent une aide technique à finalité graphique. Lu effectue la sélection au fur et à mesure des instructions. Elle lui demande enfin d'appeler le point (354. P_1 : « Voilà, tu l'appelles A' »). Pour toutes ces actions réalisées pour obtenir le point A', Lu n'éprouve aucune difficulté manipulatoire : il connaît et effectue rapidement les commandes avec la souris et avec le pointeur pour sélectionner les objets et pour renommer le point. Il

prend aussi l'initiative d'actions périphériques, en effaçant par lui-même le point d'intersection qui ne convient pas, en déplaçant le texte de l'énoncé, en déplaçant l'étiquette « A » et en décochant l'étiquette « E », sur laquelle « A » était superposée, pour plus de lisibilité de la figure. Il s'étonne de l'apparition de l'affichage « E » et interroge l'enseignante à ce propos :

355. Lu : Pourquoi ça a mis un « E » ?
// *Il décoche « Afficher l'étiquette ».*



356. P_1 : Parce que je te l'ai dit, fallait euh, il faut que tu enlèves euh, option // *elle pointe sur l'écran*, pourtant j'croyais l'avoir fait, dans « option », tu enlèves euh, « nommer des points »
357. *Lu clique sur « option »*
358. P_1 *pointe « Etiquetage » sur le menu déroulant*
// « étiquetage des points », et tu mets « pas les nouveaux pou », « pas les nouveaux objets » // *elle pointe.*
359. *Lu suit les instructions* // P_1 : « Etiquetage », « pas les nouveaux objets ».
360. P_1 : Voilà

En réponse à la demande d'explications de Lu, l'enseignante pourrait lui apporter une aide à la fois géométrique et technico-figurale, en lui précisant que le petit cercle et la droite (CA) ont deux points d'intersection, et que l'outil « Intersection entre deux objets » crée tous les points d'intersection des objets sélectionnés. Une allusion avait été faite à cela dans la phase collective précédente avec l'explication par un élève de l'apparition d'un nouveau point au même endroit que A : « parce qu'on a fait intersection entre deux objets ». L'enseignante ne renouvelle pas cette aide, elle choisit plutôt d'apporter à Lu une aide organisationnelle : elle le guide pas à pas dans le chemin à suivre parmi les menus déroulants pour décocher l'étiquetage des nouveaux points, afin d'éviter par la suite cette superposition d'étiquettes.
L'activité est interrompue par un problème de batterie déchargée. L'enseignante rappelle à Lu qu'il doit anticiper cela (364. P_1 : « Ecoute euh, Lu, tu sais bien que tu dois mettre ta batterie ! ») Tentative d'aide organisationnelle pour les séances à venir ?
5 min 30 se sont écoulées depuis le début de la construction. L'enseignante va auprès d'autres élèves, puis démarre la correction de l'exercice sur lequel le reste de la classe travaillait pendant qu'elle aidait Lu. Après avoir branché son ordinateur, Lu attend sans savoir que faire, puis au bout de deux minutes, place de façon autonome le point B' au bon endroit et cache les deux cercles.

C. Bilan

1. Activité des élèves et aides apportées

Hug

Le premier épisode de construction avec le logiciel GeoGebra fait suite à la même construction réalisée dans l'environnement papier-crayon avec une équerre graduée et à la rédaction de la technique de construction utilisée. Avant cette rédaction, l'enseignante apporte une aide géométrique à Hug en l'amenant à passer de la mention d'un angle droit à celle de la droite perpendiculaire à (d) passant par M. Hug fait preuve alors de connaissances techniques en se montrant capable de donner des instructions à Lu pour cette première étape de construction avec le logiciel. En revanche ensuite, il ne se montre pas capable de mettre en œuvre le report de longueur, qu'il sait devoir effectuer, avec les outils de GeoGebra : l'évocation du compas comme instrument de report de longueur n'est que tentative d'aide technico-figurale de l'enseignante car pour Hug, longueur et mesure semblent indissociables.

Il semble cependant que les difficultés rencontrées par Hug ne soient pas spécifiques de la dyspraxie : elles sont liées à un manque de connaissances sur le concept de longueur et sur la relation entre « conservation de distance » et « cercle » qui doit nécessairement être faite pour réussir le report de longueur avec le logiciel GeoGebra.

Sam

Sam ne s'implique pas dans le travail de rédaction de la technique de construction mise en œuvre avec l'équerre, ni au départ dans la construction réalisée avec le logiciel (épisode 1). Il intervient pour apporter de l'aide à Lu et Hug alors qu'ils sont arrêtés par le problème de report de longueur, en prenant les commandes de l'ordinateur. Une fausse manipulation lui fait perdre le tracé de la perpendiculaire à (d) passant par M faite par Lu d'après les instructions de Hug, il le refait, recevant une aide technico-figurale de Lu sur l'outil « Perpendiculaire » à utiliser, pour corriger son choix incorrect de « Droite passant par deux points ». Il réinvestit bien cette technique dans l'épisode 2. Concernant le report de longueur, Sam n'utilise pas spontanément le tracé d'un cercle et la seule évocation du compas, aide technico-figurale apportée par l'enseignante, n'est pas non plus suffisante pour qu'il mettre en œuvre une technique valide dans une finalité géométrique : il utilise la conservation de l'écart pouce-index de sa main. Par contre la mention de l'objet géométrique « Cercle », aide à la fois technico-figurale et géométrique de la part de l'enseignante dans l'épisode 2, permet d'aboutir au tracé voulu et manifeste la relation que Sam est capable de faire entre le cercle et la distance entre deux points. Les difficultés rencontrées par Sam ne sont pas spécifiques de la dyspraxie.

Lu

Dans les trois épisodes étudiés, Lu fait preuve d'une bonne maîtrise des commandes du logiciel GeoGebra utiles à la construction et aussi celles d'actions périphériques qui favorisent pour lui la lisibilité de ce qui s'affiche à l'écran (agrandissement de la taille des caractères, changement de couleur et de style des objets graphique, déplacement d'étiquettes), il utilise sans problème le pavé tactile de son ordinateur portable et n'éprouve pas le besoin d'aides manipulatoires.
Des aides organisationnelles ont été apportées par l'enseignante, certaines adressées à toute la classe et d'autres à Lu seulement, avec :

- des conseils sur la réalisation d'actions périphériques (cacher des traits de construction, déplacer des étiquettes, effacer ce qui est faux, nommer des points),
- des indications manipulatoires sur des actions périphériques (chemin à suivre dans différents menus déroulants pour enlever un étiquetage automatique des points),
- un pointage sur une icône cherchée, la formulation du chemin d'accès à un fichier accompagnée de gestes de pointage à l'écran,
- la formulation pas à pas des outils et objets à sélectionner.

Ces aides ne répondent pas spécifiquement à des difficultés liées à la dyspraxie, l'utilisation du logiciel étant relativement récente pour tous les élèves. Par contre, la nécessité de répétition des consignes de travail et d'accès au fichier à ouvrir, adressées individuellement à Lu, répondent à ses difficultés d'organisation récurrentes pour démarrer une activité.
Dans l'épisode 1, Lu se laisse guider verbalement sur les commandes du logiciel à utiliser, recevant de cette façon une aide technico-figurale forte de la part de Hug pour la première étape de tracé, qu'il ne cherche pas à prendre en charge. Cette aide n'a des effets qu'à court terme : il est capable de la retransmettre à Sam dans l'immédiat, mais se montre incapable de démarrer la même construction quatre jours plus tard tant que cette même aide forte ne lui a pas été redonnée. Le partage des tâches dans la dyade « Lu - Hug » ne semble donc pas avoir

d’intérêt pour permettre à Lu de mettre du sens à ce qui peut guider les actions qu’il réalise : il se cantonne à un rôle d’exécutant, qui l’empêche ensuite de réinvestir des connaissances géométriques, qu’il n’a visiblement pas identifiées.
L’aide géométrique par l’évocation d’un angle droit à obtenir dans l’épisode 2 est sans effet et met en évidence pour Lu l’absence de relations qu’il devrait faire entre les concepts d’angle droit et de perpendicularité. Sa mauvaise appropriation de ces concepts n’est pas liée à son handicap mais au savoir lui-même et à son enseignement.
Dans l’épisode 3, Lu réalise correctement la première étape de construction avec l’outil « perpendiculaire ». Des aides mathématiques fortes y contribuent :

- des aides technico-figurales avec l’observation de la réalisation de cette construction présentée et commentée par l’enseignante collectivement à la classe au tableau juste avant,
- une aide graphique avec l’accès au fichier où figure la construction qui vient d’être faite au tableau.

Les aides mathématiques fortes qui ont conduit Lu à la première étape de tracé se montrent inefficaces pour la deuxième étape. Ni l’évocation de l’instrument qui serait utilisé dans l’environnement papier-crayon (le compas) ni celle de l’objet géométrique qu’il permet de tracer (un cercle), ni le fait de savoir qu’il faut utiliser l’outil « Cercle (centre - point) » pour faire un report de longueur, ni même la construction montrée et expliquée collectivement par l’enseignante (aides géométriques et technico-figurales), ne font évoluer Lu vers une technique valide de construction. Il ne comprend pas ce qu’il peut faire d’un cercle dans l’épisode 2, ni la nécessité d’en tracer un dans l’épisode 3 : il met en jeu la conservation des longueurs en plaçant le point au jugé sur la droite perpendiculaire à (d) tracée lors de la première étape. L’aide graphique, par la consultation du fichier de la construction déjà réalisée, renforce cette façon de faire : les cercles sont cachés. D’un autre côté, les cercles visibles auraient compromis fortement son analyse visuelle de la figure.
Les actions de Lu, faites en autonomie, et l’inefficacité des aides apportées, mettent ainsi en évidence une connaissance géométrique non encore acquise par Lu sur la relation entre cercle et report de longueur. Ce manque de connaissance n’est pas spécifique à son handicap.
L’enseignante apporte donc, pour conduire Lu à terminer sa construction de façon correcte dans l’épisode 3, des aides technico-figurales fortes pour :

- le choix de l’outil à utiliser « Cercle (centre - point) », par un geste déictique de pointage sur l’icône de l’outil à sélectionner et la formulation du nom de l’outil,
- la sélection des objets géométriques à considérer par une désignation orale, renforcée par des gestes déictiques de parcours ou de pointage.

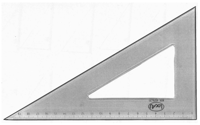
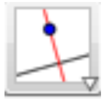
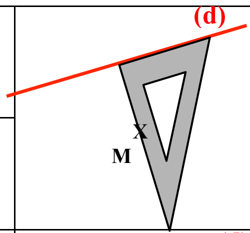
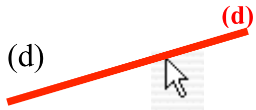
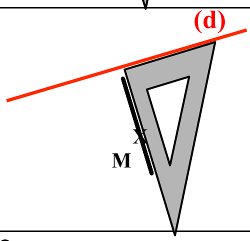
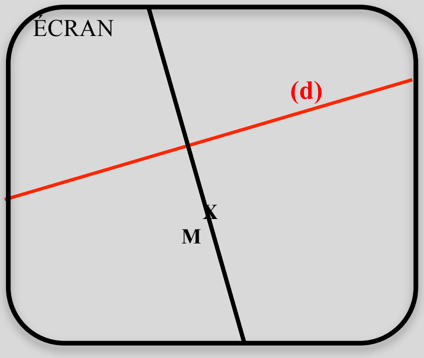
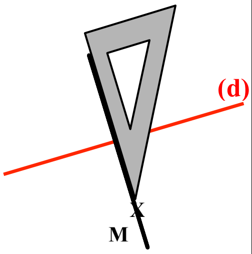
Les gestes de pointage se sont avérés indispensables pour Lu dans la dernière construction et ont constitué aussi une aide technique à finalité graphique : dans une figure complexe, Lu n’est pas toujours en mesure de sélectionner les objets qu’il souhaite et cela peut être attribué à ses troubles visuo-spatiaux.

2. Comparaison GeoGebra / Environnement papier-crayon

Nous comparons la réalisation de la construction du point M’, symétrique d’un point M par rapport à une droite (d) dans l’environnement numérique de GeoGebra, avec le même type de tâches réalisé dans l’environnement papier-crayon par la triade Sam, Lu et Hug et analysé dans le chapitre 7, I. Dans cette comparaison, nous identifions les difficultés rencontrées par l’un ou l’autre des trois élèves dans chacun des deux environnements, en distinguant celles qui peuvent être attribuées au handicap de celles communes à tout élève.
Dans un premier temps, nous comparons la construction de la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par M et dans un deuxième temps la construction du point M’ obtenu par un report de longueur.

Droite perpendiculaire à la droite (d) passant par M

Le tableau suivant met en vis-à-vis les différentes actions élémentaires conduisant au tracé de la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M, avec des instruments concrets (équerre, crayon et papier) et avec un ordinateur et l'outil « Perpendiculaire » dans l'environnement numérique de GeoGebra.

	Instruments concrets (Environnement Papier - crayon)		Outils du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra
	ÉTAPE N°1		
1	Prendre l'équerre		Cliquer sur l'icône « Perpendiculaire » 
2	Mettre un côté de l'angle droit de l'équerre le long de la droite (d)		Cliquer sur la droite (d) 
3	Et l'autre côté de l'angle droit sur le point M		Cliquer sur le point M 
4	Maintenir l'équerre		On obtient directement la droite voulue 
5	Prendre le crayon  Et tracer le long du côté de l'équerre où se situe le point M		
	ÉTAPE N°2		
6	Garder l'équerre		
7	Mettre l'équerre le long de la ligne tracée de part et d'autre de la droite (d)		
8	Maintenir l'équerre		
9	Et prolonger la ligne tracée du côté de la droite (d) où n'est pas le point M		

Difficultés liées au handicap

Le tracé de la perpendiculaire à (d) passant par M est réalisé en 69 secondes sur papier avec l'équerre et le crayon tandis qu'il est obtenu en 13 secondes avec l'outil « Perpendiculaire » de GeoGebra. Cette différence s'explique déjà par le nombre d'étapes et d'actions élémentaires plus important dans l'environnement papier-crayon que dans l'environnement numérique, et donc par des manipulations et une organisation des actions plus importantes : les sources de difficultés pour les élèves dyspraxiques sont ainsi plus conséquentes.
Des difficultés sont apparues à ce niveau pour Hug dans l'ajustement de l'équerre par rapport à la droite (d) et au point M, ainsi que dans son maintien pendant le tracé : l'angle obtenu a finalement manqué de précision et ce malgré le réajustement effectué par Sam. D'autres difficultés manipulatoires, organisationnelles, mais aussi perceptives ont surgi avec le premier placement de l'équerre. Ce dernier nécessite en effet la reconnaissance perceptive de la droite (d) et du point M, celle de l'angle droit de l'équerre, de ses côtés, ainsi que leur mise en relation avec la droite (d) et le point M. Dans la pratique, il est efficace (en économie de

gestes et de temps) de mettre d'abord un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) avec l'équerre placée dans le demi-plan de frontière (d) contenant le point M, puis de placer l'autre côté de l'angle droit sur le point M, tout en conservant la première contrainte. Or, Hug n'a pas procédé de cette façon : il a commencé par placer un côté de l'équerre sur le point M en l'orientant au jugé pour produire l'angle droit, utilisant ainsi l'équerre de façon incorrecte. Il réalise certes de cette façon une économie gestuelle, mais aussi une économie conceptuelle sur laquelle nous reviendrons. Une telle utilisation incorrecte de l'instrument idoine ne peut se produire avec le logiciel si, une fois l'outil « Perpendiculaire » sélectionné, la droite (d) et le point M sont bien repérés. Ces deux objets géométriques doivent être sélectionnés successivement, dans un ordre qui n'a pas d'importance et la droite perpendiculaire à (d) passant par M s'affiche alors immédiatement à l'écran. L'allègement des aspects manipulatoires, organisationnels et perceptifs pour ce tracé de perpendiculaire, dans l'environnement numérique par rapport à l'environnement papier-crayon, a donc des conséquences importantes sur la facilitation de la construction pour l'élève dyspraxique.
Par ailleurs, le temps de construction plus important dans l'environnement papier-crayon s'explique aussi par le manque d'anticipation de Hug sur le lieu du tracé pour prolonger la ligne obtenue lors de la première étape, une fois l'équerre bien positionnée. Sur papier, cette anticipation est indispensable si l'on ne veut pas avoir à faire plusieurs prolongements successifs : le trait qui représente la perpendiculaire doit être assez long pour que le symétrique du point M par rapport à (d) puisse être représenté dessus. En revanche, GeoGebra ne demande aucune anticipation : la représentation de la droite apparaît de façon immédiate et elle va jusqu'aux limites de l'écran, même suite à un déplacement du graphique.

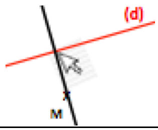
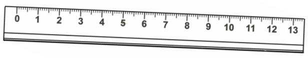
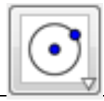
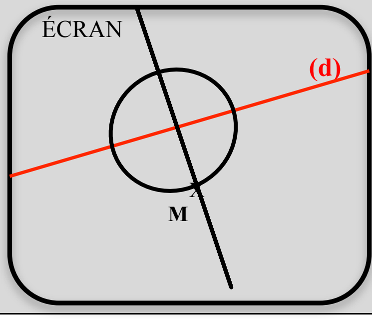
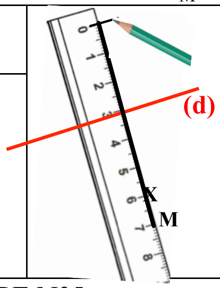
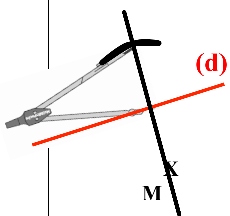
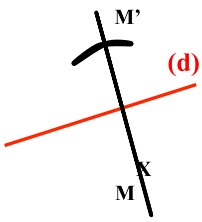
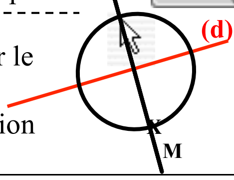
Difficultés communes à tout élève

Les difficultés exposées précédemment peuvent être attribuées, entièrement ou en partie, aux troubles praxiques et visuo-spatiaux des élèves. Nous présentons maintenant des erreurs et difficultés identifiées lors de la construction, mais non spécifiques à leur handicap.
Lorsque Hug cherche à produire un angle droit sur papier, son choix est bien orienté sur l'instrument à utiliser, l'équerre, qui constitue un gabarit pour en produire. Nous avons vu cependant que son premier placement de l'équerre reflétait, en plus d'une économie gestuelle, un souci d'économie conceptuelle, avec une seule propriété prise en compte de façon instrumentée (l'appartenance du point M à la droite à construire), l'autre étant prise en charge visuellement (la direction de la droite à construire). Ce même type d'économie conceptuelle est apparu avec GeoGebra lorsque Sam s'apprêtait à utiliser l'outil « Droite passant par deux points » au lieu de « Perpendiculaire » dans le même but d'obtenir un angle droit. Avec cet outil, il n'aurait pu prendre en compte de façon instrumentée que l'appartenance du point M à la droite à construire, tout comme Hug dans l'environnement papier-crayon. Les deux environnements occasionnent donc tous deux le même type d'erreur. Si l'enseignant n'a accès qu'aux productions des élèves sans les avoir vus construire, la fonction « drag » de GeoGebra lui permet de détecter cette erreur tandis que sur papier, il ne peut que déduire un positionnement incorrect de l'équerre et faire l'hypothèse d'un manque de connaissances techniques et/ou d'habiletés manipulatoires.
Par ailleurs, les échanges avec l'enseignante ont montré que Lu ne faisait pas de lien entre le concept d'angle de droit et celui de droites perpendiculaires. Si considérer le tracé d'un angle droit, et non celui d'une droite perpendiculaire à une autre, ne constitue pas un obstacle pour la construction sur papier, ce n'est plus le cas avec GeoGebra. En effet, l'angle droit ne peut être obtenu avec le logiciel qu'en passant par le tracé d'une droite perpendiculaire : cette connaissance est nécessaire pour choisir l'outil approprié « Perpendiculaire », que l'on s'appuie sur son nom ou sur la représentation symbolique figurant son icône. Les interventions de Lu dans les échanges avec l'enseignante, de même que ses difficultés à

réaliser de façon autonome la première étape de tracé avec GeoGebra, ont mis en évidence son manque de connaissance à ce propos.

Report de la longueur sur la perpendiculaire à (d) passant par M

Le tableau suivant met en vis-à-vis les différentes actions élémentaires conduisant à la construction du point M', symétrique de M par rapport à la droite (d), suite au tracé de la droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M, que nous venons d'étudier. Nous continuons à comparer le même type de tâches : l'un réalisé avec le logiciel GeoGebra, l'autre avec des instruments concrets. Nous considérons deux techniques de construction possibles avec ces derniers : l'une avec la règle graduée (ou l'équerre graduée utilisée dans sa fonction de mesure), parce qu'elle a été utilisée par la triade ; l'autre avec le compas, parce qu'elle a été évoquée dans les aides qui ont été apportées par l'enseignante.

	Instruments concrets (Environnement Papier - crayon) Règle graduée	Compas	**Outils du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra**
			ÉTAPE N°2
10	Le point d'intersection de la droite (d) avec la perpendiculaire à (d) passant par le point M existe par la construction précédente		Création du point P_M : Cliquer sur l'icône « Nouveau point », 
11			Puis sur le point d'intersection de la perpendiculaire avec la droite (d) 
	ÉTAPE N°3		
12	Prendre la règle graduée 	Prendre le compas 	Cliquer sur l'icône « Cercle (centre - point) » 
13	Placer les graduations sur (MP_M) avec le 0 sur P_M	Placer la pointe sur P_M	Cliquer sur le centre P_M
14		Et la mine sur M	Cliquer sur le point M
15	Repérer la graduation sur M	Pas de recours à la mesure	On obtient directement le cercle de centre P_M, passant par M 
	ÉTAPE N°4		
16	Placer cette graduation sur P_M	Tourner le compas d'un demi-tour	
17	Maintenir la règle 	Tracer un arc de cercle coupant la droite (MP_M) 	
18	Faire une marque sur (MP_M) au niveau de la graduation 0		
	ÉTAPE N°5	ÉTAPE N°4	
19	 Écrire M' 		Création du point M' avec « Nouveau point » 
20			Cliquer sur le point d'intersection 

Dans l’environnement papier-crayon, la technique de construction à la règle graduée nécessite une étape supplémentaire par rapport à celle au compas : il s’agit d’une étape de mesure. Une étape supplémentaire apparaît également avec le logiciel par rapport à l’environnement papier-crayon, du fait de la nécessité de créer le point d’intersection de la droite (d) avec la perpendiculaire tracée, pour pouvoir utiliser ce point comme centre du cercle dans la suite de la construction.

Difficultés liées au handicap

Le report de longueur a été réalisé par Hug à l’aide des graduations de son équerre. L’imprécision obtenue pour le placement du point M’ n’est cependant pas due à ses difficultés perceptives et manipulatoires qui se seraient manifestées par de mauvais ajustements des graduations sur la droite (MP_M) ou par des erreurs de lecture de ces graduations. Elle est due à un manque de connaissances techniques sur les schèmes d’utilisation de l’équerre graduée dans sa fonction de mesure : Hug n’a pas pris en compte le décalage de la graduation 0 par rapport au bord de l’équerre. Nous n’avons pas recueilli suffisamment d’observations à ce propos sur d’autres séances pour savoir si cette cause d’erreur est récurrente, malgré une correction qui aurait été faite par l’enseignante, auquel cas cette erreur pourrait être imputée aux difficultés de Hug à automatiser les actions élémentaires à accomplir pour mesurer un segment.
Des difficultés d’un autre ordre sont apparues pour Lu avec GeoGebra, lorsqu’il lui a fallu repérer les points d’intersection de la perpendiculaire avec le cercle, alors qu’il menait les constructions des symétriques de deux points A et B. L’affichage du cercle complet à l’écran, comparé à un tracé d’arc de cercle sur papier, lui rend en effet moins accessible l’analyse visuelle de la figure, vu ses troubles visuo-spatiaux.

Difficultés communes à tout élève

Les trois élèves ont rencontré des difficultés quant au report de longueur. Les difficultés de Lu sont indépendantes de l’environnement de travail : il ne prend pas en compte cette propriété de façon instrumentée, que ce soit sur papier ou avec GeoGebra. Hug n’a su en tenir compte, mise à part son erreur de mesure, que dans l’environnement papier-crayon : sa technique de report de longueur par la mesure avec l’équerre graduée ne lui a pas permis d’envisager une technique de report valide avec le logiciel. Des difficultés sont en effet apparues pour les élèves avec GeoGebra par rapport au choix de l’outil à utiliser. Cet outil « Cercle (centre-point) » est directement lié à l’objet géométrique à construire, un cercle, et donc à la propriété qui le caractérise comme ensemble de points équidistants de son centre. Les actions de Lu, même guidées de façon forte par l’enseignante, ont mis en évidence un manque de connaissance à ce propos.

III. Travail géométrique dans un environnement numérique : intérêts, obstacles et limites

A. Intérêts pour un élève dyspraxique

Apprendre la géométrie dans un environnement numérique présente différents intérêts compensatoires à des défaillances dans l’action instrumentée de l’élève dyspraxique, aux niveaux manipulatoire, perceptif et organisationnel.

Au niveau manipulatoire, les aptitudes motrices requises se limitent à un nombre réduit de mouvements corporels et à une grande simplification de ces mouvements. La variété de gestes de motricité fine ainsi que la coordination bi manuelle sollicitées dans l'environnement papier-crayon sont en effet remplacées par deux types de gestes :

- des gestes de pression - relâchement de touches du clavier de l'ordinateur et des boutons de la souris, avec des appuis plus ou moins longs, réalisés avec l'index,
- de courts déplacements d'une main tenant la souris sur la table ou d'un doigt sur le pavé tactile de l'ordinateur.

Ces seules actions motrices du sujet permettent d'activer les objets techniques numériques à l'écran, tandis que dans l'environnement papier-crayon, des actions motrices beaucoup plus complexes sont à mettre en œuvre pour manipuler les instruments. Par ailleurs, les tracés peuvent être réalisés plus rapidement que sur papier, facilement effacés et refaits si besoin, le résultat restant soigné.
Nous avons pu effectivement constater que les difficultés manipulatoires étaient moindres pour les élèves dyspraxiques observés : l'élève C avec les instruments virtuels de Mathenpoche, Lu et Sam avec les outils de GeoGebra.

Au niveau organisationnel, la planification des tâches à réaliser à l'écran est facilitée puisque les actions à effectuer sont nécessairement successives. Pour ce qui est des instruments de géométrie virtuels, ils ont l'avantage non seulement de pouvoir être placés de façon progressive dans la position souhaitée, mais aussi de rester fixes en l'absence de commande. Par ailleurs, les objets techniques sont rangés de façon organisée et toujours à la même place (dans la barre d'outils pour GeoGebra et sur une bande à gauche de l'écran pour Mathenpoche) : ils sont donc faciles à trouver. Cet aspect est loin d'être négligeable vu le temps important que les élèves observés ont consacré à des tâches périphériques de recherche ou d'apprêt d'instruments, au détriment d'une entrée dans l'activité géométrique.

Dans l'environnement numérique, l'espace perceptif que constitue l'écran est distinct de l'espace d'action motrice, ce qui fait qu'il n'est pas obstrué par les mains du sujet lors du déplacement ou de l'activation d'un instrument, comme cela peut l'être sur le papier où les deux espaces sont confondus. De plus, la verticalité de l'écran offre un confort dans le balayage visuel et la prise de repères, notamment lorsqu'il faut passer d'une lecture du tableau de la classe à celle de l'écran. La perception visuelle peut aussi être améliorée par des agrandissements de la fenêtre de travail.
Pour ce qui est du logiciel de géométrie dynamique, les objets graphiques peuvent être facilement agrandis, colorés, épaissis ou cachés, ce qui permet des tracés lisibles, et ce qui peut favoriser par exemple la focalisation du regard sur des éléments graphiques.

B. Nécessité d'un temps d'apprentissage

Un temps de prise en main des différents outils de l'environnement numérique est évidemment nécessaire. Le sujet doit connaître les différentes commandes qui lui seront utiles pour réaliser son activité géométrique et être capable de les exécuter. Il doit, par exemple, savoir que pour faire pivoter l'équerre virtuelle, il faut appuyer sur les flèches « gauche » ou « droite » du clavier, qu'appuyer en même temps sur « Majuscule » permet d'accélérer le mouvement, que l'équerre ne peut pivoter que si elle est posée. Il doit, par exemple encore, savoir que pour tracer un cercle de centre A passant par B avec un logiciel de géométrie dynamique, il faut sélectionner l'outil « Cercle (centre - point) » en amenant le pointeur sur l'icône de cet outil et en cliquant, puis sélectionner le point A puis le point B, en amenant le pointeur sur chacun de ces deux points et en cliquant.

Au-delà des différences liées aux commandes manipulatoires spécifiques à Mathenpoche ou à GeoGebra et à la façon de manipuler les instruments concrets, ce temps d'apprentissage est d'autant plus nécessaire que d'autres différences font que les schèmes d'usage ne sont pas transposables de l'environnement numérique, avec GeoGebra ou Mathenpoche, à l'environnement papier-crayon et vice et versa.

Environnement papier-crayon / Mathenpoche

Des contraintes, inexistantes dans l'environnement papier-crayon, sont à prendre en compte pour manipuler les instruments virtuels de Mathenpoche. En voici deux exemples :

- un instrument géométrique virtuel ne peut être déplacé à l'emplacement voulu s'il est saisi à un endroit qui doit sortir de la zone de travail, tandis que le lieu de prise d'un instrument concret est sans importance ;
- il n'est pas possible d'écarter les branches du compas virtuel en laissant fixe la mine et en déplaçant la pointe, ce qui l'est avec le compas concret.

Inversement, des contraintes n'existent que dans l'environnement papier-crayon, par exemple :

- il est nécessaire de maintenir la règle concrète, lors d'un tracé le long avec un crayon, pour qu'elle ne bouge pas, tandis que la règle virtuelle reste fixe en l'absence de commandes ;
- le positionnement de l'équerre doit être tel qu'elle puisse être maintenue par la main non dominante dans l'environnement papier-crayon pour permettre un tracé sans avoir les mains croisées ; cela ne peut se produire avec Mathenpoche, l'espace d'action motrice étant distinct de l'écran.

Des différences existent aussi au niveau des techniques de construction. Même si avec des instruments concrets (règle, équerre, compas, crayon) elles peuvent être proches de celles avec les instruments virtuels qui les imitent, elles ne sont pas exactement transposables d'un environnement à l'autre. Par exemple, dans une finalité géométrique, il est possible de tracer une droite parallèle à une droite donnée suite à un glissement d'une règle virtuelle placée au départ le long de la droite donnée, alors que cette technique n'est pas valide dans l'environnement papier-crayon où la conservation de l'orientation de la règle doit être contrôlée avec l'équerre.

Environnement papier-crayon / GeoGebra

Des contraintes, inexistantes dans l'environnement papier-crayon, sont à prendre en compte avec les outils de GeoGebra. En voici deux exemples :

- avec le logiciel, un point d'intersection n'existe que s'il a été créé : par exemple, en plus d'avoir tracé deux droites sécantes, il faut créer leur point d'intersection, alors que cette action n'a pas lieu d'être dans l'environnement papier-crayon ;
- avec le logiciel, il n'est pas possible de construire directement le deuxième côté d'un angle droit : il est nécessaire de construire d'abord sa droite support, alors que ce n'est pas le cas avec l'équerre.

Inversement, des contraintes n'existent que dans l'environnement papier-crayon, par exemple :

- le premier objet graphique tracé sur une feuille de papier doit être placé de telle sorte que l'ensemble des tracés à effectuer ne sorte pas de la feuille, tandis qu'avec un logiciel de géométrie dynamique, cela n'a pas d'importance car les tracés qui sortent de l'écran peuvent y être ramenés ;

- sur le papier, il peut être nécessaire de prolonger un trait droit qui représente une droite, alors que c'est inutile avec le logiciel de géométrie dynamique ;

Des différences existent aussi au niveau des objets graphiques. Par exemple pour tracer une droite ou un cercle, l'apparition de la trace graphique est progressive, elle suit le déplacement de la mine du crayon ou du compas avec les instruments concrets ou virtuels, tandis qu'elle apparaît de façon globale et instantanée avec les outils « Droite » ou « Cercle » d'un logiciel de géométrie dynamique et elle ne requiert aucune anticipation.

Des différences existent enfin au niveau des techniques de construction. En effet, avec le logiciel, la trace graphique d'un objet géométrique s'obtient à partir de la sélection de ses éléments caractéristiques : pour obtenir la parallèle à une droite passant par un point, il suffira de sélectionner l'outil « droite parallèle » en cliquant sur son icône, puis de cliquer sur la droite donnée et sur le point. Dans l'environnement papier-crayon, il n'est pas possible d'obtenir le tracé d'une droite parallèle à une droite donnée en une seule étape (on peut par exemple utiliser la propriété de double perpendicularité).
Par ailleurs, ce ne sont pas des instruments matériels qui sont manipulés avec le logiciel, mais des icônes et des termes écrits du langage géométrique : les propriétés ont ainsi moins de « matérialité ».

C. Obstacles

Sur le terrain, un travail dans un environnement numérique ne semble pas si aisé à mettre en place en milieu ordinaire.

Les quinze élèves dyspraxiques que nous avons observés en classe durant la période 2011-2013, en CM2 ou en sixième, possédaient tous un ordinateur portable, alloué par la Maison Départementale des Personnes Handicapées comme un des moyens de compensation de leur handicap. Sur ces quinze élèves, les cinq élèves de sixième de l'Établissement Régional d'Enseignement Adapté utilisaient parfois un logiciel de géométrie dynamique lors de séances de géométrie. Parmi les dix autres, tous inclus en classe ordinaire pour le cours de mathématiques (deux dans une même classe de CM2 et les huit autres répartis dans quatre classes dont deux avaient le même enseignant), neuf n'utilisaient pas l'ordinateur en géométrie, et le dernier ne l'utilisait que très peu.
Différentes raisons, exprimées par les professeurs de ces élèves, et confortées par l'expression d'autres enseignants lors de formations sur « Les troubles des apprentissages et leur prise en compte pédagogique », apportent quelques éclairages sur leurs réticences. Parmi les quatre enseignants des élèves observés, deux ne perçoivent pas l'importance des difficultés éprouvées par l'élève dyspraxique, élève parmi d'autres avec son handicap invisible, ses productions n'étant pas plus incorrectes que celles d'autres élèves de la classe, non soigneux ou trop pressés. Par ailleurs, les quatre enseignants évoquent des contraintes institutionnelles : la nécessité d'évaluer les compétences du socle commun, de respecter les programmes officiels, mais aussi de préparer leurs élèves aux évaluations nationales, où figurent des constructions instrumentées et où le manque de soin et de précision est pénalisé, que ce soit dans les évaluations nationales de CM2 ou dans les épreuves du Diplôme National du Brevet. Ainsi, ces enseignants se trouvent en porte-à-faux dans la conception de leurs évaluations par rapport aux exigibles des programmes officiels, ou par souci d'équité vis-à-vis des autres élèves. Ils sont aussi gênés parce qu'ils ne connaissent pas exactement les adaptations qui seront accordées à l'élève handicapé : ils choisissent donc de s'appuyer sur

l'hypothèse la plus défavorable concernant les aménagements d'examen pour éviter les mauvaises surprises ce jour-là.
Un seul des quatre enseignants s'est montré vraiment opposé à l'utilisation de logiciels de géométrie comme moyen de substitution à la construction avec des instruments matériels, par conviction de l'importance de la maîtrise d'un savoir-faire avec les instruments dans la vie courante, pour des tâches de bricolage par exemple. Cet enseignant estime que la classe de sixième offre une dernière occasion aux élèves d'acquérir ces compétences, y compris à l'élève dyspraxique. Les trois autres enseignants, non catégoriquement opposés à ce que l'élève dyspraxique utilise aussi des outils numériques en géométrie, ne l'intègrent pas pour autant dans leur pratique, en concevant des activités dans un environnement pour l'élève dyspraxique analogues à celles qu'ont les autres élèves dans l'environnement papier-crayon. Les obstacles qui apparaissent inévitablement conduisent les enseignants, tout autant que les élèves dyspraxiques, à l'abandon de cette idée. Il faut en effet nécessairement prendre en compte le fait que ce que font les autres élèves dans l'environnement papier-crayon n'est pas transférable tel quel à l'environnement numérique. Ensuite, le temps de prise en main du logiciel n'est pas à négliger et savoir qui a la charge d'accompagner l'élève dyspraxique dans cette prise en main n'est pas toujours clairement défini. Nous avons vu parfois cette tâche laissée à l'AVS ou à l'ergothérapeute dans des séances privées de rééducation ; cependant l'un et l'autre ne sont pas toujours à l'aise par rapport aux connaissances mathématiques en jeu et on peut se demander aussi s'il est pertinent de dissocier ces dernières de la prise en main du logiciel. En outre, l'élève ne peut évidemment pas retirer le bénéfice de l'allégement des tâches praxiques de façon immédiate. Il semblera au départ moins performant que s'il prenait ses instruments, ce qui peut le conduire à abandonner s'il n'est pas encouragé à persévérer. L'apprentissage à l'usage du logiciel en rééducation sera vain si le travail n'est pas réinvesti au fur et à mesure en classe. Cela ne pourra être si l'utilisation en classe est conditionnée par l'attente d'une efficacité immédiate.
D'autres obstacles peuvent encore surgir et contribuer à dissuader de l'utilisation de l'outil informatique, lorsque tel logiciel ne peut être installé sur l'ordinateur de l'élève, qui n'est pas sa propriété, sans de longues démarches administratives, lorsque tel ou tel dysfonctionnement informatique survient (incompatibilité de fichiers, lenteur de l'ordinateur, « bugs » divers, etc.) ou encore lorsque des problèmes matériels semblent insurmontables (manque de prise de courant, de rallonge, batterie déchargée, etc.). L'élève peut aussi trouver trop complexe l'organisation de son cours et de ses exercices si les figures doivent être séparées du texte. Un ultime obstacle, crucial, peut provenir de l'élève dyspraxique lui-même : il peut être réticent à utiliser en classe son ordinateur, peut-être parce qu'il est un signe de « l'élève différent ». Ce choix est encouragé par l'enseignant lorsqu'il privilégie la socialisation de l'élève plus que ses apprentissages et donc l'idée « de faire comme tout le monde pour être comme tout le monde ». Cela ressort aussi dans ce qu'exprime l'enseignante des élèves de sixième de l'Établissement Régional d'Enseignement Adapté, dans son mémoire professionnel 2CA - SH[40] : « Lorsque les concepts de base sont installés, il me semble utile de passer par cette phase de construction avec les outils géométriques, avant d'utiliser le logiciel de géométrie dynamique. Cette pratique permet à l'élève dyspraxique de conceptualiser la construction et d'être au plus proche de la réalisation d'un élève valide. Il ne faut pas oublier le désir fort de l'adolescente d'être au maximum comme les autres. »

[40] Le 2CA – SH est une Certification Complémentaire pour les enseignements Adaptés et la Scolarisation des élèves en situation de Handicap destinée aux enseignants du second degré.

D. Limites

La réduction de l'activité manuelle, obtenue par la simplification des mouvements sollicités dans la production d'objets graphiques dans un environnement numérique, présente un intérêt indéniable pour l'élève dyspraxique, qui, précisément à cause de son handicap, échoue dans la réalisation de ses actions corporelles. L'amoindrissement de son implication corporelle pourrait cependant ne pas être que bénéfique, notamment si sa représentation kinesthésique est préservée (elle peut tout à fait l'être chez l'enfant dyspraxique). Différentes recherches, pour des enfants non dyspraxiques toutefois, ont montré l'importance de la mémoire sensori-motrice dans les apprentissages.

Dans leur étude comparative de production de dessins par des enfants de 9 - 12 ans, avec un logiciel de dessin assisté par ordinateur et avec papier-crayon, Martin et Velay (2012) ont montré qu'on constatait une meilleure réussite dans la copie de figures géométriques avec le logiciel, mais que ce n'était plus le cas lors de la reproduction de mémoire de ces figures, quelques minutes après : sur le papier, les enfants maintiennent leurs performances, tandis qu'avec le logiciel, ils régressent. Martin et Velay (2012) expliquent cela, entre autre, par le caractère plus abstrait d'une activité où des formes géométriques toutes faites d'un logiciel sont manipulées à la souris (choisies, déplacées, redimensionnées) et où le mouvement de la main est très éloigné de ces formes. À l'inverse, le mouvement de tracé du contour des formes avec un crayon sur une feuille de papier est plus concret en ce que la relation entre la forme visuelle et le mouvement pour l'obtenir est directe et unique. Cela permet alors de construire une représentation mentale plus riche de la figure qui inclut une composante visuelle, mais aussi une composante motrice.
Dans sa recherche sur l'apport cognitif de la motricité, Poitou (1992) relate en particulier deux études qui mettent en évidence l'importance des informations kinesthésiques dans des activités de reproduction ou de reconnaissance de figures géométriques. L'une[41] montre que la durée de réalisation d'un tracé est plus longue lorsque le modèle à reproduire a été visualisé sans le mouvement d'exécution de ce tracé qu'avec ce mouvement : « Imaginer le tracé sans imaginer le mouvement détériore la performance ». L'autre[42] montre que, dans une figure complexe, un sujet identifie mieux des figures sans signification qui ont fait l'objet d'un apprentissage graphique que celles qui ont été seulement visualisées.

Conclusion

Notre étude de l'activité de l'élève dyspraxique dans un environnement numérique s'est appuyée sur la comparaison du type de tâches de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite, réalisée :

- par l'élève C sur papier, avec équerre, compas et crayon, et avec ces mêmes instruments virtuels de Mathenpoche ;
- par la triade Lu, Hug et Sam sur papier, avec équerre graduée et crayon, et avec les outils « Perpendiculaire », « Cercle (centre - point) » et « Nouveau point » du logiciel de géométrie dynamique GeoGebra.

[41] DENIS, M., CHEVALIER, N., ELOI, S., *Imagerie et répétition mentale dans l'acquisition d'habiletés motrices.* Orsay Université de Paris-Sud, documents du Centre d'études de Psychologie cognitive, 1989
[42] DJANG, S., The role of past experience in the visual apprehension of marked forms. *Journal of Experimental Psychology, 1937, 20, 29-59*

Nous pouvons dégager plusieurs plus-values d'un travail géométrique dans un environnement numérique, plus conséquentes avec GeoGebra qu'avec Mathenpoche, relativement aux troubles praxiques et visuo-spatiaux des élèves. D'abord, dans l'environnement numérique, tout autant avec Mathenpoche qu'avec GeoGebra, les élèves observés ont manifesté des difficultés manipulatoires et organisationnelles moindres que celles rencontrées dans l'environnement papier-crayon : ils ont donc été plus disponibles pour concevoir leur programme de tracé, ce qui présente un intérêt certain pour un élève dyspraxique. Ensuite, le logiciel de géométrie dynamique lui donne un accès à plus de précision dans la production des traces graphiques et ne requiert aucune anticipation sur le lieu des tracés à produire : autre intérêt non négligeable par rapport à l'environnement papier-crayon, mais aussi par rapport à Mathenpoche. Enfin, même si nous avons vu que les traits de construction perturbaient de façon importante l'analyse visuelle de la figure avec GeoGebra dès qu'elle était complexe en la surchargeant (cercle entier avec le logiciel plutôt qu'un arc de cercle sur papier, droite allant d'un bord à l'autre de l'écran avec le logiciel plutôt qu'une représentation plus partielle sur papier), le logiciel de géométrie dynamique peut faciliter cette analyse visuelle, par des modifications qualitatives des objets graphiques (couleur, épaisseur, style de trait) ou en les cachant, au fur et à mesure des besoins dans la construction. Cela requiert toutefois un minimum d'organisation dans les différentes étapes de tracé, dont n'est peut-être pas capable de façon autonome l'élève dyspraxique. Il n'est pas possible de mettre en évidence un objet graphique en le surlignant avec Mathenpoche au contraire de l'environnement papier-crayon, avec une limite cependant : une fois réalisé, le surlignage a l'inconvénient d'être permanent.

Plusieurs limites d'un travail géométrique dans un environnement numérique, avec GeoGebra ou avec Mathenpoche, sont toutefois à considérer, relativement aux apprentissages géométriques. Concernant Mathenpoche, nous avons vu que la conservation de l'orientation des instruments virtuels, non prise en charge par l'élève dans un déplacement par glissement, pouvait passer inaperçue pour l'élève, puisqu'il ne la mettait pas en jeu de façon volontaire, et qu'elle pouvait aussi conduire à une mauvaise représentation de concepts géométriques. Concernant GeoGebra, des difficultés sont apparues dans la mise en œuvre de propriétés géométriques que pourtant les élèves savaient utiliser dans l'environnement papier-crayon (production d'un angle droit avec l'équerre, report de longueur à la règle graduée ou au compas). Les constructions avec des instruments concrets, porteurs de propriétés géométriques, pourraient donc être une étape non négligeable vers une conceptualisation, avant des constructions avec des outils d'un logiciel, davantage en prise avec les connaissances géométriques. Enfin, les recherches évoquées dans la partie IV. D tendent à montrer que la baisse de l'implication corporelle dans l'activité géométrique n'est pas sans conséquence négative sur cette activité. La disponibilité que gagnerait l'élève dyspraxique pour l'activité géométrique grâce à l'allégement des aspects pratiques des constructions ne serait donc pas sans contrepartie. Ainsi, si l'allégement de l'activité manuelle est un atout pour l'élève dyspraxique, il se peut aussi que l'amoindrissement de l'investissement corporel le prive d'une représentation kinesthésique des objets géométriques. Un équilibre reste donc à trouver.

Troisième partie

Expérimentation

La troisième partie de la thèse a pour objet l'expérimentation que nous avons menée d'un travail en dyade avec une élève dyspraxique, l'élève M, et une élève non dyspraxique, l'élève Bm, dans des activités géométriques.
Suite à l'étude de la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe, réalisée dans la deuxième partie, nous revenons dans le chapitre 9 sur notre problématique et présentons la méthodologie de l'expérimentation.
Nous exposons alors nos observations pré-expérimentales dans le chapitre 10, l'expérimentation dans le chapitre 11 et nos analyses post-expérimentales dans le chapitre 12.

Chapitre 9

Retour sur la problématique et la méthodologie

Dans ce chapitre, nous revenons sur notre problématique de recherche et exposons nos choix pour une expérimentation dans une première partie. Ces derniers découlent de l'hypothèse que, dans des activités géométriques, l'élève dyspraxique est à même d'apprendre et d'exercer son raisonnement s'il est libéré des tâches pratiques de manipulation et d'organisation liées à la construction instrumentée. Nous envisageons donc l'activité géométrique dans un travail en dyade « élève dyspraxique - élève non dyspraxique » et avons choisi d'expérimenter ce travail avec deux élèves dont l'une dyspraxique, hors classe, durant leur année scolaire de sixième.
Afin de déterminer un langage approprié qu'elles pourront utiliser dans leurs échanges à propos de constructions instrumentées, pour mettre en jeu des connaissances géométriques et non des connaissances pratiques, nous exploitons les outils d'analyse du langage présentés dans le chapitre 4 et les enrichissons en établissant un répertoire de termes appartenant à des registres de langue liés à l'activité de construction instrumentée. Ainsi, nous avons répertorié d'abord les termes de la langue géométrique, relatifs aux objets et relations géométriques, rencontrés par les élèves jusqu'au niveau de la sixième. Nous avons listé ensuite des termes de la langue courante, relatifs aux traces graphiques. Ces termes dénomment les traces graphiques représentant les objets géométriques ou informent de leurs relations spatiales. Enfin, nous avons répertorié les termes de la langue technique, relatifs à l'usage des instruments théoriques, puis des instruments matériels. Ce répertoire est présenté dans la deuxième partie de ce chapitre. Il nous permet de définir précisément le langage technique géométrique que nous institutionnaliserons pour qu'il soit employé dans les échanges relatifs aux actions à réaliser avec les instruments de géométrie lors du travail en dyade.
Nous présentons alors la méthodologie de l'expérimentation dans la troisième partie.

Sommaire du chapitre 9

I. Retour sur la problématique de recherche

A. Hypothèses

Le but de notre recherche est de permettre à l'élève dyspraxique visuo-spatial un accès plus étendu à des apprentissages géométriques que celui qu'il peut avoir lorsqu'il reçoit un enseignement « classique », adapté à la plupart des élèves. Nous cherchons donc des stratégies d'enseignement qui lui permettent d'exercer pleinement son raisonnement sur les objets géométriques et sur leurs relations, compte-tenu de son handicap. Pour cela, il nous semble indispensable de renoncer à une exécution effective des actions instrumentées pour cet élève, au moins dans l'environnement papier-crayon. Nos analyses ont mis en effet en évidence que les interventions de l'enseignant destinées à l'élève dyspraxique se focalisent de façon disproportionnée sur des visées manipulatoires et organisationnelles de l'action instrumentée lors de telles activités en géométrie, avec la recherche d'une précision dans l'obtention des traces graphiques. Ces interventions de l'enseignant résultent de son constat d'un niveau d'échec et de difficulté important de l'élève et donc de sa volonté de le faire progresser dans ce qui justement fait obstacle aux apprentissages géométriques. Cela a un intérêt certain pour une grande majorité d'élèves standards qui peut automatiser, à force d'entraînement, tout ce savoir-faire pratique délivré par l'enseignant. L'installation d'une routine permet alors aux élèves de se consacrer aux tâches conceptuelles. Cela est néfaste pour l'élève dyspraxique, qui ne possède pas les mêmes capacités d'automatisation du fait de son handicap, parce que ces interventions contribuent à le détourner durablement du véritable enjeu d'apprentissage. L'élève se concentrera en effet uniquement sur l'art de réussir corporellement les diverses manipulations (mettre sa main ici ou là, appuyer à tel ou tel endroit, etc.), perdant de vue les aspects géométriques de l'activité et n'ayant d'ailleurs souvent pas le temps de les envisager.
On pourrait imaginer que l'élève dyspraxique exécute, malgré tout, les actions instrumentées en recevant des aides fortes d'un Auxiliaire de Vie Scolaire en compensation à ses difficultés manipulatoires et organisationnelles. Il est important dans ce cas que l'Auxiliaire de Vie Scolaire discerne bien les visées des différentes aides pour ne pas sortir du champ des aides pratiques. Cela suppose a minima un temps de concertation régulier avec l'enseignant, ou mieux, une certaine maîtrise de l'enjeu des savoirs géométriques enseignés. Certaines aides manipulatoires ou organisationnelles peuvent en effet conduire à des réductions, voire à l'anéantissement du travail géométrique laissé à l'élève, si elles sont données sans que l'élève en ait fait une demande ciblée explicite. Cela nécessiterait donc la mise en place d'un certain fonctionnement au sein de la dyade Auxiliaire de Vie Scolaire - élève dyspraxique, avec l'installation d'une communication réglementée et une explicitation des actions propres à chacun (actions périphériques versus actions principales).
Nous faisons l'hypothèse que les outils numériques ont un potentiel d'aide pour les élèves dyspraxiques parce qu'ils réduisent les aspects manipulatoires convoqués dans la construction instrumentée. Cependant, vu les résistances et obstacles que nous avons rencontrés lors de nos observations et que nous avons décrits dans le chapitre 8, III, nous n'avons que trop peu de données quant à l'intégration de l'outil informatique en classe comme moyen d'enseignement de la géométrie pour les élèves dyspraxiques visuo-spatiaux, pour savoir s'il vaut mieux renoncer aussi à une exécution effective des actions instrumentées dans cet environnement.
Nos observations en classe nous conduisent à affirmer qu'il est nuisible pour ses apprentissages géométriques de chercher à faire progresser l'élève dyspraxique dans ses domaines déficitaires par rapport à la norme des enfants du même âge, avec en particulier l'exécution effective d'actions instrumentées dans l'environnement papier-crayon.

Nous faisons l'hypothèse que, dans des activités géométriques, libéré des tâches pratiques de manipulation et d'organisation liées à la construction instrumentée qu'il n'aura plus à sa charge, l'élève dyspraxique sera à même d'apprendre et d'exercer son raisonnement.

B. Choix pour une expérimentation

Nous optons pour que, dans des activités géométriques, l'exécution des constructions instrumentées soit prise en charge par un tiers, dans un travail en dyade. **Nous faisons alors l'hypothèse que le langage, dans son usage en situation de communication et en appui sur une certaine expérience (regarder l'autre agir avec les instruments, ébaucher soi-même des gestes ou réaliser des schémas grossiers permettant d'identifier les relations entre les objets techniques et graphiques), est susceptible de produire, au niveau des apprentissages géométriques, au moins les mêmes effets que des actions qui seraient réalisées avec des objets techniques par des élèves non dyspraxiques.** Nous choisissons donc de développer et de renforcer les capacités langagières de l'élève dyspraxique. Nous souhaitons également exploiter ses capacités raisonnementales et pour cela mettre l'accent sur les propriétés géométriques sur lesquelles se basent les constructions, en rendant l'élève capable de les justifier, quitte à sortir parfois des exigibles du programme de sixième.

Pour avoir une idée de la validité de cette hypothèse, mais aussi pour déterminer les conditions de mise en œuvre d'un dispositif de travail à deux qui réponde au mieux aux finalités d'apprentissages géométriques que nous poursuivons pour l'élève, nous avons mené une expérimentation avec deux élèves d'une même classe de sixième d'un collège ordinaire, l'une dyspraxique visuo-spatiale, l'autre n'ayant pas de difficulté particulière au niveau organisationnel ni au niveau manipulatoire, ni au niveau perceptif.

L'expérimentation s'est déroulée sur une durée suffisante pour permettre d'installer des moyens de communication appropriés entre les deux élèves, le but étant que chacune soit dans une position égale par rapport à l'autre dans l'activité géométrique médiatisée par le langage et que chacune puisse progresser au niveau conceptuel. Comme il nous semblait impossible d'obtenir l'adhésion d'un enseignant pour changer ses habitudes d'enseignement sur un temps long avec toute sa classe parce que nous ne pouvions garantir que ces changements pourraient favoriser l'apprentissage pour tous ses élèves, nous avons envisagé une expérimentation hors classe, en lien étroit avec l'enseignement donné en classe. Nous avons donc travaillé principalement dans l'environnement papier-crayon afin de minimiser les écarts qu'il pourrait y avoir avec l'enseignement reçu par les élèves en classe. Bien que le complément d'enseignement donné aux deux élèves se soit déroulé hors classe, nous avons gardé les contraintes d'un enseignement en classe : tout ce que nous avons proposé y serait réalisable. L'objectif est que les propositions qui résultent de l'expérimentation soient transférables dans une pratique de classe, que ce soit dans le cadre d'une inclusion d'un élève dyspraxique en milieu ordinaire, avec ou sans Auxiliaire de Vie Scolaire, ou dans le cadre de l'enseignement spécialisé.

Dans notre recherche, nous avons choisi de nous situer dans les apprentissages géométriques à la transition CM2 - sixième, lors du passage de la géométrie instrumentée à la géométrie déductive, au moment où des changements de regard sur les figures sont nécessaires et où des déconstructions dimensionnelles doivent être mises en œuvre. Dans ce cadre, la symétrie axiale nous semble un bon objet d'étude car, introduite dynamiquement comme transformation par des actions sur des objets de l'espace sensible, elle est ensuite considérée comme transformation ponctuelle, pour être alors utilisée comme outil de démonstration. Les propriétés de perpendicularité et d'égalité de longueurs mises en jeu dans cette

transformation apparaissent et peuvent être étudiées au préalable dans la caractérisation et la construction des figures usuelles. Par ailleurs dans le rectangle, un changement de point de vue permet le passage de l'angle droit à la perpendicularité des côtés de l'angle : les constructions à l'équerre permettent de travailler ces notions. D'autre part, pour passer à la transformation ponctuelle, il est nécessaire que le cercle ne soit plus vu seulement comme une ligne fermée particulière, mais comme un ensemble de points équidistants de son centre : l'utilisation du compas pour les reports de longueur y contribue. Nous choisissons donc de travailler le langage dans des situations de communication sur des constructions instrumentées de cercles, de triangles et de quadrilatères, à l'équerre et au compas, afin de le réinvestir dans des constructions où intervient la symétrie axiale. Le langage est complété par des gestes que nous incluons dans les moyens de communication entre l'élève dyspraxique et son interlocuteur.
Il est bien évident que l'étude d'un seul cas d'élève dyspraxique, réalisée hors classe et relative à des apprentissages sur quelques objets de la géométrie plane, ne nous permettra pas de tirer des conclusions sur l'enseignement de la géométrie plane pour l'ensemble des élèves dyspraxiques. Nous pourrons néanmoins dégager quelques pistes pour une expérimentation future en classe, notre recherche actuelle étant exploratoire.
Dans le dispositif d'enseignement que nous avons proposé, le choix des moyens de communication, langagiers et gestuels, a une importance fondamentale si l'on veut qu'ils conduisent à des apprentissages géométriques. L'objet de la partie suivante est d'établir un répertoire de langues afin de déterminer un langage approprié dans la communication entre les deux élèves. Nous présenterons ensuite la méthodologie de l'expérimentation.

II. Constitution d'un répertoire de langues

A. Choix au niveau du langage

Dans le chapitre 4, nous avons défini différents langages pouvant être employés lors de situations de communication autour d'actions instrumentées, en fonction des visées poursuivies par le sujet. Dans une visée sémiotique, le langage peut être géométrique (avec l'utilisation de termes lexicaux et de tournures spécifiques de la langue géométrique) ou courant (avec l'utilisation d'un lexique courant à propos des objets graphiques). Dans une visée technico-figurale, un langage technique est employé et lorsque les objets graphiques ou géométriques considérés sont nommés, nous pouvons parler de langage technique courant, langage technique mixte ou langage technique géométrique. Enfin, le langage peut être employé dans une visée manipulatoire ou dans une visée organisationnelle de l'action instrumentée.
Ces différents langages ont leur domaine de validité dans l'usage qui en est fait dans l'enseignement. Le langage géométrique constitue un objectif d'enseignement. Il est requis pour formuler des raisonnements autour d'objets, de relations et de propriétés géométriques. Les élèves, à la fin de l'école primaire et en début de collège, doivent en particulier être capables d'utiliser ce langage dans la formulation orale ou écrite de programmes de construction. Toutefois, ce n'est pas le seul langage utilisé par l'enseignant. En effet, lorsqu'il informe les élèves de la façon graphique conventionnelle de rendre compte d'un concept géométrique, il emploie deux registres de langue pour signifier les relations entre les objets géométriques et les objets graphiques qui les représentent : la langue courante est utilisée pour décrire les objets graphiques et leurs relations spatiales et la langue géométrique pour décrire les objets et relations géométriques. Par exemple : « On fait une petite croix et on écrit la lettre A en capitale à côté pour représenter le point A. » L'emploi de la langue

courante est licite lorsqu'il permet de nommer les traces graphiques et de donner des informations sur ces traces graphiques, tandis qu'il est illicite dans le cas où des termes de la langue courante sont utilisés en substitution à ceux de la langue géométrique lorsqu'elle est requise (par exemple, si l'on parle du point A, on ne pourra pas dire « la croix A »).
En outre, dans le but de transmettre aux élèves un savoir-faire théorique à mettre en pratique, l'enseignant emploie aussi un langage technique géométrique. Ce langage permet d'exprimer la façon théorique d'obtenir les objets graphiques représentant les objets géométriques avec des objets techniques théoriques[43]. En classe, ce langage n'est pas attendu des élèves, tout comme ne le sont pas les autres langages de la visée technico-figurale. Enfin, lorsque l'enseignant cherche à transmettre un savoir-faire pratique aux élèves à propos des constructions géométriques, il emploie un langage à visée manipulatoire ou organisationnelle.

Nous avons fait l'hypothèse que les aspects organisationnels et manipulatoires de l'action instrumentée n'apportaient rien au niveau des apprentissages géométriques. Nous excluons donc de notre étude tout usage du langage à visée manipulatoire ou organisationnelle dans les échanges langagiers au sein de la dyade dont l'élève dyspraxique sera membre.
Nous proposons en revanche, dans notre expérimentation, d'institutionnaliser le langage technique géométrique, qui ne l'est pas actuellement dans l'enseignement. Ce langage pourra être utilisé par l'élève dyspraxique dans des instructions qu'il donnera pour guider l'action instrumentée réalisée par quelqu'un d'autre et pourra évoluer progressivement vers le langage géométrique requis. Il permettra à l'élève dyspraxique d'exprimer dans un langage précis son intention d'agir avec les objets techniques théoriques, intention qui fait partie du versant cognitif de l'action instrumentée.
Les différents langages pouvant être employés lors de situations de communication autour d'actions instrumentées sont composés de termes issus d'un ou plusieurs registres de langue (géométrique, courant ou technique) selon le langage. Nous avons répertorié les termes appartenant à chacun des registres, en nous appuyant d'une part sur nos observations en classe, et d'autre part sur différentes ressources : programmes scolaires, manuels de mathématiques actuels et anciens, documents en ligne divers relatifs aux instruments de géométrie (fiches techniques, conseils aux acheteurs et aux utilisateurs, etc.). Ce répertoire rassemble le vocabulaire susceptible d'être employé en partie en classe de CM2 et en classe de sixième lors d'activités géométriques de construction instrumentée, sans toutefois prétendre à l'exhaustivité. Il nous permet de définir précisément le langage technique géométrique à utiliser dans les situations de communication qui seront mises en place, mais aussi d'analyser les discours qui seront produits dans l'activité géométrique.
Dans une telle analyse, les termes de la langue géométrique constituent des indices d'usage de cette langue, non suffisants néanmoins : ce sont les échanges langagiers dans lesquels ils sont employés qui contribueront à déterminer le sens qui leur est donné. En effet, si certains termes sont spécifiques de la langue géométrique comme « sécante » ou « parallélogramme », ce n'est pas le cas de tous : des termes de la langue géométrique existent aussi dans la langue courante, avec un sens proche (« extrémité »), tandis que d'autres ont un sens plus étendu (« angle ») ou éloigné (« sommet », « point »). Aussi, nous ne nous restreindrons pas, dans nos analyses, au seul relevé des termes employés par les élèves, nous en établirons le sens autant qu'il est possible, en fonction du contexte.

Dans les parties suivantes, nous présentons un recueil de termes de la langue géométrique (II.B), de termes de la langue courante relatifs aux traces graphiques (II.C) et de termes de la langue technique (II.D). Nous récapitulerons ensuite tous ces termes dans un glossaire (II.E).

[43] Nous avons introduit les objets techniques théoriques dans le chapitre 2, II. B. La définition figure également dans le *Memento.*

B. Termes de la langue géométrique

Nous présentons un recueil de termes de la langue géométrique en nous limitant au lexique de la géométrie plane rencontré par les élèves jusqu'au niveau de la sixième. Nous avons relevé ces termes dans les programmes[44] de mathématiques de l'école primaire et de sixième. Les termes précédés d'un astérisque ne sont pas explicitement mentionnés dans ces programmes mais sont en lien avec les notions étudiées et sont rencontrés par les élèves en classe.
La première partie du recueil est relative au lexique des objets géométriques. Les termes sont ordonnés alphabétiquement dans trois catégories : celle des surfaces (objets géométriques de dimension 2), celle des lignes (objets géométriques de dimension 1) et celle des points (objets géométriques de dimension 0). La seconde partie concerne les relations géométriques.
Chaque terme de la langue géométrique est suivi de son origine, relevée dans différents dictionnaires[45]. L'abréviation gr. signifie que le terme est d'origine grecque, lat. d'origine latine et anc. fr. qu'il provient de l'ancien français. Les termes en grec, latin ou ancien français sont notés en italique et sont suivis de leur traduction en français. Plusieurs sens du terme sont ensuite donnés, le cas échéant, et sont signalés par une lettre :

- **G** introduit le sens géométrique du terme, donné en langage géométrique ;
- **Gd** introduit le sens du terme dans le domaine des grandeurs ;
- certains termes de la langue géométrique peuvent être définis ou représentés à l'aide d'artefacts, notamment lorsque les définitions en langage géométrique ne sont pas accessibles aux élèves à leur niveau : **T** introduit ce type de définition, donné en langage technique géométrique ;
- **C** introduit le (ou les sens) courant(s) du terme. En cas de forte polysémie, nous ne répertorions pas la totalité des significations, mais le sens qui nous semble le plus éloigné de celui du terme géométrique est au moins mentionné. Si aucun sens courant n'est indiqué, cela signifie que le terme est spécifique de la langue géométrique.

Les définitions données pour les sens géométriques et courants sont extraites de dictionnaires[46] et celles pour le sens technique de différents manuels.

1. Objets géométriques

Les surfaces (objets théoriques de dimension 2)

Une surface est l'idéalisation de ce que l'on appelle surface dans la langue courante (la surface d'un corps est ce qui sépare son intérieur de son extérieur). Dans les Éléments d'Euclide (I, 5), elle est définie comme « ce qui a seulement longueur et largeur ». Une surface peut être illimitée (cas d'un angle) ou limitée (cas de figures planes : carré, losange, parallélogramme, rectangle, triangle, disque). Parmi les figures planes usuelles, les polygones peuvent aussi être considérés comme des lignes (contours de surfaces).

Angle (lat. *angulus*, coin)
G *Angle de demi-droites* : figure formée par deux demi-droites (les côtés) de même origine (le sommet). Deux demi-droites de même origine délimitent en fait deux surfaces appelées *secteurs angulaires*. Le plus petit des deux secteurs est appelé « angle de secteur saillant », mais dans l'usage à l'école primaire et en collège, par abus de langage et par simplification, il est appelé « angle ».
Gd *Angle* : grandeur associée à un secteur angulaire.
C *Angle* : coin ; *arrondir les angles* : aplanir les difficultés.

---

[44] Bulletin officiel spécial n°3 du 19 juin 2008 et Bulletin officiel spécial n°6 du 28 août 2008
[45] Dictionnaire étymologique de la langue française, 1950, Presses Universitaires de France.
Dictionnaire Latin Français, 1936, Gaffiot, Hachette.
[46] Le petit Larousse illustré, 2005, Larousse
Dictionnaire de mathématiques élémentaires, BARUK, 1992, éditions du Seuil.

Aigu (lat. *acutus*, pointu)
G *Angle aigu* : angle inférieur à l'angle droit. / **C** *Aigu* : terminé en pointe, tranchant, effilé.
Droit (lat. *directus,* qui est droit)
G *Angle droit* : moitié d'un angle plat, de mesure 90° / **C** Droit : non penché, vertical, rectiligne.
Obtus (lat. *obtusus,* émoussé)
G *Angle obtus* : angle supérieur à l'angle droit / **C** *Obtus* : qui manque de finesse, borné.
* **Plat** (gr. *platus,* plat, étendu)
G *Angle plat* : angle dont les deux côtés forment une droite, de mesure 180°.
C *Plat* : dont la surface est unie, sans creux et sans relief.

Carré (lat. *quadratus,* de *quadrare*, rendre carré)
G : Quadrilatère plan dont les quatre côtés ont même longueur et dont les angles sont droits.
C : Réunion de quatre cartes à jouer de même valeur.

Disque (lat. *discus*, palet)
G : Ensemble des points du plan dont la distance à un point (le centre) est inférieure ou égale à un nombre donné (le rayon).
C : Support circulaire (disque numérique, optique, etc.)

Losange (du gaulois *lausa*, pierre plate)
G : Quadrilatère plan dont les quatre côtés ont même longueur.

Parallélogramme (gr. *parallêlos,* parallèle et *grammê,* ligne)
G : Quadrilatère plan dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

* **Polygone** (gr. *polus,* nombreux et *gônia,* angle)
G : Figure délimitée par une ligne brisée fermée, suite de segments (côtés), dont chacun a une extrémité commune (sommet) avec le précédent et le suivant.
C : Champ de tir et de manœuvre.

Quadrilatère (lat. *quadri-*, quatre et *latus*, côté)
G : Polygone à quatre côtés.

Rectangle (lat. *rectus*, droit et *angulus*, angle)
G : Quadrilatère plan dont les quatre angles sont droits.

Triangle (lat. *tres*, trois et *angulus* angle)
G : Polygone plan à trois côtés.
C : Instrument de musique à percussion.

Équilatéral (lat. *aequus*, égal et *latus,* côté)
G *Triangle équilatéral* : triangle dont les trois côtés sont égaux.
Isocèle (gr. *isos,* égal et *skelos*, jambe)
G *Triangle isocèle* : triangle dont deux côtés sont égaux.
Rectangle (lat. *rectus*, droit et *angulus*, angle)
G *Triangle rectangle* : triangle dont un angle est droit

Les lignes (objets théoriques de dimension 1)

Une ligne est l'idéalisation d'un fil (elle peut être matérialisée par un fil assez fin). Dans les Éléments d'Euclide (I, 2), elle est définie comme « une longueur sans largeur ». Dans la langue courante, le sens de **ligne** (lat. *linea*, fil de lin) peut être celui de *trait* ou de *fil*.
En géométrie, on peut distinguer trois sortes de lignes :
- les lignes droites (dont les droites, les demi-droites, les segments),
- les lignes brisées, constituées de segments mis bout à bout,
- les lignes courbes, qui ne sont ni droites ni brisées (le cercle en est un cas particulier).

*** Arc** (lat. *arcus,* arc)
G *Arc de cercle* : ensemble des points d'un cercle situés d'un même côté d'une corde.
C *Arc* : tir à l'arc, arc des sourcils, arc de triomphe.

Axe (lat. *axis,* gr. *axon,* essieu)
G *Axe de symétrie* : droite du plan dont les points restent invariants dans une symétrie axiale.
T Une figure possède un *axe de symétrie* si, quand on la plie suivant cet axe, les deux parties sont exactement superposables.
C *Axe* : axe d'une roue, axe d'un moteur, axe de la Terre.

*** Base** (gr. *basis,* endroit sur lequel on marche, point d'appui)
G *Base d'un triangle* : un des côtés du triangle, auquel correspond un sommet qui lui est opposé.
Gd *Base d'un triangle* : longueur du côté choisi comme base.
C *Base* : partie inférieure d'un objet sur laquelle il repose ; ensemble des militants d'un parti par rapport aux dirigeants.

Bissectrice d'un angle (lat. *bi*, deux et *sector* de *secare*, couper)
G : Demi-droite issue du sommet et divisant l'angle en deux angles égaux.

Cercle (lat. *circus*, cercle)
G : Courbe plane fermée dont tous les points sont situés à égale distance d'un point fixe, le centre.
C : Cercle de famille : la proche famille réunie ; cercle vicieux : raisonnement défectueux où l'on donne pour preuve ce qu'il faut démontrer.

*** Corde** (gr. *khordê*, boyau)
G *Corde d'un cercle* : segment qui a pour extrémités deux points d'un cercle.
C *Corde* : assemblage de fils textiles, synthétiques ou naturels, tordus ou tressés ensemble pour former un câble de faible section ; instruments à cordes ; corde d'un arc.

Côté (lat. *costa*, la côte ou le côté)
1. G *Côté d'un* polygone : chacun des segments qui composent la frontière d'un polygone.
Gd *Côté d'un polygone* : longueur, mesure de ce segment.
2. G *Côté d'un angle* : chacune des demi-droites qui composent un angle
C *Côté* : partie latérale, limite extérieure d'une chose

Demi (lat. *dimidius*, coupé par la moitié)
Demi-droite
G : Ensemble des points d'une droite situés d'un seul côté d'un point appelé origine.

Diagonale (gr. *dia*, à travers et *gonia,* angle)
G *Diagonale d'un quadrilatère* : droite / segment qui joint deux sommets opposés d'un quadrilatère.
C *En diagonale* : en biais, obliquement.

Diamètre (gr. *dia,* à travers et *metron,* mesure)
G *Diamètre d'un cercle* : segment passant par le centre du cercle et limité par le cercle.
Gd *Diamètre d'un cercle* : longueur de ce segment.
C *Diamètre apparent* : en optique, angle sous lequel un observateur voit un objet, un astre.

Droite (lat. *directus,* qui est en ligne droite, direct)
G *Droite, ligne droite* : ligne infiniment longue, sans largeur ni épaisseur, réalisant toujours le plus court chemin entre deux quelconques de ses points.
T *Droite :* ligne idéalisant un fil tendu extrêmement fin / Ligne qui peut se confondre avec l'arête d'une bonne règle.
C *Droite* : côté droit d'une personne.

Hauteur (lat. *altus,* élevé)
G *Hauteur d'un triangle* : droite perpendiculaire à une base d'un triangle et passant par le sommet opposé.

Gd *Hauteur d'un triangle* : longueur du segment joignant ce sommet au pied de la perpendiculaire.
C : *Hauteur d'un objet* : dimension verticale d'un objet considéré de la base au sommet ; hauteur : lieu élevé.

*** Largeur** (lat. *largus,* abondant, copieux)
G *Largeur d'un rectangle* : le plus petit côté d'un rectangle.
Gd *Largeur d'un rectangle* : mesure du plus petit côté d'un rectangle.
C *Largeur* : caractère de ce qui n'est pas mesquin ; *largeur d'idées* : ouverture d'esprit.

*** Longueur** (lat. *longus,* long)
G *Longueur d'un rectangle* : le plus grand côté d'un rectangle.
Gd *Longueur d'un rectangle* : mesure du grand côté d'un rectangle.
Gd *Longueur* : distance entre les extrémités d'un segment.
C *Longueur* : espace de temps que dure une chose ; durée d'un phénomène.

Médiatrice (lat. *mediator*, être au milieu)
G *Médiatrice d'un segment* (Mot valise construit avec le début de médiane, lat. *medio,* être au milieu, et la fin de bissectrice, lat. *seco,* couper) : droite perpendiculaire à un segment en son milieu.
C *Médiateur (trice)* **:** personne qui sert d'intermédiaire, d'arbitre, de conciliateur.

Rayon (lat. *radius,* rayon de roue)
G *Rayon d'un cercle* : segment dont une extrémité est le centre d'un cercle, l'autre étant un point du cercle.
Gd *Rayon d'un cercle* : longueur de ce segment.
C *Rayon d'une roue* : pièce de bois ou de métal qui relie le moyeu à la jante d'une roue ; *rayon :* chaque tablette d'une bibliothèque, d'une armoire.

Segment (lat. *seco,* couper)
G : Portion de droite limitée par deux points appelés extrémités.
C : Portion bien délimitée, détachée d'un ensemble.

Les points (objets théoriques de dimension 0)

Un point est l'idéalisation d'un corps extrêmement petit, on peut le concevoir comme l'intersection de deux lignes ; c'est un lieu, sans étendue. Dans les Éléments d'Euclide (I, 1), il est défini comme « ce dont la partie est nulle ». Dans des manuels scolaires, il peut être introduit comme « la trace de la pointe d'un crayon bien taillé ou la marque d'une aiguille très fine sur une feuille de papier ».
Le terme **point** (lat. *punctum,* piqûre (ou point mathématique chez Cicéron)) est très polysémique. Il s'agit par exemple, dans la langue courante, d'un signe graphique de ponctuation ou d'une unité d'une échelle de notation d'un travail scolaire.
En géométrie, le point peut être représenté par des unités figurales élémentaires de différentes dimensions (Duval, 1995). Il peut être isolé (D0), il peut être sur une ligne ou à l'extrémité d'une ligne (D0 sur D1) ou encore à l'intersection de deux lignes (D2 « angle » ou D2 « croix » : **point d'intersection**).

Centre (gr. *kentron,* aiguillon, piqûre, de *kenteô,* piquer)
G *Centre d'un cercle* : point situé à égale distance (le rayon) de tous les points d'un cercle.
T Euclide a utilisé le mot *kentron* pour désigner le point où l'on plante la pointe du compas[47].
C *Centre commercial* : ensemble regroupant des magasins ; *centre de la question* : point principal.

[47] HAUCHECORNE, B. (2003). *Les Mots & les Maths. Dictionnaire historique et étymologique du vocabulaire mathématique*. Ellipses.

*** Extrémité** (lat. *extremitas,* bout, fin)
G *Extrémité d'un segment* : chacun des deux points qui limitent le segment.
C *Extrémité de la rue* : bout, fin de la rue ; être à la dernière extrémité : être à l'agonie.

*** Origine** (lat. *origo,* origine, provenance, naissance)
G *Origine d'une demi-droite* : tout point situé sur une droite la partage en deux demi-droites dont ce point est l'origine.
C *Origine* : source, cause ; naissance, début.

Sommet (lat. *summum,* point le plus élevé)
G *Sommet d'un polygone* : point commun à deux côtés consécutifs d'un polygone
Sommet d'un angle : point commun aux deux côtés d'un angle.
C *Sommet* : la partie la plus élevée, le haut.

2. Relations géométriques

Les *relations géométriques* désignent des liens théoriques pouvant exister entre des objets géométriques.

Adjacent (lat. *adjacens*, de *adjaco,* être situé auprès)
G *Angles adjacents* : angles ayant même sommet et situés de part et d'autre d'un côté commun.
C *Adjacent* : qui est voisin, attenant.

Aligné (lat. *lineus,* fil de lin)
G *Points alignés* : points qui appartiennent à une même droite.
C *Aligner* : faire coïncider ; *aligner des arguments, des chiffres, des faits* : les produire dans un ordre cohérent.

Appartenance (lat. *pertinere*, se rapporter)
G *Un point appartient à une ligne* s'il est un point de cette ligne.
C *Appartenir :* être la propriété de ; *il appartient à quelqu'un de* : il est de son devoir.

*** Confondu** (lat. *confundo,* mêler)
G *Objets géométriques confondus* : deux objets géométriques sont confondus lorsqu'ils sont égaux (Tous les points de l'un appartiennent à l'autre et réciproquement).
C *Personne confondue* : décontenancée ; *chose confondue :* chose prise pour une autre.

*** Consécutif** (lat. *consecutus*, suivi)
G *Côtés consécutifs d'un polygone* : côtés ayant une extrémité commune.
C *Consécutif* : qui se suit dans le temps ou dans l'espace.

Distance (lat. *dis,* éloignement et *sto,* se tenir debout)
Gd *Distance de deux points* : longueur du segment qui joint les deux points.
Gd *Distance d'un point à une droite* : distance du point au projeté orthogonal de ce point sur la droite.
C *Distance* : différence qui résulte d'une inégalité d'âge.

*** Distinct** (lat. *distinctus,* distinct)
G *Objets géométriques distincts* : objets géométriques non confondus
C *Distinct :* qui se perçoit nettement, différent

Égalité de longueurs (lat. *aequus,* égal et *longus,* long)
G *Segments de longueurs égales* : segments ayant la même longueur / segments isométriques.
T *Segments de longueurs égales* : segments superposables.
C *Égal* : qui ne varie pas ; qui est objet d'indifférence.

Équidistance (lat. *aequus,* égal et *distantia,* distance)
G : *Points équidistants de ...* : points situés à égale distance de ...

*** Intersection** (lat. *inter,* entre et *seco,* couper)
G *Intersection de lignes* : ensemble des points ou des éléments communs à deux ou plusieurs lignes.
C *Intersection* : endroit où deux routes se croisent.

*** Invariance** (lat. *vario*, varier)
G *Point, figure invariant(e):* point, figure qui est sa propre image dans une transformation ponctuelle.
C *Invariant :* ce qui ne varie pas, ce qui est constant.

Milieu (lat. *medius,* qui est au milieu)
G *Milieu d'un segment* : point du segment situé à égale distance des extrémités de ce segment.
C *Milieu de quelque chose* : lieu également éloigné de tous les points du pourtour de quelque chose ; *milieu social :* entourage social

*** Opposé** (lat. *ob,* devant, en face et *pono,* poser)
G *Côtés opposés d'un quadrilatère* : côtés non consécutifs du quadrilatère.
Sommet opposé à un côté d'un triangle : dans ABC, le sommet A est opposé au côté [BC].
Points diamétralement opposés : ce sont les extrémités d'un diamètre d'un cercle.
C *Opposé* : qui est situé vis-à-vis ; opposé : qui n'accepte pas quelque chose ; *diamétralement opposé* : en opposition totale

Parallèle (gr. *para*, à côté et *állêlous,* l'un l'autre)
G *Droites parallèles (entre elles) / droite parallèle à une droite passant par un point* : droites sans point commun ou confondues.
C *Parallèle* : qui se développe dans la même direction ou en même temps ; qui s'exerce en même temps qu'autre chose, mais en dehors du cadre légal.

Perpendiculaire (lat. *perpendiculum,* fil à plomb)
G *Droites perpendiculaires (entre elles) / Droite perpendiculaire à une droite passant par un point :* droites qui se coupent à angle droit.
C *Style perpendiculaire* : style de la dernière phase du gothique anglais, caractérisé par de grands fenestrages à subdivisions rectilignes et par des voutes en éventail.

*** Quelconque** (lat. *qualiscumque,* n'importe quel)
G : Sans particularité
C : Médiocre, sans valeur ; sans intérêt

*** Sécante** (lat. *seco*, couper)
G : *Droites sécantes (entre elles) / droite sécante à une droite :* droites **se coupant** en un point.

Symétrique (gr. *symmetria,* juste proportion, de gr. *syn*, avec, ensemble et *metron,* mesure)
G : Le point M'*est le symétrique* du point M *par la symétrie d'axe d* si d est la médiatrice du segment [MM'].
T : Deux figures sont *symétriques* par rapport à un axe si elles se superposent après pliage selon l'axe.
C : *Symétrique :* aspect harmonieux, résultant de la disposition régulière, équilibrée des éléments d'un ensemble.

C. Termes de la langue courante relatifs aux traces graphiques

Nous présentons maintenant un recueil de termes de la langue courante, utilisés dans l'activité géométrique à propos des traces graphiques. Ces termes désignent les objets graphiques ou décrivent des relations spatiales. Nous les avons relevés dans nos observations en classe et n'avons retenu que les plus fréquemment employés.
Certains termes peuvent être synonymes de termes géométriques dans leur usage courant, comme « coin » et « angle », ils peuvent aussi avoir un sens courant qui soit proche d'un sens géométrique d'un autre terme, comme « milieu » et « centre ». Par ailleurs, nous trouvons

également certains termes de la langue courante dans les traductions des origines étymologiques grecques ou latines de termes de la langue géométrique et les retrouvons dans les formulations en langage courant des élèves en classe, comme par exemple « en face » utilisé à la place de « opposé ».
Pour chaque terme présenté, le sens courant en lien avec le sens géométrique est donné et sont également mentionnés les termes de la langue géométrique qu'ils sont susceptibles de remplacer.

1. Objets graphiques

Bord de la forme (du francique *bord,* bord d'un vaisseau) : partie qui borde, forme le pourtour, la limite d'une surface, d'un objet.
Le terme courant « bord » est utilisé pour remplacer le terme géométrique « côté » pour un polygone. Les côtés du polygone le bordent en effet.

Bout (de *bouter,* frapper) : extrémité, partie extrême d'une chose.
Les termes courants « bout » et « extrémité » sont synonymes. Le terme courant « bout » est utilisé pour remplacer le terme géométrique « extrémité » (« bout d'un segment »), et aussi le terme géométrique « origine » (« bout d'une demi-droite »).

Coin (lat. *cuneus,* coin à fendre) : angle formé par deux lignes qui se coupent.
Les termes courants « coin » et « angle » sont synonymes. Ils correspondent à une partie de l'angle dans son sens géométrique, c'est-à-dire à une portion de surface proche du sommet entre les deux lignes qui se coupent, comme par exemple pour « le coin d'une table » ou « le coin d'une pièce ». Ce même usage courant des termes « coin » et « angle » peut se retrouver alors pour désigner chacun des angles d'un polygone (« coin d'un rectangle »), et parfois aussi par extension pour désigner les sommets du polygone. De cette façon, l'« angle » n'est pas entendu dans son sens géométrique comme une surface illimitée.

Croix (lat. *crux*, croix) : signe graphique formé de deux traits croisés.
Le terme « croix » permet de désigner le signe graphique employé pour représenter un point isolé. Il permet aussi de décrire des traces graphiques qui ont la forme de croix comme par exemple les diagonales d'un quadrilatère ou la représentation de deux droites perpendiculaires.

Milieu (lat. *medius,* qui est au milieu) : lieu également éloigné de tous les points du pourtour de quelque chose. *Au milieu de* : au centre de.
Les termes courants « milieu » et « centre » sont synonymes, alors qu'ils ont chacun un sens spécifique dans la langue géométrique : le terme géométrique « milieu » n'est employé qu'à propos de segments et celui de « centre » l'est par exemple à propos de cercle : « centre d'un cercle ». Le terme « milieu » dans son sens courant peut alors remplacer le terme de « centre » dans son sens géométrique. « Au milieu de » donne aussi une information spatiale.

Pointe (lat. *punctum*, de *pungere,* poindre, piquer) : bout très aigu d'un objet servant à piquer
Le terme courant « pointe » est utilisé pour remplacer le terme géométrique « sommet » dans un polygone, notamment lorsque ses angles sont aigus (« pointus »).

Rond (lat. *rotundus,* en forme de roue, rond, arrondi) : tracé en forme de cercle.
Les termes courants « rond » et « cercle » sont synonymes. Le terme courant « rond » est utilisé pour remplacer le terme géométrique « cercle » ou « disque ».

Trait (lat. *tractus,* étiré) : ligne tracée sur une surface quelconque.
Le terme courant « trait » est un terme générique qui permet de décrire les traces graphiques représentant soit des lignes droites (segment, droite, demi-droite) ou courbes (cercle, arc de cercle), soit des points appartenant à une ligne (« un petit trait » qui coupe la ligne permet de repérer le point).

2. Relations spatiales

À côté de : auprès de
L'expression « l'une à côté de l'autre » pour parler de droites « parallèles » est en lien avec l'origine étymologique grecque du terme géométrique « parallèle » (gr. *para*, à côté et *állêlous,* l'un l'autre).

Au milieu de : au centre de. Voir le terme « milieu » dans la rubrique « objets graphiques ».

Croisement : disposition en forme de croix
Le terme courant « croisement » est employé à la place du terme géométrique « intersection ». Le verbe « se croiser » est aussi utilisé à la place du terme géométrique « se couper » pour parler de droites sécantes.

Droit : qui se tient verticalement ; **debout**, stable
Le terme « droit » est employé dans son sens courant pour indiquer une orientation verticale ou horizontale de ligne droite sur le support : il ne s'agit pas d'une information géométrique.

En face : vis-à-vis, par devant
L'expression « en face » de la langue courante peut être employée à la place du terme géométrique « opposé » (lat. *ob,* devant, en face et *pono,* poser) pour parler de côtés opposés d'un quadrilatère par exemple. Elle peut aussi être employée pour exprimer la position relative de deux points symétriques par rapport à un axe vertical : les deux points sont « en face » l'un de l'autre (sur une ligne horizontale).

Penché : incliné de côté ; **en diagonale** : en biais, obliquement
Tous ces termes synonymes expriment la position relative de lignes droites par rapport à la direction verticale du support. Par exemple, un segment représenté sur une feuille de papier dans une direction ni horizontale, ni verticale pourra être qualifié de « en diagonale ». Pour signifier que deux droites sont parallèles, l'expression « penchées pareilles » pourra être utilisée. Le parallélogramme pourra être considéré comme un « rectangle penché ».

D. Termes de la langue technique

Nous présentons ci-après des termes de la langue technique relatifs à des objets techniques de l'environnement papier-crayon avec, comme instruments de tracé, le compas, l'équerre, la règle et comme instrument de mesure un instrument gradué. Pour chacun, nous distinguerons ce qui concerne les instruments théoriques de ce qui concerne les instruments matériels.
Au préalable, nous indiquons des termes de la langue technique relatifs à des actions effectuées sur un support transparent, comme une feuille de papier calque.

1. Langue technique relative à l'usage de papier calque

L'utilisation de papier calque permet de réaliser des actions sur les figures qui correspondent à des transformations géométriques. Deux figures étant données, différents verbes d'action expriment le mouvement que l'on peut faire avec un calque pour passer de l'une à l'autre, afin de vérifier si elles se **superposent** (ou si elles **coïncident**), et donc en termes géométriques, si elles sont « isométriques ».

Glisser : se déplacer d'un mouvement continu sur une surface lisse, unie.
Le terme « glisser » est employé pour exprimer la translation : si l'on décalque une figure, on peut la déplacer sur le support dans une direction donnée, en conservant son orientation, pour la superposer à l'autre.

Retourner : mouvoir par un mouvement circulaire autour d'un axe de rotation.
Le terme « retourner » est employé pour exprimer la symétrie axiale : l'axe de rotation est inclus dans le plan qui contient les deux figures symétriques et correspond à l'axe de symétrie. Ainsi, si l'on retourne une figure par pliage du calque le long de l'axe de symétrie, elle vient se superposer à l'autre. Ou bien, si l'on retourne le calque autour de l'axe de symétrie, les deux figures décalquées se superposent l'une à l'autre sur la feuille de papier.

Tourner : mouvoir par un mouvement circulaire autour d'un axe de rotation.
Le terme « tourner » est employé pour exprimer la rotation plane : l'axe de rotation est perpendiculaire au plan qui contient les deux figures et le coupe en le centre de la rotation plane. Ainsi, si l'on décalque une figure, on peut la tourner sur le support autour de ce centre, pour la superposer sur l'autre.

2. Langue technique relative à l'usage des instruments théoriques

L'instrument théorique est celui qui est considéré dans la composante technico-figurale de l'action instrumentée, au niveau de l'intention d'agir du sujet. Dans le lexique technique de cette composante, nous indiquons d'abord les termes qui dénomment les parties de l'instrument à mettre en relation avec les objets graphiques, présents ou à obtenir, ainsi que leurs éventuels synonymes (**Syn**). Nous avons relevé l'étymologie des différents termes. Cela fait apparaître certains liens sémantiques entre objets techniques et objets géométriques (par exemple « équerre » et « carré » ont la même origine latine signifiant « rendre carré »). Pour chaque terme, nous avons indiqué le sens technique (**T**) et ajouté le sens géométrique (**G**) le cas échéant. Ainsi, lorsque plusieurs termes sont synonymes pour désigner une partie d'artefact, nous avons privilégié comme terme de la langue technique celui qui appartient aussi à la langue géométrique, le cas échéant, ou sinon le terme en usage à l'école (par exemple « angle de l'équerre » est choisi plutôt que « coin de l'équerre » dans le premier cas, et « branches du compas » est choisi plutôt que « jambes du compas » dans le second).
Nous donnons ensuite des termes permettant d'exprimer :

- des actions relatives aux fonctions de l'instrument dans l'action sur les figures (objets graphiques ou objets géométriques), par exemple, le compas sert à *tracer des cercles* ou à *reporter des longueurs* ;
- des actions élémentaires internes à l'action instrumentée, associées aux fonctions de l'instrument, à réaliser sur l'instrument en lien avec les figures (objets graphiques ou objets géométriques). Par exemple, *piquer la pointe du compas sur* le point A ou *écarter la mine du compas* jusqu'au point B.

Ces différentes actions sont exprimées par des locutions verbales : le complément du verbe est un objet graphique ou géométrique pour les actions relatives aux fonctions de l'instrument, il est une partie d'un objet technique pour les actions internes à l'action instrumentée. Pour chaque locution verbale, nous indiquons l'étymologie du verbe, sa définition en langage courant (**C**) et des synonymes (**Syn).** L'étymologie peut nous permettre de privilégier l'usage d'un terme plutôt que celui de ses synonymes, en fonction du sens géométrique dont le mot peut être porteur. Par exemple pour un segment, le terme « prolonger » sera privilégié au terme « continuer » parce que l'idée d'accroissement de longueur apparaît dans la racine du mot « prolonger » mais pas dans celle de « continuer ». Par exemple pour le compas, le terme « piquer » sera privilégié au terme « planter » aussi en usage, parce que sa racine grecque *kenteo* est liée à l'objet géométrique « centre » dans sa signification, tandis que ce sens n'apparaît pas dans le terme « planter ». Nous donnons ensuite un exemple d'emploi de la locution verbale en langage technique géométrique (**LTG**) (elle est notée en italique dans une phrase écrite entre guillemets), son sens technico-figural (**T**) et l'objet ou la propriété géométrique en jeu (**G**). Dans tout le lexique répertorié, les termes que nous conserverons dans le langage technique géométrique sont écrits en gras.

a. Termes relatifs au compas théorique

TERMES DÉNOMMANT DES PARTIES DU COMPAS

Compas (lat. *cum*, ensemble, complètement ; *passus*, pas *de pando,* étendre, ouvrir)
Le *compas théorique* est constitué d'une *pointe* infiniment fine et d'une *mine* placée au bout de deux *branches* articulées qui sont aussi longues que l'on veut et qui peuvent être écartées ou resserrées autant que l'on veut.

Branche de compas (bas lat. *branca,* patte).
T : Elément mobile de certains objets articulés.
Syn : Jambe de compas (gr. *kampê*, articulation d'un membre)
T : Parties du compas s'emboîtant l'une dans l'autre et s'ouvrant ou se repliant l'une sur l'autre.

Mine du compas (du gaulois *meina,* minerai)
T : Extrémité de la branche qui se trouve sur un point du cercle.

Pointe du compas (lat. *punctum,* issu de *pungo*, poindre dans le sens de piquer)
T : Extrémité de la branche qui reste fixée sur le centre.

EXPRESSION D'ACTIONS

FONCTIONS DU COMPAS DANS L'ACTION SUR LA FIGURE
Le compas sert à *tracer des cercles* (ou des arcs de cercle) et à *reporter des longueurs* sur une ligne droite.

Tracer un cercle (ou un arc de cercle)
C : Tracer (lat. *traho*, tirer) **:** Représenter par des lignes et des points.
Syn : Faire
LTG : « *Tracer un cercle* avec le compas. »
T : Une fois la mine et la pointe du compas placées, tourner le compas autour de la pointe. La trace laissée par la mine représente un cercle.
G : L'objet géométrique représenté est un *cercle*.

Reporter une longueur
C : Reporter (lat. *porto*, porter, transporter) : Placer à un autre endroit, réinscrire ailleurs.
Syn : Faire un report
LTG : « *Reporter la longueur* AB sur la demi-droite [CD) à partir du point C avec le compas. »
T : Une fois l'écartement AB pris avec le compas, tracer un arc de cercle de centre C qui coupe [CD).
G : La propriété géométrique mise en jeu est l'*égalité de longueurs*.

ACTIONS SUR LE COMPAS, INTERNES À L'ACTION INSTRUMENTÉE

Conserver l'écartement des branches
C : Conserver (lat. *conservo,* conserver) : Maintenir en bon état, préserver de l'altération.
Syn : Garder / **Prendre le même /** Maintenir / Préserver
LTG : « *Conserver l'écartement des branches du compas* correspondant au rayon. »
T : Ne pas modifier l'écartement des branches correspondant au rayon souhaité.
G : Prendre le *même rayon*.

Écarter les branches
C : Écarter (*lat. exquarto,* éloigner, séparer) : Mettre une distance entre les choses.
Syn : Prendre un écartement / Espacer, espacement / Éloigner, éloignement / Agrandir l'espace / Prendre une ouverture, ouvrir (lat. *operio*, ouvrir) : Écarter les parties repliées ou fermées de quelque chose.

LTG : « *Écarter les branches du compas* de la longueur du rayon du cercle. »
T : Mettre une distance (un écart) égale au rayon du cercle entre la pointe et la mine situées aux extrémités des branches du compas.
G : Le *rayon* est la distance entre le centre d'un cercle et chacun de ses points.
Remarque : Parmi tous les synonymes de « écarter », les termes « ouvrir » ou « prendre une ouverture » sont tout autant dans l'usage que les termes « écarter » ou « prendre un écartement » et ils ont aussi un sens géométrique. En effet, l'*ouverture d'un angle* correspond à l'écartement de ses côtés et l'*ouverture du compas*, par analogie, correspond à l'écartement de ses branches : l'ouverture du compas correspond donc à l'angle formé par ses deux branches. Cet angle n'est cependant pas en lien avec un angle du cercle en construction avec le compas comme l'écartement peut l'être avec le rayon du cercle, aussi ne conservons-nous pas ces termes dans le langage technique géométrique.

Piquer la pointe
C : Piquer (lat. *picus,* pivert) : Enfoncer par la pointe.
Syn : Mettre / Placer / Enfoncer / Planter **(**lat. *plantare,* planter) : Enfoncer dans une matière plus ou moins dure.
LTG « *Piquer la pointe du compas* sur le centre du cercle. »
T : Mettre la pointe du compas sur le centre du cercle.
G : L'objet géométrique considéré est le *centre du cercle* (gr. *kentron,* piqûre, de *kenteô,* piquer).

Positionner la mine
C : Positionner (lat. *positio,* de *pono,* placer) : Mettre en position avec une précision imposée.
Syn : Mettre / placer
LTG : « *Positionner la mine du compas* sur le point. »
T : Placer la mine du compas sur le point.
G : L'objet géométrique considéré est un *point* (Ce point est un point du cercle à tracer si la pointe du compas est sur le centre de ce cercle).

Tourner le compas
C : Tourner (lat. *torno*, façonner au tour, tourner ou rouler entre ses doigts) : Faire mouvoir quelque chose autour d'un axe, dans un mouvement circulaire.
Syn : Pivoter
LTG « *Tourner le compas* pour tracer un cercle avec la mine sur le papier. »
T : Exercer un mouvement de rotation autour de l'axe passant par le centre du cercle et perpendiculaire au support papier.
G : L'objet géométrique représenté, dans une apparition dynamique, est un *cercle*.

b. Termes relatifs à l'équerre théorique

TERMES DÉNOMMANT DES PARTIES DE L'ÉQUERRE

Équerre (lat. *exquadrare,* rendre carré)
L'*équerre théorique* est constituée *d'un l'angle droit* dont les deux *côtés* de même origine (le *sommet*) sont infinis.

Angle droit de l'équerre
Angle (lat. *angulus*, coin)
Syn : Coin
T *Angle de l'équerre* : portion de surface située entre deux côtés de l'équerre et proche du point commun à ces deux côtés.
G *Angle* : figure formée par deux demi-droites (les côtés) de même origine (le sommet).
L'expression « angle droit de l'équerre » est employée par analogie avec « l'angle droit du triangle rectangle », le triangle rectangle correspondant à la forme de l'équerre.

Côté de l'angle droit de l'équerre

Côté (lat. *costa*, la côte ou le côté)

Syn : Bord (du francique *bord,* bord d'un vaisseau)

T *Côté de l'équerre* : partie qui forme le pourtour de l'équerre.

G *Côté d'un triangle* : chacun des segments qui joignent deux sommets.

Côté d'un angle : chacune des demi-droites qui compose un angle.

L'expression « côté de l'angle droit de l'équerre » est employée par analogie avec « côté de l'angle droit du triangle rectangle », le triangle rectangle correspondant à la forme de l'équerre.

Sommet de l'angle droit de l'équerre

Sommet (lat. *summum*, point le plus élevé)

Syn : Pointe

T *Sommet de l'équerre* : point commun à deux côtés de l'équerre.

G *Sommet d'un angle* : point commun aux deux côtés de l'angle.

L'expression « sommet de l'angle droit de l'équerre » est employée par analogie au « sommet de l'angle droit du triangle rectangle », le triangle rectangle correspondant à la forme de l'équerre.

EXPRESSION D'ACTIONS

FONCTIONS DE L'ÉQUERRE DANS L'ACTION SUR LA FIGURE

L'équerre sert à *tracer des angles droits* et à *vérifier des angles droits*.

Tracer un angle droit

C : Tracer (lat. *traho*, tirer) : représenter par des lignes et des points.

Syn : Faire

LTG : « *Tracer un angle droit* avec l'équerre. »

T : Une fois l'équerre placée, tracer le long des côtés de l'angle droit de l'équerre avec le crayon.

G : L'objet géométrique représenté est un *angle droit*.

Vérifier un angle droit

C : Vérifier (lat. *verus*, vrai): s'assurer que quelque chose est exact.

Syn : Contrôler

LTG : « *Vérifier un angle droit* avec l'équerre. »

T : Regarder si les côtés de l'angle droit de l'équerre peuvent coïncider avec les côtés de l'angle à vérifier.

G : La propriété géométrique mise en jeu est l'*égalité d'angles.*

ACTIONS SUR L'ÉQUERRE, INTERNES À L'ACTION INSTRUMENTÉE

Positionner un côté / le sommet de l'angle droit de l'équerre

C : Positionner (lat. *positio,* de *pono,* placer) : mettre en position avec une précision imposée.

Syn : Mettre / placer

LTG : « *Positionner un côté de l'angle droit de l'équerre* sur la droite. »

T : Placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite

G : L'objet géométrique considéré est un des *côtés de l'angle droit* existant ou à produire.

c. Termes relatifs à la règle théorique

TERMES DÉNOMMANT DES PARTIES DE LA RÈGLE

Règle (lat. *regula* de *rego*, diriger, guider, mener)

La *règle théorique* est constituée d'un *bord rectiligne* infini.

Remarque : La règle théorique n'est constituée que d'une partie si bien que l'on utilisera le terme de « règle » comme terme technique plutôt que celui de « bord rectiligne ».

EXPRESSION D'ACTIONS

FONCTIONS DE LA RÈGLE DANS L'ACTION SUR LA FIGURE

La règle sert à *tracer des lignes droites* (elle permet en particulier de *prolonger des segments* et de *relier des points*) et à *vérifier des alignements.*

Prolonger un segment
C : Prolonger (lat. *pro*, en avant et *longus,* long): rendre plus long, accroître la longueur.
Syn : Faire un prolongement / Agrandir / Continuer / Rallonger
LTG : « *Prolonger* le segment à la règle. »
T : Une fois la règle placée le long du segment, tracer le long de la règle avec le crayon.
G : L'objet géométrique représenté est la *droite* support du segment.

Relier deux points
C : Relier (lat. *ligo,* lier) : lier ensemble, réunir, joindre, établir un lien entre.
Syn : Joindre (lat. *jungo*, joindre, réunir)
LTG : « *Relier* les points A et B à la règle. »
T : Une fois la règle placée sur les deux points, tracer avec le crayon d'un point à l'autre.
G : L'objet géométrique représenté est le *segment* d'extrémités les deux points.

Tracer une ligne droite
C : Tracer (lat. *traho*, tirer) : représenter par des lignes et des points.
Syn : Tirer un trait
LTG : « Tracer une droite à la règle. »
T : Une fois la règle placée, tracer le long avec le crayon. La trace représente une droite.
G : L'objet géométrique représenté est une *droite*.

Vérifier un alignement
C : Vérifier (lat. *verus*, vrai): s'assurer que quelque chose est exact.
Syn : Contrôler
LTG : « *Vérifier* l'alignement de trois points avec l'équerre. »
T : Regarder si la règle peut passer par les trois points.
G : La propriété géométrique mise en jeu est l'*alignement.*

ACTIONS SUR LA RÈGLE, INTERNES À L'ACTION INSTRUMENTÉE

Positionner la règle
C : Positionner (lat. *positio,* de *pono,* placer) : mettre en position avec une précision imposée.
Syn : Mettre / placer
LTG : « *Positionner la règle* sur les deux points. »
T : Placer la règle sur les deux points.
G : L'objet géométrique considéré est une *ligne droite* qui passe par les deux points.

d. Termes relatifs à un instrument de mesure de longueurs théorique

TERMES DÉNOMMANT DES PARTIES DE L'INSTRUMENT GRADUÉ

Graduation

La *graduation théorique* est réalisée sur un *bord rectiligne* d'un instrument de longueur infinie. Des marques sont régulièrement espacées, d'un espace aussi petit ou aussi grand que l'on veut. Elles sont numérotées à partir de la graduation 0 et elles vont aussi loin que l'on veut.

EXPRESSION D’ACTIONS

FONCTIONS DE LA GRADUATION DANS L’ACTION SUR LA FIGURE

La graduation sert à *mesurer des longueurs de segments* et à *reporter des longueurs* sur une ligne droite.

Mesurer la longueur d’un segment
C : Mesurer (lat. *mensuro,* mesurer, estimer, évaluer)
LTG : « *Mesurer la longueur d’un segment* »
Gd : Évaluer la longueur du segment d’après son rapport avec une unité de longueur.

Reporter une longueur
C : Reporter (lat. *porto*, porter, transporter) : placer à un autre endroit, réinscrire ailleurs.
Syn : Faire un report
LTG : « *Reporter la longueur* AB sur la demi-droite [CD) à partir du point C avec un instrument gradué. »
T : Une fois la mesure de [AB] prise, placer l’instrument de mesure le long de [CD) avec la graduation 0 au point C et faire une marque au niveau de la graduation correspondant à la mesure de [AB].
G : La propriété géométrique mise en jeu est l’*égalité de longueurs*.

ACTIONS SUR LA GRADUATION, INTERNES À L’ACTION INSTRUMENTÉE

Positionner une graduation
Syn : Mettre / placer
LTG : « *Positionner* la graduation 0 sur le point A. »

Repérer une graduation
Syn : Placer un repère / Relever / Lire
LTG : « *Placer un repère* à la graduation située au niveau du point A. »

3. Langue technique relative à l’usage des instruments matériels

L’instrument matériel est celui qui est considéré au niveau de l’intention motrice du sujet dans les composantes organisationnelle, manipulatoire et technico-figurale de l’action instrumentée. Il s’agit d’un instrument concret, d’un modèle particulier. Pour présenter le lexique technique relatif à l’usage des instruments matériels, nous avons choisi des modèles que l’élève M a eu l’occasion d’utiliser en classe.
À droite de la représentation imagée de l’instrument matériel sont indiqués les termes (noms ou groupes nominaux) qui dénomment les parties de l’instrument matériel, impliquées à la fois dans la composante technico-figurale et dans la composante manipulatoire de l’action instrumentée. À gauche de la représentation imagée de l’artefact sont notés les termes (noms ou groupes nominaux) qui dénomment les parties de l’artefact impliquées dans les composantes manipulatoire et organisationnelle de l’action instrumentée.
Au niveau de l’expression des actions internes à l’action instrumentée, nous retrouvons tout le lexique technique de la composante technico-figurale exposé précédemment, mais employé à propos des aspects corporels de la manipulation des instruments. Nous rappelons alors les différentes locutions verbales et donnons un exemple d’emploi dans un langage à visée manipulatoire (**LM**), puis nous détaillons le sens manipulatoire du verbe (**M**), en explicitant les relations mises en jeu entre le corps et l’instrument matériel. Nous procédons de même pour les termes spécifiques de la composante manipulatoire exprimant des actions internes à l’action instrumentée.

Enfin, pour le compas, nous donnons aussi des termes de la composante organisationnelle exprimant des actions externes à l'action instrumentée (actions périphériques relatives à l'apprêt du compas), avec leurs synonymes et un exemple d'emploi.

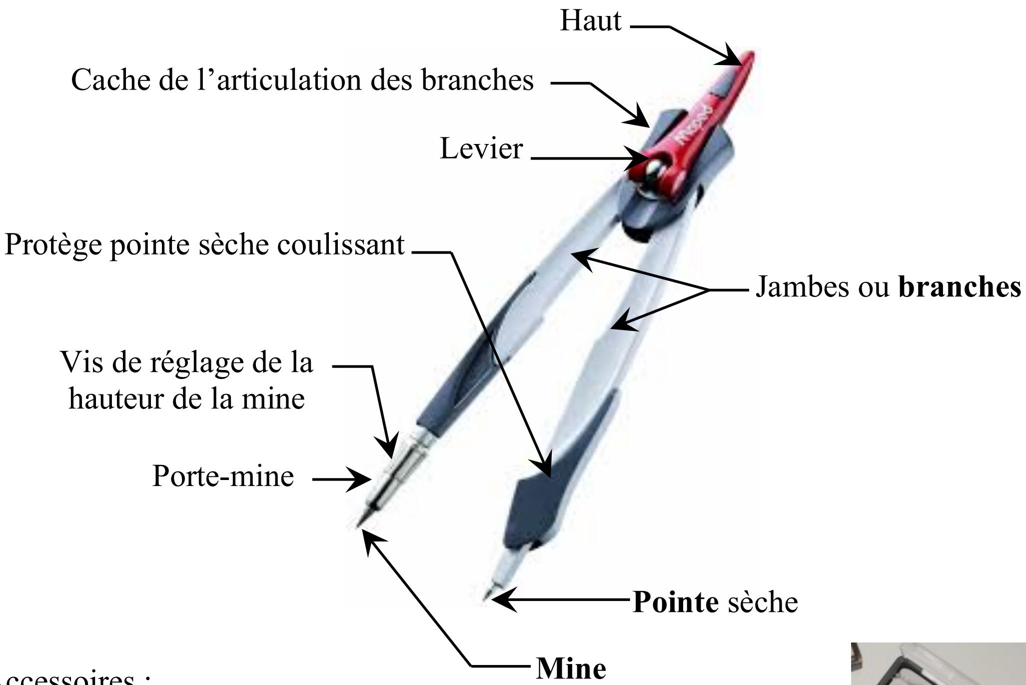
a. Termes relatifs au compas matériel

TERMES DÉNOMMANT DES PARTIES DU COMPAS

Compas d'écolier : instrument, en métal ou en plastique, composé de deux branches articulées à une extrémité, servant à tracer des cercles ou à reporter des longueurs.
La longueur des branches, voisine d'une douzaine de centimètres, est d'une taille adaptée aux mains de l'utilisateur et au support de tracé, cahier ou feuille de papier [48].

Mine du compas (du gaulois *meina,* minerai)
T : Bâton de graphite fixé à l'extrémité d'une branche du compas et qui laisse sur le papier une trace.

Pointe du compas (lat. *punctum,* issu de *pungo*, poindre dans le sens de piquer)
T : Bout très aigu situé à l'extrémité d'une branche du compas.



Accessoires :
- Un taille-mine
- Une bague universelle (interchangeable avec le porte-mine)
- Un étui avec des mines de rechange
- Une boîte pour ranger le compas et les accessoires

EXPRESSION D'ACTIONS

ACTIONS CORPORELLES SUR LE COMPAS, INTERNES À L'ACTION INSTRUMENTÉE

Appuyer / Exercer une pression
LM : « *Exercer une pression* verticale sur la branche de la pointe plus forte que sur la branche de la mine, en tournant le compas »
M : La main doit peser davantage sur la branche de la pointe pour que cette dernière reste fixe pendant le mouvement de rotation de la mine.

[48] « Compas dans toute leur diversité », L.Royer et R.Verstraete, site compas-passion.jimdo.com.

Bloquer l'articulation / Verrouiller l'écartement / Refermer le levier / Soulever le levier
LM : « *Bloquer l'articulation* des branches pour éviter un écartement inopiné durant le traçage. »
M : Une fois l'écartement des branches réalisé, une main tient le compas par une branche, tandis que l'autre referme le levier pour verrouiller l'écartement des branches.

Conserver l'écartement des branches
LM : « *Conserver* l'écartement. »
M : Ne pas fermer le compas, bloquer l'articulation des branches en actionnant le levier : tenir le compas par une branche avec une main et soulever le levier avec l'autre main.

Écarter les branches
LM : « *Écarter* les branches du compas avec les mains. »
M : La main dominante maintient la branche de compas avec la pointe plantée dans la feuille de papier. Cette branche est dans une direction proche de la verticale de telle sorte que la mine ne touche pas le support. Elle est tenue avec la pince pouce-index et repose sur le majeur (préhension tridigitale), à environ 2,5 cm de la pointe. Le poignet est en appui sur le support. La branche de la mine est tenue à la même hauteur que l'autre avec la pince pouce-index de la main non dominante, le majeur pouvant accompagner l'index. Le poignet, qui ne repose pas sur le support, tire la branche, jusqu'à **placer la mine.**

Piquer la pointe
LM : « *Piquer* la pointe du compas dans la feuille. »
M : La main dominante tient le compas par la branche avec la pointe. Cette branche est prise par la pince pouce-index et repose sur le majeur (préhension tridigitale). Elle est enfoncée dans le support.

Tourner le compas
LM : « *Tourner* le haut du compas entre le pouce et l'index de la main dominante. »
M : Faire mouvoir le haut du compas tenu entre le pouce et l'index en extension, en fléchissant progressivement l'index.

ACTIONS SUR LE COMPAS, EXTERNES À L'ACTION INSTRUMENTÉE

Ajuster à la même hauteur / Mettre au même niveau / Régler la hauteur : « *Ajuster* pointe et mine du compas *à la même hauteur* lorsque le compas est fermé. » **;** « *Régler la hauteur* de la mine au même niveau que celle de la pointe. »
Baisser / Abaisser le levier : « *Baisser le levier* pour déverrouiller l'écartement des branches. »
Coulisser : « *Coulisser* le protège pointe sèche. »
Dévisser / Desserrer la vis : « Desserrer la vis de réglage pour faire sortir la mine. »
Fermer : « *Fermer* le compas. »
Replier : « *Replier* les branches. »
Sortir / Expulser : « *Sortir* la mine du porte-mine. »
Tailler / Aiguiser : « *Tailler* la mine avec le taille-mine. »
Visser / serrer la vis : « *Serrer la vis* de réglage pour fixer la mine. » **;** « *Visser* le porte-mine. »

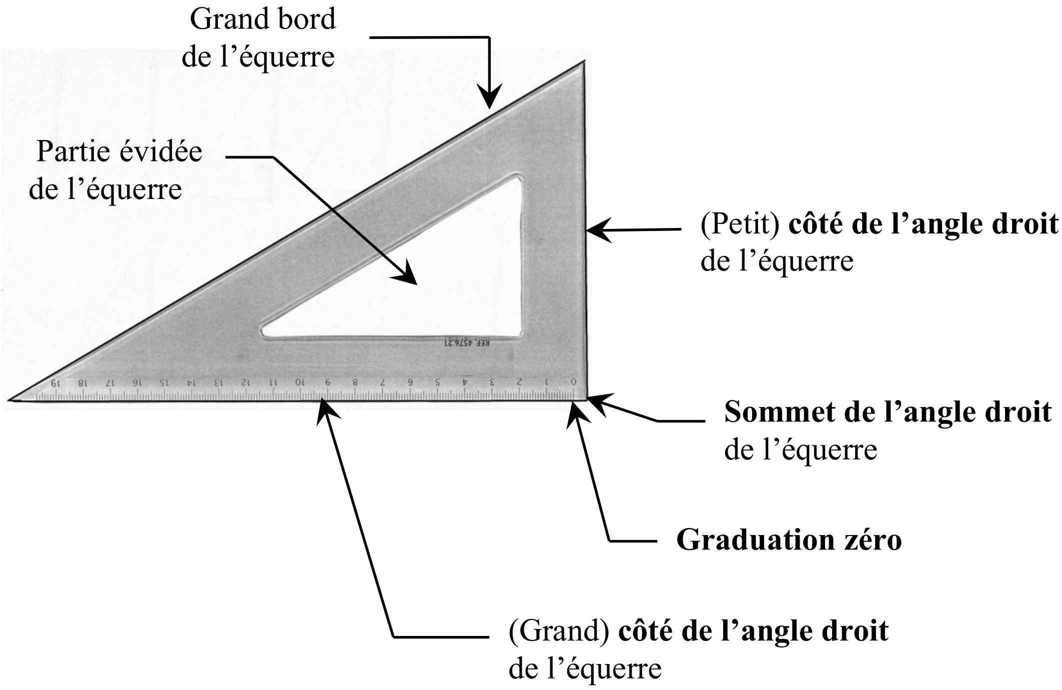
b. Termes relatifs à l'équerre matérielle

TERMES DÉNOMMANT DES PARTIES DE L'ÉQUERRE

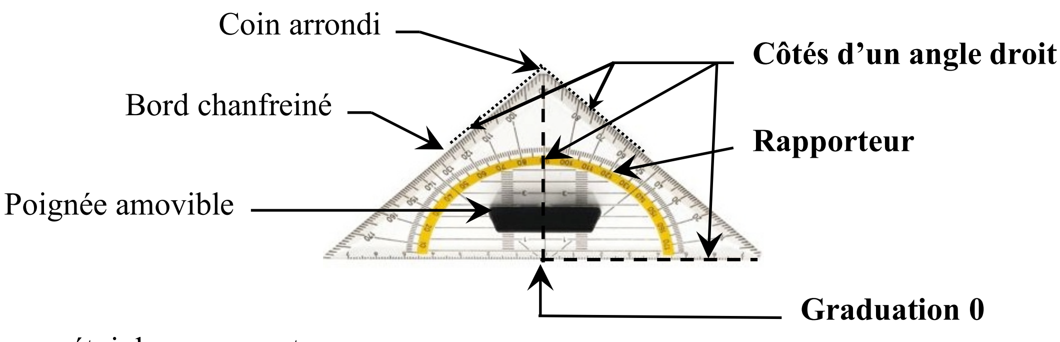
Équerre : instrument en métal, en bois ou en plastique, dont la forme présente un angle droit, destiné à tracer des angles droits ou à vérifier des angles droits.
L'équerre permet aussi de tracer des lignes droites et lorsqu'elle est graduée, elle permet également des mesures de longueur. L'équerre du commerce rassemble donc le plus souvent trois instruments.

Il existe différents modèles d'équerre, nous en présentons deux :
- l'équerre graduée combine les fonctions de trois instruments théoriques : l'équerre, la règle et un instrument de mesure de longueur. Sur certaines équerres, la graduation zéro démarre du sommet de l'angle droit, sur d'autres, à 5 mm de celui-ci ;
- l'équerre-rapporteur combine les fonctions de quatre instruments théoriques : l'équerre, la règle, un instrument de mesure de longueur et le rapporteur.

L'**équerre graduée** a la forme d'un triangle rectangle quelconque.



L'**équerre-rapporteur** a la forme d'un triangle rectangle isocèle. Sur l'hypoténuse, se trouve une graduation, de 0 à 7 cm en allant vers la gauche et de 0 à 7 cm en allant vers la droite.



Accessoire : un étui de rangement

Expression d'actions

Actions corporelles sur l'équerre, internes à l'action instrumentée

Nous ne présentons ici que les termes spécifiques à la fonction de tracer et de vérifier des angles droits. Ceux relatifs aux fonctions de tracé de ligne droite et de mesure seront présentés avec la règle graduée.

Maintenir l’équerre
LM : « *Maintenir* l’équerre. »
M : La main non dominante est posée sur l’équerre et exerce une pression pour la garder dans une position fixe durant le tracé.

Positionner l’équerre / placer / mettre / ajuster
LM : « *Positionner* l’équerre avec la main »
M : Les doigts sont posés sur l’équerre et la déplacent. En fonction de l’orientation initiale de l’équerre sur le support, mais aussi en fonction de contraintes pratiques (place disponible sur le support, longueurs des côtés de l’équerre, main souhaitée pour la maintenir), le sujet pourra réaliser différents mouvements pour aboutir au positionnement théorique souhaité :

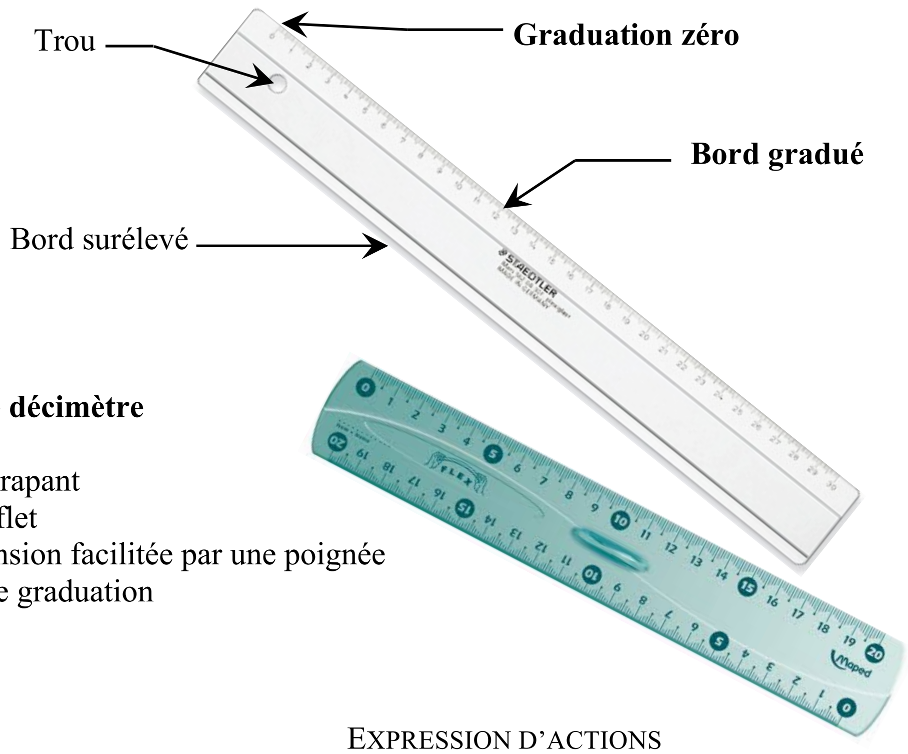
- **glisser l’équerre** ou **la coulisser le long d’une droite (ou d’une règle),** si elle est déjà dans la bonne orientation ;
- **tourner l’équerre,** par exemple autour du sommet de l’angle droit, s’il est déjà bien positionné ;
- **retourner l’équerre.**

c. Termes relatifs à la règle graduée matérielle

TERMES DÉNOMMANT DES PARTIES DE LA RÈGLE

Règle graduée : instrument long à arêtes vives et rectilignes, pour tracer des lignes ou pour mesurer des longueurs, lorsqu’elle est graduée. Une règle est généralement en bois, en métal ou en plexiglas.

Triple décimètre



Double décimètre

- antidérapant
- antireflet
- préhension facilitée par une poignée
- double graduation

EXPRESSION D’ACTIONS

ACTIONS CORPORELLES SUR LA RÈGLE, INTERNES À L’ACTION INSTRUMENTÉE

Les termes spécifiques à la fonction aux fonctions de tracé de lignes droites et de mesure avec une règle graduée sont relatifs au positionnement de la règle et à son maintien.

Maintenir la règle
LM : « *Maintenir* la règle. »
M : La main non dominante est posée sur la règle et exerce une pression pour la garder dans une position fixe durant le tracé. Les doigts sont écartés pour répartir le poids sur la règle et ne dépasse pas du bord pour ne pas gêner le tracé.

Positionner la règle / placer / mettre / ajuster
LM : « *Positionner* la règle avec la main »
M : Les doigts sont posés sur la règle et la déplacent. En fonction de contraintes pratiques et de la façon de faire choisie, le sujet pourra réaliser différents mouvements pour aboutir au positionnement théorique souhaité :
- **glisser / tourner la règle** avec les deux mains légèrement posées sur la règle ;
- glisser la règle avec une main, jusqu'à l'amener contre la mine d'un crayon tenu verticalement par l'autre main, puis tourner la règle autour de ce point.

E. Glossaire

LEXIQUE DE LA LANGUE GÉOMÉTRIQUE			
SURFACES	**LIGNES**	**POINTS**	**RELATIONS**
Angle - aigu - droit - obtus - *plat Carré Disque Losange Parallélogramme *Polygone Quadrilatère Rectangle Triangle - équilatéral - isocèle - rectangle	*Arc de cercle Axe de symétrie *Base d'un triangle Bissectrice d'un angle Cercle *Corde d'un cercle Côté d'un angle Côté d'un polygone Demi-droite Diagonale d'un quadrilatère Diamètre d'un cercle Droite Hauteur d'un triangle *Largeur d'un rectangle *Longueur d'un rectangle Médiatrice d'un segment Rayon d'un cercle Segment	Centre * Extrémité * Origine Point d'intersection Sommet **GRANDEURS** Angle Longueur	Adjacent Aligné Appartenance * Confondu * Consécutif Distance * Distinct Égalité de longueurs Équidistance * Intersection * Invariance Milieu * Opposé Parallèle Perpendiculaire * Quelconque * Sécante Symétrique

LEXIQUE DE LA LANGUE COURANTE RELATIF AUX TRACES GRAPHIQUES			
OBJETS GRAPHIQUES		**RELATIONS SPATIALES**	
TERMES	**remplacent :**	**TERMES**	**remplacent :**
			TERMES GÉOMÉTRIQUES
Bord	Côté	À côté de (l'une à côté de l'autre)	Droites parallèles
Bout	Extrémité / Origine	Croisement (de deux lignes)	Intersection
Coin	Angle / Sommet	Croiser, rencontrer	Couper
Croix	Point	En face (l'un en face de l'autre)....	Côtés opposés
Milieu	Centre	Penchées pareil (deux droites)	Droites parallèles
Pointe	Sommet		**TERMES NON GÉOMÉTRIQUES**
Rond	Cercle	Au milieu de	Au centre de
Trait	Ligne droite / Ligne courbe / Point	Droit, debout ou couché............	Vertical ou horizontal
		En face (l'un en face de l'autre) ...	Sur une même horizontale
		Penché, en diagonale	Direction oblique

LEXIQUE DE LA LANGUE TECHNIQUE		
COMPOSANTES	**ARTEFACTS**	**ACTIONS**
Technico-figurale	**PAPIER CALQUE**	Superposer / coïncider Glisser Plier Retourner Tourner
Technico-figurale	**COMPAS** Branches du compas Mine du compas Pointe du compas	Conserver / garder / prendre le même Écarter / prendre un écartement Piquer / mettre / placer la pointe Positionner / mettre la mine Reporter une longueur Tourner Tracer / faire un cercle
Manipulatoire Organisationnelle	Articulation Bague universelle Boîte de rangement Cache Étui à mines Haut Levier Mines de rechange Porte-mine Protège pointe sèche Taille-mine Vis de réglage hauteur de mine	Ajuster / régler Appuyer / exercer une pression Baisser / abaisser Bloquer / verrouiller Coulisser Dévisser / desserrer Fermer Ouvrir Refermer / soulever Replier Sortir / expulser Tailler / aiguiser Visser / serrer la vis
Technico-figurale	**ÉQUERRE** Angle droit de l'équerre Côté de l'angle droit de l'équerre Sommet de l'angle droit de l'équerre	Positionner / mettre / placer l'équerre Tracer un angle droit Vérifier / contrôler un angle droit
Manipulatoire Organisationnelle	Bord (chanfreiné) Coin arrondi Étui de rangement Partie évidée Poignée amovible	Maintenir Glisser / coulisser Tourner Retourner
Technico-figurale	**RÈGLE** Bord	Positionner la règle Prolonger un segment Relier / joindre deux points Tracer une ligne droite Vérifier / contrôler un alignement
Manipulatoire Organisationnelle	Étui de rangement Poignée Trou	Maintenir Glisser Tourner
Technico-figurale	**GRADUATION** Graduation 0 Graduation ...	Mesurer un segment Positionner / mettre / placer une graduation Repérer / lire une graduation Reporter une longueur

III. Méthodologie de l’expérimentation

L’expérimentation démarre à la fin de l’année scolaire de CM2 en 2013 et se termine à la fin de l’année scolaire de sixième en 2014. Elle est réalisée avec l’élève M, dyspraxique visuo-spatiale, dont nous avons donné le profil dans le chapitre 5, I. B. 2, et avec l’élève Bm, élève non dyspraxique de la classe de l’élève M. Ces deux élèves ont toujours été dans la même classe et ont donc suivi les mêmes enseignements depuis le début de leur scolarité.
Nous avons recueilli nos données sur 40 séances, avec des temps d’observation hors classe des deux élèves en fin de CM2 (3 séances), des temps d’observation en classe de sixième de l’élève M (22 séances), des temps de travail hors classe avec les deux élèves (8 séances) et seulement avec l’élève M (4 séances) et enfin des temps d’évaluation (3 séances). Ces séances, dépendantes de la progression d’enseignement suivie par le professeur de mathématiques des deux élèves durant leur année scolaire de sixième, sont réparties de façon inégale sur la période expérimentale. Nous avons ainsi alterné quatre périodes d’observation en classe de sixième avec des séances de travail hors classe. Nous présenterons la chronologie de l’expérimentation à la fin de la partie III de ce chapitre.

A. Temps d’observation

Nous avons tout d’abord mené des observations d’un travail à deux de l’élève M et de l’élève Bm, hors classe, sur des activités géométriques, durant trois séances en fin de CM2, en vue d’une évaluation diagnostique. Dans la première séance, l’une recevait un schéma à main levée codé que l’autre ne voyait pas, elle devait alors donner des instructions à l’autre pour qu’elle construise la figure en vraie grandeur avec règle, équerre et compas. Les figures complexes proposées étaient constituées de figures parmi rectangle, carré, losange, triangle rectangle isocèle, ayant des relations entre elles. Nous avons analysé la réalisation de l’une des quatre constructions données dans le chapitre 7, II. C. Dans la deuxième séance, il s’agissait de compléter une figure par symétrie en utilisant différentes techniques avec les instruments à disposition (papier calque, bande de papier, équerre, compas, règle). Pour ce faire, l’une donnait des instructions à l’autre. Une autre activité consistait à reconnaître la symétrie ou non symétrie de figures et à la justifier. Dans la troisième séance, la reproduction d’une figure complexe à partir d’un élément donné était à réaliser. Les deux élèves devaient se mettre d’accord au fur et à mesure sur ce qu’il fallait faire, puis l’élève M donnait des instructions pour que l’élève Bm réalise avec les instruments ce dont elles avaient convenu.
Dans ces temps d’observation, nos interventions se limitent à transmettre aux deux élèves les consignes et à les faire respecter, ainsi qu’à filmer leurs échanges : nous ne nous prononçons pas sur la validité de leur travail. Un objectif est d’identifier les moyens de communication spontanés utilisés par ces élèves autour d’une activité géométrique afin de déterminer ce qui devra être conservé ou amélioré par la suite. Un autre objectif est de faire l’état de leurs connaissances géométriques, acquises et non acquises, et l’état de leurs compétences dans l’exécution de tracés avec des instruments dans l’environnement papier-crayon, en fin de CM2.

Nous avons observé l’élève M dans sa classe de sixième, lors de séances de géométrie que nous avons aussi enregistrées. Nous étions à côté de l’élève M et avons pris des notes sur ce qu’elle faisait, de façon détaillée notamment lorsqu’il s’agissait de constructions instrumentées, nous avons pris des photos de ses productions en cours de réalisation lorsque c’était possible. Nous avons également relevé les gestes mathématiques produits par l’enseignante et les écrits au tableau. Ces données nous ont permis de reconstituer au mieux chacune des séances, sous l’angle de l’élève M. Filmer ces séances nous aurait fourni un peu

plus d'éléments, notamment sur les gestes précis que l'élève M pouvait réaliser en classe, seulement nous voulions éviter autant que possible de perturber le déroulement des activités de la classe. Nous disposons aussi de quelques observations sur l'élève Bm, voisine en classe de l'élève M, et sur d'autres élèves, lors de leurs interventions orales en classe. Nous avons ainsi assisté à vingt-deux séances : cinq sur les six consacrées au cercle, six sur les neuf consacrées aux triangles et quadrilatères ainsi que la séance de remédiation et dix sur la symétrie axiale et les propriétés des figures usuelles. L'élève M a été absente lors des séances sur la construction instrumentée de symétriques de point, de droite, de cercle, de segment et d'angle, si bien que nous n'avons pas non plus assisté à ces séances. Enfin, nous avons filmé une séance de remédiation sur les constructions de figures usuelles consacrée aux quelques élèves de la classe qui n'avaient pas réussi leur interrogation écrite sur le sujet. Nous avons analysé une partie de cette séance dans le chapitre 6, II. B. 2.
Un objectif de toutes ces observations est d'évaluer les difficultés et réussites de l'élève M en classe et d'analyser les aides qui lui sont apportées le cas échéant, ainsi que leurs effets. Un autre est de voir de quelles façons sont abordées les notions géométriques (par quelles actions, par quels langages et gestes) afin de mettre cela en relation avec ce que l'élève M et l'élève Bm sont capables de réinvestir, pour pouvoir définir des moyens de communication langagiers et gestuels cohérents avec ce qui se dit et ce qui se fait en classe, dans le travail expérimental en dyade.

B. Temps de travail hors classe

Nos interventions de travail avec l'élève M et l'élève Bm ont été réalisées hors classe, en lien étroit avec leurs séances de géométrie en classe, au niveau des activités réalisées et des connaissances géométriques travaillées. Deux séances ont eu lieu après le chapitre sur le cercle, quatre après celui sur les triangles et quadrilatères et deux en fin d'année scolaire. Les quatre séances de travail avec l'élève M seulement ont été réparties dans l'année (une au début, une à la fin et deux suite à sa période d'absence en classe). Ces différents temps de travail, que nous avons filmés, se déroulaient au collège, pendant des heures de permanence sur un créneau de 45 minutes ou sur deux créneaux de 45 minutes séparés d'une heure.
Concernant le travail de la dyade élève M - élève Bm, un des objectifs est de mettre en place des règles de fonctionnement d'un travail en dyade, où chacune des deux élèves soit impliquée de la même façon dans l'aboutissement et la réussite de l'activité géométrique proposée, tout en ayant un rôle différent, et permettre ainsi à chacune de progresser. Un autre est de conduire chacune à s'approprier des moyens de communication avec un langage partagé, porteur de connaissances géométriques. Un autre enfin est de renforcer l'acquisition de techniques de construction instrumentée valides avec règle, équerre et compas travaillées en classe et de développer la capacité à les justifier. Dans les séances de travail avec l'élève M seulement, nous avons pris tantôt le rôle que pourrait avoir un Auxiliaire de Vie Scolaire dans des échanges où l'intégralité du travail géométrique attendu est laissée à l'élève M, tantôt le rôle d'un enseignant. L'objectif est alors de faire fonctionner les moyens de communication établis avec l'élève Bm dans des activités géométriques réalisées par l'élève M.
L'apprentissage d'une communication autour d'activités de construction instrumentée avec règle, équerre et compas, a eu lieu dans les séances en lien avec les chapitres sur le cercle, les triangles et les quadrilatères, et le réinvestissement dans les séances en lien avec la symétrie axiale.

C. Temps d'évaluation

Nous avons, en amont de l'expérimentation, réalisé une évaluation diagnostique pour estimer les difficultés que pouvait avoir l'élève M dans des types de tâches de construction instrumentée et de reconnaissance perceptive de figures. Nous avons choisi des exercices extraits des évaluations nationales de CM2, mais aussi différents tests étalonnés, conçus pour établir des bilans neuropsychologiques (Évaluation des fonctions sensorimotrices et des traitements spatiaux, évaluation de l'écriture, évaluation de la manipulation des outils scolaires). Chacun de ces temps d'évaluation a été filmé.
Pour estimer la pertinence des modalités de travail développées pendant l'expérimentation, nous avons évalué les effets produits sur le travail géométrique réalisé par l'élève M dans un test final. Celui-ci comporte des exercices mettant en jeu des propriétés de la symétrie axiale, avec des constructions instrumentées à réaliser et des justifications à donner. L'élève M a passé ce test hors classe, assistée d'une Auxiliaire de Vie Scolaire, lectrice de l'énoncé, secrétaire pour écrire ses réponses et pour manipuler les instruments en suivant ses instructions. Nous avions au préalable transmis à l'Auxiliaire de Vie Scolaire le rôle qu'elle aurait à tenir dans cette évaluation. La passation de ce test a été filmée également. Afin de disposer d'éléments de réflexion sur l'impact de nos séances de travail hors classe sur les productions de l'élève M réalisées lors de ce test, nous l'avons fait passer en même temps à l'ensemble des vingt-trois élèves de sa classe, de façon individuelle et par écrit. Nous pouvons ainsi situer les résultats de l'élève M par rapport à ceux de ses pairs et notamment par rapport à ceux de l'un d'eux qui avait des problèmes de dysgraphie, non encore diagnostiqués alors, mais avérés dans les constructions géométriques qu'il pouvait produire en classe et dans ses écrits. Dans certaines questions du test pour la classe où une construction était à réaliser, nous avons ajouté la demande de description des étapes de construction. Nous disposons ainsi d'éléments sur la manière dont les instruments ont été manipulés, ce que nous ne pouvions observer pour chacun. Nous pouvons également comparer le langage utilisé par les élèves, sans qu'aucun enseignement renforcé ne leur ait été donné à ce sujet, avec celui employé par l'élève M dans ses instructions à l'Auxiliaire de Vie Scolaire.
Nous avons également fait repasser à l'élève M, en fin d'expérimentation, deux « subtests » d'un test étalonné du domaine des « Traitements visuo-spatiaux », dont les résultats obtenus étaient particulièrement faibles et présentaient un grand décalage avec la norme en début d'expérimentation. Les « subtests » choisis sont issus d'une batterie d'évaluation neuropsychologique (NEPSY) et sont en lien avec la géométrie. Les différents items proposés nécessitent une analyse visuelle d'informations spatiales et une production de gestes constructifs ou graphiques. Le « subtest Cubes » est une épreuve praxique, il évalue l'aptitude à reproduire des constructions en trois dimensions avec des cubes à partir de représentations en perspective et le « subtest Copie de figures » évalue l'aptitude à recopier des figures géométriques en deux dimensions. Nous avons ainsi recueilli des informations sur l'évolution spontanée de l'élève M en une année dans des domaines déficitaires pour lesquels aucune intervention ciblée, spéciale et spécifique n'a été proposée pendant l'expérimentation. Il s'agissait effectivement de vérifier si les éventuelles performances qui apparaîtraient lors de l'évaluation finale peuvent être attribuées à l'évolution spontanée plutôt qu'aux stratégies d'apprentissage proposées dans l'expérimentation.
Enfin, pour évaluer les progrès de l'élève M dans la construction instrumentée, nous lui avons donné à réaliser en autonomie différentes constructions réalisées une première fois en début d'expérimentation.
Rappelons que nous n'avons aucunement cherché à faire progresser l'élève M ni au niveau manipulatoire, ni au niveau organisationnel lors de l'expérimentation.

D. Chronologie de l’expérimentation (2013-2014)

	3 juill	Observations en CM2	Évaluation diagnostique pré-expérimentale, M
I	6 juin		Observations hors classe, évaluation diagnostique de M et Bm
II	1 juill		
III	4 juill		
1	7 nov	1ère période d’observation en sixième	Observations en classe (Cercle)
2	12 nov		
3	14 nov		
4	18 nov		Travail hors classe avec M
	19 nov		Non observé
5	20 nov		Observations en classe (Cercle)
6	21 nov		
7	**2 déc**		**Travail hors classe avec M et Bm**
8	**9 déc**		**Travail hors classe avec M et Bm**
	6 déc		Non observé
9	10 déc	2ème période d’observation en sixième	Observations en classe (Triangles et quadrilatères)
10	11 déc		
11	12 déc		
12	13 déc		
13	17 déc		
	18 déc		Non observé
14	19 déc		Observations en classe (Triangles et quadrilatères)
	20 déc		Non observé
15	**6 jan**		**Travail hors classe avec M et Bm**
16	13 jan		Observations en classe (séance de remédiation)
17	**13 jan**		**Travail hors classe avec M et Bm**
18	**10 fév**		**Travail hors classe avec M et Bm**
19	**17 fév**		**Travail hors classe avec M et Bm**
20	19 fév	3ème période d’observation en sixième	Observations en classe (Symétrie axiale)
21	20 fév		
22	21 fév		Observations en classe (Devoir de synthèse)
23	25 fév		Observations en classe (Symétrie axiale)
24	26 fév		
25	27 fév		
26	28 fév		Observations en classe (Correction du devoir de synthèse)
	Mars		*Elève M absente (symétrie axiale*) Non observé
27	7 avril		Travail hors classe avec M
28	14 avril		Travail hors classe avec M
29	**2 juin**		**Travail hors classe avec M et Bm**
30	3 juin	4ème période d’observation en sixième	Observations en classe (Figures usuelles)
31	4 juin		
32	5 juin		
33	**10 juin**		**Travail hors classe avec M et Bm**
34	11 juin		Travail hors classe avec M
35	12 juin		TEST FINAL : M et AVS // Classe entière
36	20 oct		Évaluation diagnostique post expérimentale de M

Chapitre 10

Observations pré-expérimentales

Ce chapitre porte sur nos observations pré-expérimentales réalisées à la fin de l'année scolaire de CM2 de l'élève M et en début de celle de sixième.
Nous exposons tout d'abord les analyses et résultats des différents tests passés par l'élève M pour évaluer ses difficultés manipulatoires, organisationnelles et de représentation spatiale. Nous présentons ensuite l'évaluation diagnostique du travail en dyade de l'élève M et de l'élève Bm réalisée en classe en fin de CM2. Nous terminons par l'analyse de la première période d'observation en sixième de l'élève M autour de la séquence d'enseignement sur le cercle.
L'objectif principal des évaluations et des observations est d'identifier les difficultés rencontrées par l'élève M dans les activités géométriques qui lui sont proposées.

Chronologie des séances étudiées dans le chapitre 10

<table>
<tr><td></td><td rowspan="4">Juin
Juillet
2013</td><td rowspan="4">Observations en CM2
hors classe</td><td>Évaluation diagnostique M</td></tr>
<tr><td>I</td><td rowspan="3">Évaluation diagnostique de M et Bm</td></tr>
<tr><td>II</td></tr>
<tr><td>III</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>1</td><td rowspan="6">Novembre
2013</td><td rowspan="6">1ère période
d'observation
en sixième</td><td rowspan="3">Cercle (en classe)</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Travail hors classe avec M</td></tr>
<tr><td>5</td><td rowspan="2">Cercle (en classe)</td></tr>
<tr><td>6</td></tr>
</table>

Sommaire du chapitre 10

I. Évaluation diagnostique de l'élève M en fin de CM2

Nous avons fait passer différents tests à l'élève M en fin de son année scolaire de CM2 afin d'évaluer les conséquences de ses difficultés organisationnelles, manipulatoires et perceptives dans les constructions géométriques. Notre analyse de ces tests porte donc essentiellement sur les composantes organisationnelle et manipulatoire de ses actions instrumentées et sur les productions qui en découlent. Nous avons de nouveau proposé ces tests à l'élève M en fin d'expérimentation afin d'examiner l'évolution dans ses domaines déficitaires. Les deux premiers sont des constructions géométriques à réaliser avec des instruments (une figure simple avec l'équerre graduée et une figure complexe sur quadrillage avec le compas) ; les deux derniers sont des tests étalonnés de reproduction (copie de figures à main levée et assemblages de cubes à partir d'une représentation plane).

A. Carré à compléter

Il s'agit de compléter, à l'aide d'une équerre et d'une règle graduée, un carré dont un côté de 3 cm est déjà tracé. Une orientation oblique est donnée à ce côté (voir ci-contre) pour ne pas encourager des constructions au jugé qui pourraient s'appuyer sur des directions horizontales ou verticales. On laisse suffisamment de place en dessous pour la construction. Par la suite, nous nommons [AB] ce côté.

L'élève M dispose d'une équerre classique sans poignée en plexiglas dont la graduation 0 est décalée du sommet de l'angle droit ; elle dispose également d'une règle. Elle commence par positionner en même temps règle et équerre, puis dit pouvoir construire sans règle.
Elle positionne son équerre correctement pour tracer le côté droit du carré, puis elle la glisse de quelques millimètres vers le haut pour ajuster le trait de la graduation 0 sur le côté du carré déjà tracé (Image n°1). Elle instrumentalise ainsi l'équerre pour pouvoir tracer le côté du carré d'une longueur de 3 cm directement. Ce faisant, elle perd de la précision au niveau de l'angle droit qu'elle s'apprête à tracer. Au niveau manipulatoire, cette action est réalisée de façon correcte : sa main droite à plat sur la feuille de tracé maintient celle-ci et sa main gauche, qui est sa main dominante, à plat sur l'équerre, effectue un petit déplacement de cette dernière.

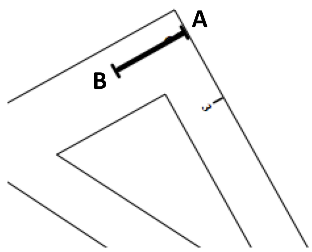


Image n°1

L'élève M maintient ensuite l'équerre de sa main droite avec trois doigts serrés placés en bas de l'équerre, elle prend son crayon de la main gauche et trace le long de l'équerre, à droite, en remontant de la graduation 3 à la graduation 0. Cette posture inconfortable, qui tente d'éviter le croisement de mains lors du tracé, fragilise le maintien de l'équerre. De plus, l'élève M cache toute visibilité sur le côté du carré déjà présent avec sa main gauche pendant le tracé. Quand elle enlève l'équerre, elle constate que les deux côtés du carré ne sont pas reliés : un espace de deux millimètres apparaît entre les extrémités qui devraient être communes pour former le sommet A.
Elle tourne alors un peu la feuille, ce qui va lui permettre de tracer dans une bonne posture : tracé presque horizontal de la main gauche en maintenant l'équerre en dessous avec sa main droite. Cependant, elle se sert de l'équerre comme d'une règle qu'elle oriente au jugé avec la graduation 3 sur le sommet A (Image n°2). Ensuite, elle démarre son tracé 3 mm avant la graduation 0.

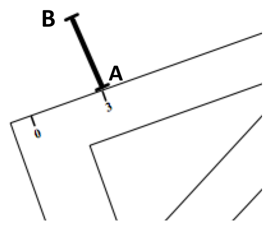


Image n°2

Le côté obtenu a une longueur de 3,3 cm. Elle ne s'en aperçoit pas. Elle gomme son premier essai de tracé, le deuxième essai juste à côté est un peu effacé aussi.
Ensuite, elle place son équerre pour le troisième côté, en superposant le trait de la graduation 0 sur le deuxième côté (Image n°3) : le tracé obtenu est correct et réalisé dans une posture confortable car cette fois le tracé se fait le long de l'équerre, à gauche.

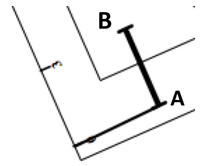
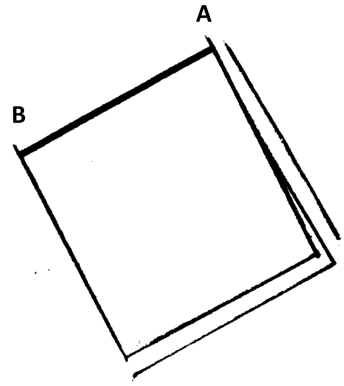


Image n°3

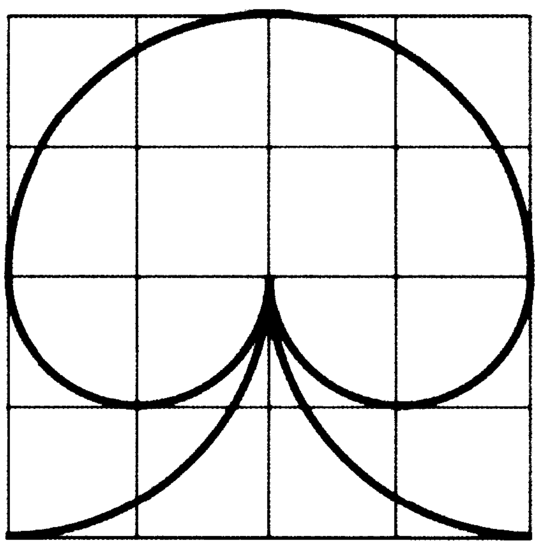
Elle s'aperçoit que le quatrième côté ne vaudra pas 3 cm (il a 3,3 cm de longueur), elle remesure le premier côté tracé, l'efface, puis retrace les trois côtés du carré en procédant comme avant. Enfin, elle gomme les tracés ratés. Ceux-ci restent apparents.
La figure obtenue est correcte dans une finalité graphique avec une marge d'un millimètre d'erreur ; cependant, elle n'est pas soignée : des traces des différents essais restent quelque peu visibles, même après avoir été gommées (nous les avons rendues encore plus visibles sur la figure ci-contre). La construction du carré est incorrecte dans une finalité géométrique puisque le premier angle droit a finalement été obtenu au jugé, sans utilisation de l'angle droit de l'équerre, même si, au départ, l'angle droit de l'équerre formé par la graduation 0 avec un de ses côtés avait été positionné au bon endroit avec un décalage de deux millimètres.



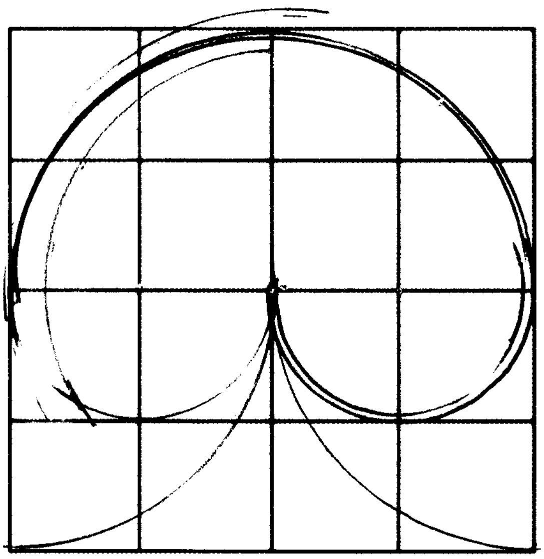
Ainsi, dans cette construction instrumentée d'un carré, différentes difficultés sont présentes. Aux niveaux manipulatoire et perceptif, un manque de précision apparaît dans le positionnement de l'équerre et dans le repérage sur les graduations. Abstraction faite de la précision, les difficultés de l'élève M résident non pas dans le positionnement de l'angle droit de l'équerre par rapport aux angles droits du carré, mais dans la nécessité de prendre en plus en compte la contrainte d'un tracé à réaliser sans croiser les mains : pour l'élève M, il s'agit de maintenir l'équerre de sa main droite et de tracer de la gauche. Une orientation adéquate du support est à choisir pour que la posture de tracé soit confortable tout en permettant une bonne visibilité de la zone de tracé, ce que l'élève M ne réussit pas à obtenir en même temps qu'un bon positionnement de l'équerre. Enfin, au niveau organisationnel, gommer l'essai raté après l'avoir refait n'est pas judicieux car il est impossible avec la gomme d'effacer un seul trait parmi deux traits très proches.

B. Construction au compas sur quadrillage

La figure ci-contre est extraite des évaluations nationales de CM2 de mai 2013. Elle est composée de trois demi-cercles et deux quarts de cercles dont il faut identifier les centres ainsi que les extrémités sur les nœuds du quadrillage. Elle admet un axe de symétrie vertical : deux demi-cercles ont le même rayon d'un côté de carreau et les deux quarts de cercle ont un rayon de deux côtés de carreau. La figure est à reproduire sur un quadrillage de quatre lignes et de quatre colonnes, de même dimension que le modèle. Le quadrillage pour la construction est placé à droite du modèle, ce qui facilite le repérage des lignes. L'élève M a déjà fait une première fois cet exercice en classe.



L'élève M dispose de son compas, muni d'une vis de blocage de l'écartement des branches. Elle commence par piquer la pointe de son compas au centre du quadrillage et à prendre un écartement de deux diagonales de carreaux, puis elle tourne son compas pour réaliser un arc dans l'air. Elle procède de la même manière en changeant de centre, ensuite elle fixe un rayon de quatre côtés de carreaux et fait deux nouveaux essais mimés. Elle refait son premier essai de centre et de rayon avant de tracer les deux quarts de cercle. Dans la réalisation des différents essais, l'élève M tient son compas par la branche de la pointe, de la main gauche. La position du modèle à gauche du quadrillage de tracé l'empêche de voir le modèle lorsqu'elle fait ses essais puisque sa main gauche nécessairement le cache. Le support de tracé est en effet conçu pour les élèves droitiers : ceux-ci manipulent leur compas de la main droite et peuvent donc voir le modèle en même temps qu'ils tracent. L'élève M effectue le tracé du quart de cercle situé à gauche avec la tenue du compas par la branche, de la main gauche, et le tracé du quart de cercle de droite en faisant tourner le compas tenu par le haut entre les doigts de sa main droite. Les deux tracés obtenus sont précis.
Elle trace ensuite le petit demi-cercle de droite avec une imprécision de 2 mm pour le rayon, elle refait alors ce tracé de façon plus précise. Pour ces tracés, elle manipule le compas en le tenant des deux mains : la branche avec la pointe dans la main gauche et le haut du compas dans la main droite. Pour le deuxième petit demi-cercle, le support bouge alors qu'elle démarre son tracé, elle pose donc sa main gauche à plat sur le support et termine le tracé en tenant son compas par le haut, de la main droite.
Elle fait ensuite deux essais de centre pour tracer le demi-cercle manquant, la pointe du compas glisse sur la table, le support bouge alors qu'elle tient le compas avec ses deux mains. Elle trouve le centre, fait un premier tracé avec un rayon trop grand de 2 mm. Elle resserre les branches au jugé et trace un arc sans se préoccuper du point de départ, le rayon est cette fois trop petit de 5 mm. Elle gomme et retrace avec un rayon correct de deux côtés de carreaux. La pointe bouge lors du tracé, elle la replace et refait le tracé. Elle ne s'arrête pas à temps et gomme la partie en trop.



La figure obtenue présente des traces des essais d'ajustement de rayon pour deux des demi-cercles, ce qui fait que le résultat n'est pas soigné. L'élève M est bien parvenue à identifier centres et rayons des arcs de cercle suite à différents essais de tracé dans l'air. Elle repère aussi les imprécisions dans la prise des rayons une fois les tracés réalisés et elle parvient à les améliorer, mais en n'étant plus attentive à la localisation des extrémités des arcs.
Des difficultés manipulatoires et organisationnelles apparaissent quand il s'agit à la fois de maintenir le support, faire tourner le compas en maintenant fixe la pointe et en laissant une visibilité pour contrôler le tracé en cours de réalisation.

C. Tests étalonnés

Les « subtests » choisis sont issus d'une batterie d'évaluation des compétences neuropsychologiques de l'enfant de 3 à 12 ans (NEPSY) et sont en lien avec la géométrie. Les différents items proposés nécessitent une analyse visuelle d'informations spatiales et une production de gestes graphiques (« subtest Copie de figures ») ou constructifs (« subtest Cubes »).

1. Copie de figures à main levée

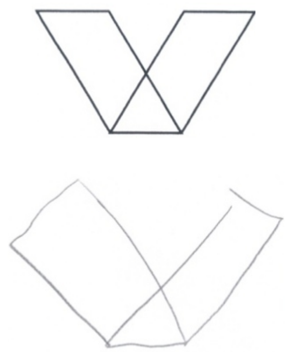
Le « subtest Copie de figures » a été étalonné en 2003 avec un échantillonnage de 1000 enfants américains et de 325 enfants français de 3 ans à 12 ans 11 mois. Il donne des informations sur les capacités du sujet à coordonner activité motrice et aptitudes visuo-spatiales et aussi sur les capacités à utiliser un outil (le crayon) pour planifier un comportement visuo-moteur.

L'épreuve conduit à la production de gestes graphiques à partir d'informations visuelles. Dix-huit figures géométriques sont à reproduire à main levée sans utiliser de gomme. Trois ou quatre figures sont présentées sur une page en format paysage dans la première ligne d'un tableau. Chaque figure est à reproduire en dessous de son modèle, dans la deuxième ligne du tableau. Seules les quatre premières figures sont usuelles : un trait vertical, un trait horizontal, un cercle et un carré. Les autres sont inhabituelles et d'une complexité croissante, elles peuvent présenter des intersections, des alignements, un parallélisme, différents angles, des lignes courbes. Chaque figure est notée en fonction de quatre critères. Sont évalués, selon les constructions :

- la rectitude des lignes (un tracé est considéré comme droit s'il reste à l'intérieur d'une bande de 10,5 mm),
- l'orientation des lignes (le décalage du tracé d'une verticale ne doit pas excéder 30° par rapport à la verticale, il en est de même pour l'horizontale),
- l'ouverture des angles,
- les dépassements ou les espaces aux intersections ou aux points de fermeture des figures (ils sont acceptables s'ils n'excèdent pas 5 mm),
- le respect des proportions (avec une marge d'erreur),
- les positions relatives des figures,
- l'allure générale,
- le nombre de lignes ou de points.

Pour chaque figure, la note 1 est attribuée lorsqu'un critère est respecté et 0 sinon. Chaque figure est donc notée sur 4 points. La note totale obtenue au test, note brute, est ensuite convertie en note standard à l'aide d'une table de conversion qui met en relation l'âge du sujet et les différentes performances possibles. Cette note standard suit une échelle de 1 à 19. L'étalonnage est construit de telle sorte que la note moyenne soit à 10. La zone de normalité se situe alors entre 8 et 12. Les notes sont pathologiques entre 1 et 4, elles sont faibles entre 5 et 7, fortes entre 13 et 15, et excellentes entre 16 et 19.

En fin de CM2, l'élève M obtient une note standard faible égale à 7, soit 3 points en dessous de la moyenne. Ses neuf premières figures sont réussies. Sur les neuf dernières, des erreurs apparaissent dans des orientations de lignes, dans des positions relatives d'éléments et dans les proportions. Des imprécisions sont également parfois présentes avec des espaces et des dépassements.

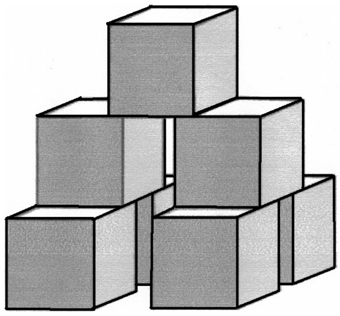


Nous donnons ci-contre l'exemple de l'item 17. Le modèle est en haut et la copie faite par l'élève M est en dessous (les deux figures ont été réduites à 50 %).

Dans la copie, le parallélisme à la base commune des deux parallélogrammes n'est pas respecté. De plus, le parallélogramme de droite n'est pas fermé et il est « plus étroit » que celui de gauche. Au niveau des réussites, la base des parallélogrammes est bien horizontale et les deux parallélogrammes s'élèvent à partir d'une même base triangulaire.

2. Cubes

Le « subtest Cubes », comme le précédent « Copie de figures », fait partie du domaine des traitements visuo-spatiaux de la batterie d'évaluation des compétences neuropsychologiques NEPSY. Il permet de situer les performances du sujet par rapport à ce qui est attendu pour son âge relativement à ses aptitudes visuo-constructives et à sa capacité à passer d'un modèle bidimensionnel à un modèle tridimensionnel. Il permet d'évaluer, mais de façon non approfondie, les compétences sollicitées telles que l'analyse perceptive et spatiale du modèle à un niveau global et à un niveau local avec l'analyse des relations entre les différents cubes, ainsi que la planification des étapes de l'exécution de la construction (Noël, 2007).



Item 10

Treize modèles de construction en deux dimensions à reproduire en trois dimensions avec des cubes tous identiques et unicolores sont proposés. À chaque fois, la représentation de la construction est présentée sur un chevalet et on donne le juste nombre de cubes pour la réaliser. Une durée de 30 s maximum est laissée pour réaliser la construction des sept premiers items et de 60 s pour les six derniers. La représentation plane des assemblages est en perspective cavalière avec des cubes opaques et les faces foncées sur le plan frontal. Les assemblages proposés sont de plus en plus complexes. Plusieurs variables didactiques permettent cela :

- le nombre de cubes varie de 2 à 8,
- les assemblages sont réalisés sur un plan ou sur plusieurs plans,
- les cubes peuvent être apparents, partiellement ou entièrement cachés.

Chaque construction correcte est cotée 1 point si la construction est identique au modèle et 2 points pour les items de 8 à 13 si en plus elle est achevée en moins de 15 s. Elle est cotée 0 point si elle n'est pas terminée dans le temps imparti, si elle ne tient en place pas plus de 3 s ou si elle est incorrecte : une erreur correspond à un ou plusieurs cubes omis, mal placés ou inversés de 45°. Comme pour le « subtest Copie de figures », la note brute (nombre total de points obtenus) est convertie en note standard à l'aide d'une table de conversion. Cette note suit aussi une échelle de 1 à 19 : les mêmes interprétations en termes de normalité peuvent donc être réalisées.
En fin de CM2, l'élève M obtient une note standard pathologique égale à 4, ce qui représente un grand écart par rapport à la norme. Trois de ses assemblages sont réalisés de façon incorrecte. Dans l'un, on constate un espace là où il devrait y avoir contact entre deux arêtes de cubes. Dans les deux autres, un cube est mal placé : il lui reste un cube non utilisé dans un item et elle est demandeuse d'un cube supplémentaire dans un autre item. Par ailleurs, aucune des six dernières constructions n'est réalisée en moins de 15 s.

D. Bilan sur les difficultés de l'élève M

Les quatre tests de l'évaluation diagnostique passés par l'élève M en fin de son année scolaire de CM2 apportent des informations sur ses difficultés dans la réalisation d'activités géométriques sollicitant des compétences praxiques et visuo-spatiales.
Les deux premiers tests, l'un étant un carré à compléter à partir d'un côté sans contrainte sur les instruments à utiliser, l'autre une reproduction de figure au compas sur quadrillage, ont conduit l'élève M à manipuler des instruments : l'équerre graduée dans le premier test et le compas dans le second.

Les deux productions obtenues sont peu précises et paraissent peu soignées, les tracés erronés restant apparents. D'une part, l'élève M a commis des erreurs dans la lecture des graduations de l'équerre ou alors n'a pas réussi à placer la mine de son crayon précisément au niveau de la graduation souhaitée. D'autre part, elle a fait preuve de difficultés manipulatoires en lien avec un manque d'organisation dans sa gestion des contraintes corporelles et matérielles : d'abord pour avoir une bonne visibilité sur le lieu des tracés (elle trace en effet parfois sans la possibilité de contrôle visuel), ensuite pour tracer sans avoir les mains croisées, et enfin pour réaliser deux tâches simultanément (tracer le long de l'équerre tout en la maintenant, et aussi tourner le compas avec un appui plus important sur la pointe que sur la mine tout en maintenant le support). Les conséquences de tout cela – pointe du compas qui glisse, support qui bouge, tracés imprécis – conduisent l'élève M à abandonner un usage correct des instruments, pourtant à chaque fois initialement adopté : à un moment donné, l'équerre n'a plus qu'une fonction de règle avec l'angle droit obtenu au jugé, et pour ce qui est de l'utilisation du compas, le rayon d'un arc de cercle est pris au jugé et son point de départ n'est plus considéré.
Les deux tests, en plus de mettre à jour les difficultés de l'élève M à manipuler des instruments matériels tels l'équerre et le compas, donnent aussi un aperçu de ses connaissances géométriques et techniques dans des activités géométriques qu'elle a déjà rencontrées à l'école primaire. Pour la construction du carré, elle fait bien le choix de l'équerre pour produire deux angles droits et elle utilise les graduations pour obtenir trois côtés de même longueur et vérifier le quatrième. Elle néglige cependant la nécessité géométrique d'utiliser l'angle droit de l'équerre lorsqu'elle doit résoudre ses difficultés d'ordre pratique. En outre, elle instrumentalise l'équerre graduée, par économie gestuelle, en se servant de l'angle droit formé par le trait de graduation 0 et le côté gradué. Pour la construction de la figure au compas, elle cherche bien à identifier les centres et rayons des arcs de cercle, mais elle fait parfois preuve d'un manque de technique dans son utilisation du compas.
Les deux derniers tests passés par l'élève M, « Copie de figures » et « Cubes », permettent de la situer par rapport aux enfants du même âge dans ses capacités à reproduire une figure à main levée et à réaliser une construction avec des cubes à partir d'une représentation plane.
L'élève M obtient des résultats en deçà des notes standards de la zone de normalité aux deux tests étalonnés : une note faible de 7 est attribuée à ses copies de figures à main levée et une note pathologique de 4 l'est à ses constructions avec des cubes. Cela laisse donc supposer un retard de l'élève M, par rapport aux enfants du même âge, dans la coordination de son activité motrice et de ses aptitudes visuo-spatiales, ainsi que dans sa planification d'étapes de l'exécution d'actions. Ces résultats sont conformes au diagnostic de dyspraxie visuo-spatial qui a été posé pour l'élève M et sont aussi en cohérence avec les difficultés importantes observées dans les constructions instrumentées à l'équerre graduée et au compas des deux premiers tests.

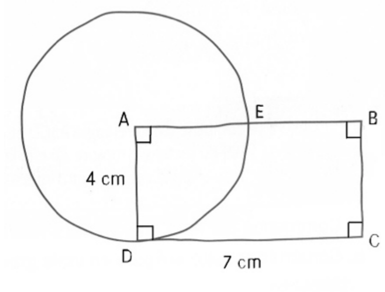
II. Évaluation diagnostique du travail en dyade de l'élève M et de l'élève Bm en fin de CM2

Dans cette partie II, nous présentons nos observations et analyses du travail en dyade de l'élève M et de l'élève Bm autour de trois constructions instrumentées réalisées hors classe, à la fin de leur année scolaire de CM2. Les transcriptions de ces activités sont en annexe 10.
Les deux premières constructions sont extraites de la séance I, consacrée à cinq constructions instrumentées à réaliser à partir de schémas à main levée. Durant cette séance, une des deux élèves donne des instructions à l'oral pour que l'autre construise la figure en vraie grandeur

avec ses instruments. L'élève qui donne les instructions voit ce que l'autre trace, mais l'élève qui trace n'a pas accès au schéma qui sert de modèle, elle peut demander des informations supplémentaires si besoin. Les deux élèves alternent les rôles à chaque nouvelle construction. Nous nous intéressons ici aux constructions n°1 et n°3 où l'élève M ne manipule pas les instruments (Annexe A10. Séance I). Rappelons que l'analyse de l'activité des deux élèves relative à la construction n°2 est présentée dans le chapitre 7, II. C.
La troisième construction étudiée est extraite de la séance III (Annexe A10. Séance III). Il s'agit de la reproduction d'une figure complexe. Les deux élèves voient le modèle, elles doivent se mettre d'accord sur la manière de faire, et l'élève Bm exécute ensuite ce qui est décidé avec les instruments.

A. Construction n°1

Les deux élèves sont assises à l'angle d'une table, l'une est installée de quart par rapport à l'autre.
Dans une première phase, l'élève M donne des instructions que l'élève Bm suit avec ses instruments. Dans une deuxième phase, l'élève Bm a aussi accès au schéma, les deux élèves discutent ensemble de la validité de la production obtenue puis elles écrivent un programme de construction.



Construction n°1

La figure est composée d'un cercle et d'un rectangle. Ces figures peuvent être reconnues perceptivement sur le schéma car le dessin à main levée est proche d'une construction qui aurait été faite avec les instruments. Le codage des quatre angles droits du quadrilatère ABCD permet de savoir qu'il s'agit bien d'un rectangle. Ses dimensions sont données : sa largeur est de 4 cm et sa longueur est de 7 cm. En plus des codages d'angles droits et de longueurs, certaines informations doivent être prélevées sur le schéma : A est le centre du cercle, D est un sommet du rectangle qui se trouve sur le cercle de centre A. Ainsi, le segment [AD], largeur du rectangle, est un rayon du cercle : ce cercle a pour centre A et comme rayon 4 cm. On peut prélever aussi le fait que le point E est le point d'intersection du cercle et du segment [AB], en revanche, il n'est pas légitime de lire que ce point est le milieu du segment [AB], même si visuellement il y paraît, puisqu'aucun codage de l'égalité des longueurs AE et EB ne le signifie. Un raisonnement d'ailleurs permet d'affirmer qu'il ne l'est pas : [AB], longueur du rectangle ABCD, a pour longueur 7 cm. E est un point du cercle de centre A de rayon 4 cm donc [AE] a pour longueur 4 cm. E est sur le segment [AB] et se situe donc à 4 cm du point A, tandis que le milieu du segment [AB] se situe à 3,5 cm du point A.

Dans la première phase de travail, l'élève M demande successivement à l'élève Bm de :
1. tracer un rectangle défini par sa largeur, sa longueur et son orientation sur le support,
2. coder les angles droits, puis nommer les sommets,
3. positionner le point E au milieu de [AB],
4. tracer le cercle de rayon AE et de centre A.

L'élève M caractérise le rectangle par sa largeur et sa longueur et donne en plus une information spatiale, en employant le terme « couché », qui montre que l'orientation de la figure sur le support a de l'importance pour elle et aussi qu'elle appréhende le rectangle en terme de surface. Elle donne des instructions à propos des angles droits après avoir demandé le tracé du rectangle. « mettre les angles droits » ou « faire les angles droits » signifie pour elle coder les angles droits ou peut-être vérifier à l'équerre, puis coder les angles droits : c'est

ce que fait l'élève Bm. Pour l'élève M, ce codage fait partie de la figure à reproduire, ce n'est pas le cas pour les indications de longueur 4 cm et 7 cm qu'elle ne demande pas d'écrire.
L'élève Bm trace le rectangle à la règle graduée en orientant la règle au jugé horizontalement, elle tourne la feuille d'un quart de tour pour tracer les largeurs. Elle vérifie ensuite avec l'équerre, après avoir construit la figure, qu'elle possède quatre angles droits avant de les coder. L'angle droit n'est pas pour elle une condition nécessaire à mettre en œuvre de façon instrumentée dans la construction du rectangle. Elle le construit ainsi en se plaçant dans une finalité graphique.
L'élève M définit la position du point E visuellement sur [AB] : E est au milieu (M : « Il est au milieu de [AB], ça se voit tout de suite ! // *Elle pointe le point E sur le schéma* »).
Elle ne donne au départ que le rayon du cercle à tracer, puis complète par la donnée du centre au vu de la réaction de l'élève Bm :

M : Tu vas faire un cercle de rayon AE.
Bm *prend l'écartement AE au compas, le tourne autour de E sans tracer,* un cercle de rayon AE ?
M : Attends, le centre du cercle, c'est A.

Dans la deuxième phase de travail, l'élève M perçoit que le cercle ne passe pas par le point D sur la figure obtenue (M : « Ah non, le cercle, il descend plus bas // *Elle pointe le point D* »). Elle donne alors l'instruction du tracé du cercle de centre A passant par D. L'élève Bm le réalise au compas après avoir gommé le premier essai de cercle. Les deux élèves ont la conviction que le point E du schéma est le milieu du segment [AB] et à aucun moment ne remettent en cause leur perception. L'élève Bm exprime un doute sur sa construction parce que le point E est à 3,8 cm du point A au lieu de 3,5 cm, mais finalement les deux élèves s'accordent pour accepter cette marge d'erreur de 3 mm.

Concernant le langage, un vocabulaire géométrique correct est utilisé par l'élève M dans ses instructions : rectangle, longueur, largeur, angle droit, milieu, cercle, rayon, centre. Seul le terme « coin » de la langue courante est employé à la place de « sommet » pour le rectangle. Des difficultés de formulation apparaissent dans l'échange entre les deux élèves lorsqu'elles essaient d'exprimer le fait que E est le milieu du segment [AB], pour l'écrire dans le programme de construction qu'elles doivent rédiger. Au départ, l'élève M l'avait formulé ainsi dans ses instructions : « Au milieu de AB, tu vas mettre E », ce qui est correct si elle considère [AB] comme un segment, tout en laissant cette information implicite à l'oral. Elle le reformule de façon incorrecte en introduisant le terme « entre », ce qui enclenche une discussion :

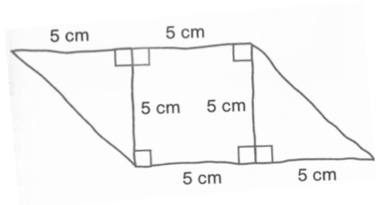
M : Euh, on met, entre AB on met E au milieu.
Bm : Non euh
M : On met E à 3,5 cm de A.
Bm : Euh attends, euh, comment ça se dit ? Intercale ? Non !
M : Non. Regarde, entre A et, entre le segment A et B, on met au milieu E
Bm : On trace ... non. Non, non, non !
M : On met le point E entre A et B !
Bm *écrit « On met le point E entre A et B ».*

Lorsque l'élève M donne la distance du point E au point A, elle laisse implicite le fait que le point E appartient au segment [AB] et lorsqu'elle situe le point E entre A et B, c'est-à-dire sur le segment [AB], elle perd l'information de l'équidistance de E avec les points A et B. La formulation « On met E à 3,5 cm de A » et celle retenue « On met le point E entre A et B » sont donc incomplètes. Par ailleurs l'expression « entre le segment A et B » est incorrecte.

Les gestes sont aussi utilisés comme moyen de communication par les deux élèves. Dans la première phase, l'élève Bm réalise un geste mimétique de tracé d'un cercle avec le compas en prenant comme centre E et comme rayon AE alors que l'élève M lui a demandé de tracer un cercle de rayon AE sans lui en préciser le centre. Ce geste, suivi de la répétition orale de l'instruction de l'élève M, conduit cette dernière à donner l'information manquante. Dans la deuxième phase de travail, l'élève M réalise un geste mimétique de tracé de cercle analogue pour donner l'instruction de tracer un cercle de centre A passant par D, sauf qu'elle le fait avec ses doigts. Son geste n'est pas concordant avec le terme « diamètre » qu'elle emploie à la place de « rayon » (M : « À moins que le diamètre, ce soit ça // *elle place son index sur A, son pouce sur D puis parcourt un début de cercle avec le pouce qui tourne autour de l'index* »). L'élève Bm suit l'instruction véhiculée par le geste, qui est conforme à ce qu'elle peut observer sur le schéma à main levée.
Enfin, des gestes déictiques de parcours et de pointage sont aussi utilisés par les deux élèves lorsqu'elles échangent autour de la production obtenue. Ces gestes, accompagnés du terme déictique « ça », se substituent au vocabulaire géométrique (Bm : « Ça // *elle parcourt de A au cercle dans la direction de D,* ça fait 3,5 ; ça // *elle parcourt de A à D,* ça fait 4 »).

B. Construction n°3

L'élève M reçoit le schéma à main levée de la troisième construction. Elle est chargée de donner des instructions à l'élève Bm pour qu'elle réalise cette construction en vraie grandeur, avec ses instruments.

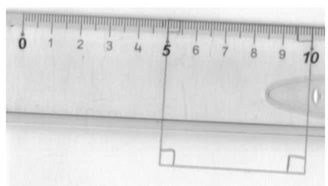


Construction n°3

La figure est composée d'un carré et de deux triangles rectangles isocèles, qui ont chacun un côté commun avec le carré. L'indication 5 cm est notée à côté de chacun des segments qui ont cette longueur et tous les angles droits sont codés. Les trois figures peuvent être reconnues perceptivement sur le schéma à main levée. Les quatre angles droits et quatre côtés de même longueur 5 cm permettent de confirmer que le quadrilatère situé entre les deux triangles est bien un carré. L'angle droit et les deux côtés de longueur 5 cm du triangle montrent qu'il s'agit d'un triangle rectangle isocèle. L'assemblage des trois figures forme un parallélogramme dont une base est constituée d'un côté du carré et d'un côté de 5 cm d'un triangle. L'alignement de ces côtés se déduit du codage : ils forment chacun un angle droit avec un autre côté du carré. Le parallélisme des deux bases se déduit aussi du codage des angles droits.
L'élève M demande d'abord le tracé d'un « carré de 5 cm sur 5, toujours en marquant les angles droits ». L'élève Bm trace la figure avec sa règle graduée placée au jugé, puis vérifie chacun des angles à l'équerre et les code. Elle a déjà procédé ainsi pour le rectangle de la construction n°1 et l'élève M a fait de même pour celui de la construction n°2 (étudiée dans le chapitre 7, II.C). Les deux élèves se placent ainsi dans une finalité graphique lorsqu'elles font leurs constructions instrumentées. Elles semblent toutes deux associer le codage de l'angle droit à une action de vérification à l'équerre d'un angle déjà tracé, à rectifier si besoin. L'élève M l'explique ainsi :

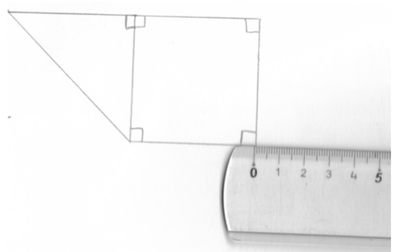
> E : Tu lui as demandé de vérifier l'angle droit. Ça sert à quoi ?
> M : Ben, parce que sinon, c'est pas un angle droit. Si on trace un rectangle sans vérifier à l'équerre, faut le recommencer.

Des constructions ultérieures vont confirmer le fait que la vérification des angles droits à l'équerre répond seulement à un rituel : on ne vérifie un angle droit que si on doit le coder. Ainsi, la technique de construction mise en œuvre ne mobilise que des connaissances spatiales avec la production de côtés verticaux et horizontaux, et elle est incorrecte dans une finalité géométrique. Les deux élèves utilisent la même technique ; la seule différence entre elles réside dans les productions qu'elles obtiennent : celles de l'élève Bm sont précises et ne laissent pas supposer une construction au jugé pour qui n'a pas vu sa façon d'utiliser les instruments, tandis que celles de l'élève M sont très imprécises.
Une fois le carré construit, l'élève M invite l'élève Bm à construire chacun des deux triangles rectangles en prolongeant de 5 cm un côté du carré, puis en traçant le dernier côté du triangle. Pour cela, elle s'exprime dans un langage technique courant (M : « Tu vas prolonger le trait en haut de 5 cm » / « tu relies à celui d'en bas »). Dans ses instructions, l'élève M ne nomme pas les points et utilise en conséquence de nombreuses indications spatiales (en haut, en bas, à droite, à gauche). Elle éprouve aussi le besoin de se déplacer pour orienter son schéma comme la construction en cours (M : « Euh, faut que je me mette derrière toi, c'est plus simple. *Elle va derrière Bm.* Euh, à gauche »). Le langage utilisé par l'élève M contient des implicites, par exemple lorsqu'elle demande de « relier à celui d'en bas ». La précision « au segment d'en bas » encore incomplète conduit néanmoins au tracé attendu car l'élève Bm le devine. La nécessité de l'emploi d'un langage précis ne se fait donc pas sentir.
À l'élève Bm qui place sa règle et s'assure que le positionnement répond à la demande de prolongement, l'élève M explicite ce que signifie « prolonger » par des gestes iconiques de parcours de la ligne à tracer, réalisés dans l'air : elle déplace par deux fois sa main dans l'air dans une direction horizontale. Ces gestes sont destinés à montrer l'orientation du trait à tracer et sont associés au terme « droit » (M : « Droit, comme ça »).
L'élève Bm place sa règle graduée pour prolonger le segment en en contrôlant la mesure. Elle procède ainsi peut-être par économie gestuelle ou alors parce qu'elle ne s'autorise pas à faire des traits de construction. Cela la conduit à réaliser un des deux prolongements en orientant la règle de façon visuelle.
Son positionnement de règle est correct pour le prolongement à gauche (voir ci-contre) : *l'élève Bm place la graduation 5 sur l'extrémité gauche du côté du carré, la règle le long du côté et elle trace un trait allant de la graduation 0 à la graduation 5*.



Prolongement à gauche

Une très petite partie de la règle est placée sur le côté du carré à prolonger pour le prolongement à droite (voir ci-contre) : l'*élève Bm place la graduation 0 sur l'extrémité droite du côté du carré, oriente la règle visuellement de façon horizontale et trace le long, de la graduation 0 à la graduation 5*.
Cela n'empêche pas l'obtention d'une production précise.



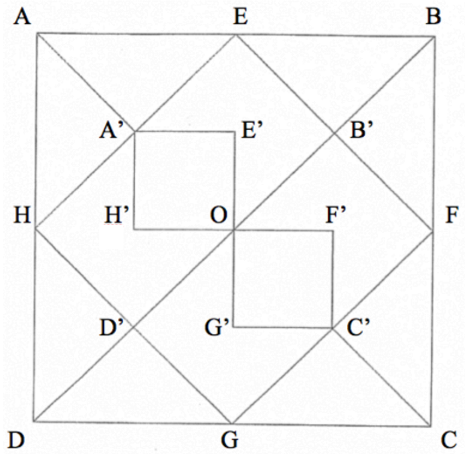
Prolongement à droite

Dans les deux cas, l'élève Bm effectue donc un tracé le long de la règle de la graduation 0 à la graduation 5 : à gauche cela permet d'avoir la règle sur tout le segment, mais pas à droite.

Durant les constructions de la séance I, notre rôle par rapport au travail de la dyade consiste juste à transmettre les consignes de travail : nous ne nous prononçons pas sur la validité des techniques utilisées, ni sur les productions obtenues. Il en est de même pour l'activité de reproduction de la figure complexe suivante, réalisée lors de la séance III.

C. Reproduction d’une figure complexe

1. Présentation



Il s’agit de reproduire la figure ci-contre à partir d’un segment donné, légèrement incliné par rapport à l’horizontale et correspondant au côté [AB] de la figure. Le segment donné a une longueur un peu plus grande que celle du segment du modèle.
Les instruments autorisés sont la règle non graduée, l’équerre non graduée et le compas. Les points sont nommés ici pour faciliter la description, mais ils ne l’étaient pas sur le support des élèves.

L’analyse visuelle ou instrumentée de cette figure complexe à reproduire doit permettre d’une part la reconnaissance des figures simples qui la composent (carrés, rectangles et triangles), et d’autre part la perception des relations géométriques existantes (égalité de longueurs, milieu, angles droits, alignements). Il est nécessaire ensuite de définir une chronologie de tracé. Plusieurs sont possibles.
Au niveau des tracés instrumentés, la règle ou un des côtés de l’équerre permet de tracer une ligne droite, l’équerre permet de tracer un angle droit, le compas permet de faire des reports de longueur, et cela de façon immédiate. Aucun des instruments ne permet d’obtenir directement le milieu d’un segment. Pour trouver les milieux des côtés du carré ABCD, on peut construire le centre O du carré par l’intersection de ses diagonales : le tracé de la perpendiculaire à un côté passant par O coupera ce côté en son milieu. Les milieux des côtés du carré EFGH peuvent être construits par intersection des côtés de EFGH avec les diagonales de ABCD et les points E’, F’, G’ et H’ par intersection de diagonales de carrés (OA’EB’, OB’F’C’, OC’GD’ et OD’HA’) dont ils sont le centre. Ils peuvent être aussi construits, de façon plus économique, par intersection des diagonales de EFGH avec les côtés de A’B’C’D’.

L’élève M est installée à côté de l’élève Bm. Toutes deux voient le modèle à reproduire. L’élève M a la tâche de donner des instructions pour réaliser la construction. Si l’élève Bm est d’accord avec elle, elle les suit en manipulant les instruments, sinon les deux élèves discutent jusqu’à se mettre d’accord pour que l’élève Bm puisse réaliser les tracés. À aucun moment de l’activité nous n’intervenons pour valider ce que propose chacune des deux élèves, ni pour lever les désaccords. Nos interventions se limitent d’abord à faire respecter les consignes en empêchant l’élève M d’utiliser les instruments à la place de l’élève Bm et en faisant en sorte que les élèves échangent pour se mettre d’accord. Ensuite, elles consistent à demander à l’élève M d’apporter des précisions quand son langage contient des implicites qui ne posent pas de problème de compréhension à l’élève Bm, et que par conséquent elle ne relève pas.

L’activité s’est finalement déroulée en deux phases. Dans une première phase, les deux élèves travaillent ensemble comme prévu. Dans une deuxième phase, l’élève M manipule aussi les instruments et chacune refait la construction de façon individuelle. Les transcriptions sont en annexe 10 (A10. Séance III).

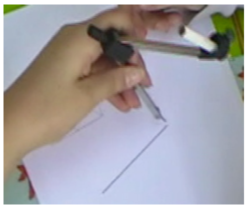
2. Analyse de la première phase

Sur le modèle, la reconnaissance des figures (carré ABCD et le carré EFGH et les deux petits carrés) ainsi que celle de relations et propriétés géométriques (milieu de segments, égalités de longueurs de côtés) est réalisée par perception visuelle par les deux élèves. Aucune propriété n'est vérifiée avec les instruments. Il apparaît au fur et à mesure de la construction que les deux élèves sont d'accord pour une même chronologie des tracés :

1. Construction du carré ABCD à partir du segment [AB] donné
2. Tracé des diagonales du carré ABCD
3. Construction du carré EFGH
4. Gommage de traits de construction
5. Construction de OH'A'E' et de OF'C'G'

Pour la construction du carré ABCD, l'élève M signale dès le départ la propriété d'égalité de longueurs des côtés du carré. Elle l'exprime par la formulation « même longueur » complétée de gestes déictiques désignant les objets qu'elle considère : pointage simultané des extrémités du segment [AB] avec le pouce et l'index sur le modèle et parcours avec l'index du segment analogue sur la reproduction. Elle propose ensuite deux techniques de report de longueur, l'une avec les doigts en prenant la longueur AB avec l'écartement pouce - index (6. M : « Tu fais comme ça avec tes doigts // *Elle place son pouce et son index aux extrémités du segment* ») et l'autre avec l'équerre (8. M : « Tu fais un petit repère en fait sur l'équerre »). L'équerre à disposition est une équerre en bois non graduée : l'élève M semble vouloir réinvestir la technique de report de longueur à l'aide d'une bande de papier, qu'elle a découverte lors de la séance II, en remplaçant la bande de papier par un bord de l'équerre en bois. L'élève Bm n'adhère pas aux deux propositions de l'élève M : elle prend l'écartement AB avec le compas et essaie d'exposer son idée. L'élève M l'interrompt en lui prenant le compas des mains, puis elle donne des instructions sur ce que l'élève Bm doit faire avec, cependant qu'on lui rappelle son rôle (13. E : « Attends. Tu lui dis »). Ses instructions sont composées en grande partie de gestes, relatives à l'utilisation du compas qu'elle propose :

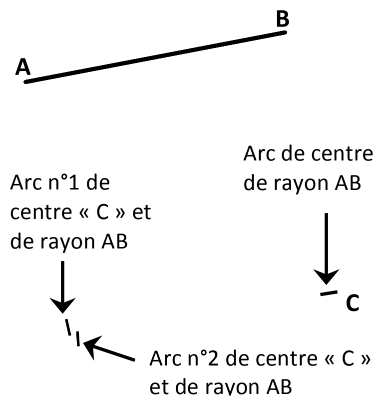
14. M : Donc, tu vas piquer là // *elle pointe B avec l'index puis met la pointe du compas près de B,* et hop // *mouvement du poignet avec le compas*
15. Bm : D'accord
16. E : Et hop quoi ?
17. M : Et hop elle fait un repère.



L'élève M utilise un langage technique accompagné d'un geste déictique de pointage avec l'index et du terme déictique « là » pour indiquer que la pointe du compas doit être en B. Les objets géométriques ou graphiques ne sont pas formulés verbalement : l'extrémité B du segment est montrée et l'arc de cercle à tracer reste implicite. L'arc doit résulter de la rotation du compas que l'élève M mime avec l'instrument, la pointe du compas étant placée approximativement sur le point B. Son geste ébauché permet de montrer la zone dans laquelle elle souhaite le tracé. Elle nomme finalement « repère », terme de la langue courante, la trace graphique à réaliser au compas. Ce terme est habituellement utilisé lorsque l'on fait des reports de longueur sur une droite : on place par exemple des repères sur la droite au niveau de graduations de la règle. Le petit trait tracé forme une croix avec le trait représentant la droite et permet donc de localiser précisément un point. Les deux élèves considèrent probablement aussi les repères tracés comme des points, comme le montre cet échange un peu plus tard dans la construction :

31. E : Tu lui précises, elle « relie » quoi ?
32. M : Elle relie les …, les euh, les les les les, les euh …
33. Bm : Alors ? Tu trouves un mot ?
34. M : repères
35. E : Tu es d'accord Bm, ce sont les repères qu'il faut relier ?
36. Bm : Oui

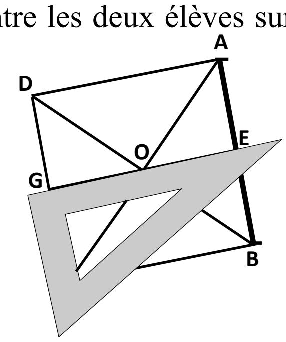
L'élève M renouvelle son instruction initiale, en langage technique courant, sans plus cette fois faire de gestes (19. M : « Après, tu repiques à ton repère, tu fais un autre petit repère »). L'élève Bm évalue au jugé le lieu des sommets du carré pour savoir à quel endroit faire les traits de compas. Cela est conforme à ce que l'élève M proposait par ses gestes mimétiques. Pour l'élève M, ces deux reports de longueur au compas sont suffisants pour pouvoir tracer ensuite le carré ; l'élève Bm, elle, effectue une vérification en comparant la dernière longueur du côté [AD] du carré à AB, avec le compas. Elle constate que les longueurs ne sont pas égales (lorsque la pointe du compas est sur l'arc n°1, la mine va plus loin que le point A). L'élève M semble attribuer l'erreur à une mauvaise prise du rayon avec le compas (25. M : « T'as pas pris la bonne »), en tout cas elle ne conteste pas la technique employée mais remet en cause la précision de la manipulation du compas (27. M : « C'est toi qui as mal fait ! C'est pas moi ! »).



L'élève Bm trace un autre arc (Arc n°2 ci-contre) en déplaçant un peu la pointe de son compas sur l'arc de centre B et de rayon AB où se situe le point C. Elle vérifie alors l'égalité des longueurs AD et AB en plaçant la mine du compas sur A et ajustant sa pointe sur l'arc « repère » du point D (Arc n°2).
Elle trace ensuite les trois côtés manquants du carré ABCD avec l'équerre, utilisée dans sa fonction de règle, en servant des « repères » (arc de centre B et de rayon AB et arc n°2). La production obtenue est précise.

Comme dans leurs constructions de la séance I, les deux élèves ne prennent en compte de façon instrumentée que les égalités de longueurs des côtés du carré. La propriété des angles droits du carré est mise en œuvre de façon visuelle. Elles ne font aucun contrôle d'angle droit à l'équerre, ce qui confirme l'idée que seul le codage de l'angle droit les conduit à ce type de vérification.

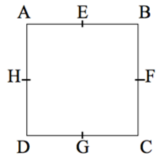
L'élève M donne ensuite l'instruction du tracé des diagonales du carré en employant le terme géométrique « diagonales ». Elle indique aussi qu'il y aura des traits de construction (39. M : « On gommera après, hein, t'inquiète pas »). Elle perçoit donc bien la sur-figure [AC] obtenue par prolongement de [AA'] et [CC'] de façon visuelle.
L'élève M perçoit également bien la position relative de EFGH par rapport à ABCD et reconnaît aussi en EFGH un carré (44. M : « Bon, après, tu prends le milieu de tous les segments, tu fais un carré à l'intérieur »). Un désaccord apparaît entre les deux élèves sur la technique d'obtention du milieu de chacun des côtés.



L'élève Bm commence par prendre le compas, comme le lui suggère l'élève M, puis elle prend l'équerre, ne voyant pas comment trouver le milieu du côté avec le compas (51. Bm : « C'est pas si facile hein, au compas ! ») Elle place l'équerre sur le point O en l'orientant au jugé perpendiculairement au côté [DC] du carré et elle trace [GE] (voir ci-contre).

L'élève M, quant à elle, propose l'utilisation du compas en réduisant l'écart DC à la moitié par resserrage des branches. Elle enfreint les règles de communication établies pour présenter sa technique de construction en la réalisant avec le compas et en exprimant partiellement son action dans un langage technique courant :

55. M : Faut prendre hop // *elle écarte le compas sur [DC] : pointe sur D, mine sur C.*
Hop, tu rétrécies à la moitié // *elle resserre les branches en amenant la mine sur G.*
56. Bm : Ah ben maintenant c'est facile, pendant qu't'as l'trait !// *elle pointe G.*
57. M : Tu fais l'repère, regarde, ça va tout seul ! *Elle pique en D, fait un repère en H*
Hop, tu piques là // *elle pique en H,* ça arrive là // *mine sur A*
Hop, tu piques là //*elle pique en A, mine sur E*
Y'a un décalage « minulieu », alors ça va aller hein, *pique en B, mine sur F*

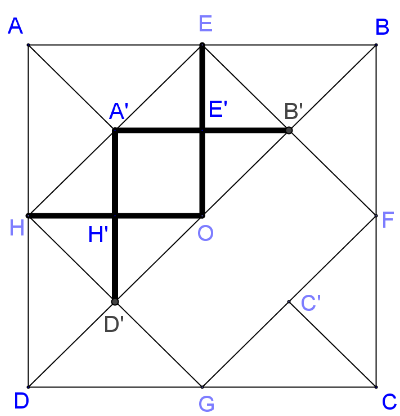


L'élève M observe un petit décalage lorsqu'elle place son compas sur [AE] par rapport au point E placé suite au tracé du segment [EG] par l'élève Bm. Elle valide cependant sa technique en jugeant l'erreur acceptable. Cette méthode par tâtonnement ne convient pas à l'élève Bm car, pour trouver l'écartement du compas qui correspond à la moitié d'un côté, l'élève M a utilisé le point G milieu de [DC], présent grâce à son tracé du segment [EG]. L'élève M ne semble pas s'en rendre compte :

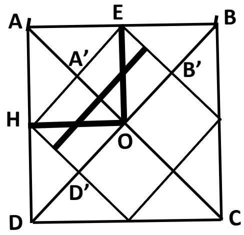
66. E : Ça veut dire quoi tu « fais pas tout direct » ?
67. Bm : Ben, euh, je fais pas sans savoir où sont les traits.
68. M : Mais moi je sais où ils étaient ! Oh.

Avant de tracer le carré EFGH, l'élève Bm termine sa technique en traçant [HF] avec l'équerre utilisée comme règle et placée au jugé. Peut-être se sert-elle aussi des repères en H et F placés au compas par l'élève M. Au final, aucune des deux techniques proposées pour obtenir le milieu d'un segment n'est valide dans une finalité géométrique : l'élève M prend l'écartement du compas au jugé pour avoir la moitié de la longueur d'un côté et l'élève Bm oriente sa règle au jugé en la faisant passer par le point O.
Un nouveau désaccord apparaît entre les deux élèves par rapport aux traits de construction à gommer. L'élève M anticipe sur la construction des deux dernières figures et veut garder les diagonales [A'O] et [OC']. Or, l'élève Bm prend l'initiative de les effacer, en plus des traits de construction qui lui ont servi à trouver les milieux E, F, G et H des côtés du carré de départ. Les deux élèves ne parviennent pas non plus à se mettre d'accord sur la technique de construction des deux petits carrés restants.

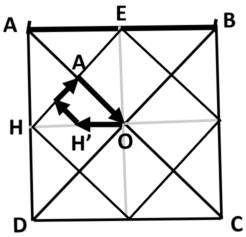
L'élève Bm propose le tracé des deux segments [A'B'] et [A'D']. Elle présente sa technique dans un langage courant avec des termes déictiques (94. Bm : « Je trace un trait là, un trait ici »), accompagné de gestes déictiques de parcours : avec la gomme du crayon, elle parcourt sur la figure de A' à B', puis de A' à D' et ensuite elle fait le contour du carré OH'A'E' cherché. L'élève M réfute l'idée proposée par l'élève Bm (101. M : « Celle de Bm c'est pas bien parce que elle ne sait pas exactement où c'est. La mienne c'est plus simple »). Son premier argument reprend l'objection que lui avait faite l'élève Bm sur sa façon de trouver le milieu de [DC].



L'élève M souhaite tracer le segment dont les extrémités sont les milieux des segments [D'H] et [B'E], et utiliser les intersections de ce segment avec les segments [EO] et [HO] (en gras sur la figure ci-contre). Pour cela, elle propose de prendre la moitié de HD' (*elle pointe au jugé le milieu de [HD']*) et de la reporter sur [A'O] (*elle pointe au jugé le milieu de [A'O]*) et aussi de prendre la moitié de HO (*elle pointe le milieu de [HO] repéré au jugé*).

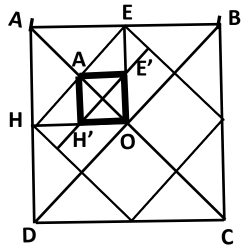


Elle fait ensuite le contour avec son doigt d'un trapèze qui n'est pas le carré voulu : elle va de O à H', de H' au milieu de [HA'], de ce milieu à A' et de A' à O (en gras sur la figure ci-contre).



L'élève Bm à plusieurs reprises évoque l'idée que les milieux ne peuvent être trouvés facilement (111. Bm : « T'as pas les gradués », 139. Bm : « T'as pas les mesures exactes »).

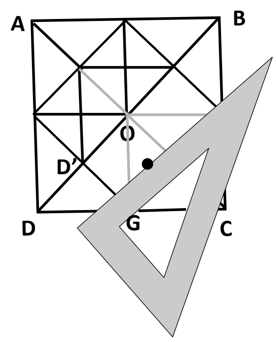
L'élève M ne réussit pas à expliciter sa technique de façon complète, elle pointe des points dont elle veut se servir, mais elle se perd ensuite lorsqu'elle essaie de faire le contour du petit carré AE'OH' à construire (en gras sur la figure ci-contre). L'élève Bm ne le remarque pas, cependant le fait que l'élève M utilise son doigt pour parcourir la figure n'aide pas à visualiser les tracés souhaités de façon précise.



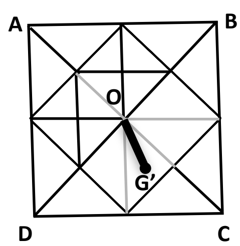
La technique de l'élève Bm est valide dans une finalité géométrique à condition d'avoir déterminé les points E, F, G et H autrement que de façon tâtonnée. Celle de l'élève M s'appuie encore sur l'utilisation de milieux de segments trouvés au jugé. D'après les échanges entre les deux élèves, il semble que chacune reste sur son idée, sans chercher à comprendre celle de l'autre, avec la conviction d'avoir la technique la plus simple et la plus facile. Il est alors décidé que les deux techniques soient testées. L'élève Bm construit le carré A'E'OH' et l'élève M le carré OF'C'G'.

3. Analyse de la deuxième phase

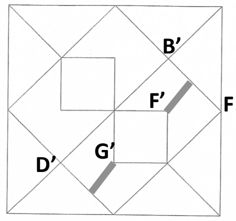
L'élève M observe le modèle et place la mine du crayon visuellement au milieu du segment [D'G] sur la reproduction (dans les faits, la mine est à 2 cm du point D' et à 1 cm du point G). Elle place ensuite un bord de l'équerre contre la mine en lui donnant approximativement une direction parallèle à [DB]. Elle fait alors une marque contre le bord de l'équerre, là où elle imagine le point G'. (Cette marque est représentée par un gros point (●) le long de l'équerre sur la figure ci-contre).



Elle trace alors le segment [OG'], puis essaie de poursuivre le tracé du carré, mais elle s'aperçoit que cela ne fonctionne pas. Elle n'arrive pas à se repérer, elle se perd dans toutes les lignes tracées, que ce soit les traits apparents ou les traits de construction dont il reste des traces (112. M : « Mais, qu'est-ce qu'elle m'a fait ? J'y r'trouve plus dans ton bazar, toi maintenant ! » / 119. M : « Ben j'essaie de le refaire, mais je comprends rien avec les gommages de Bm »).



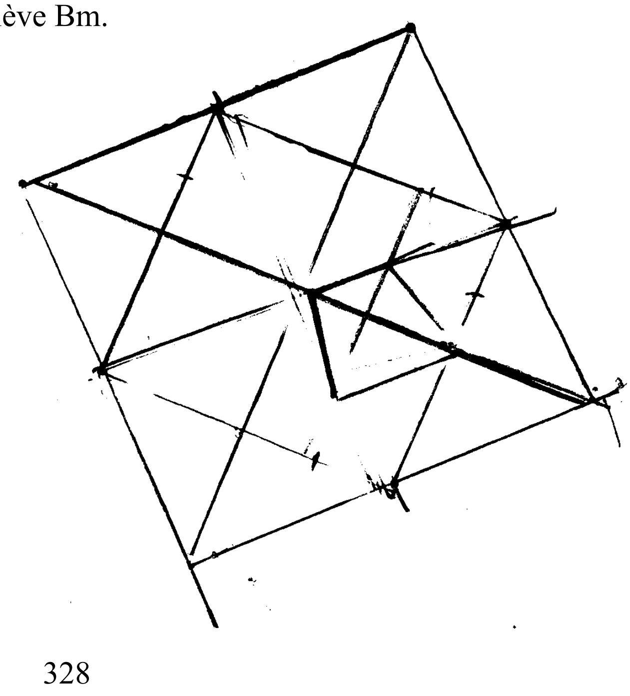
Ni le langage qu'elle emploie, ni les gestes déictiques qu'elle réalise ne lui permettent de communiquer précisément la technique de construction qu'elle veut mettre en œuvre. Elle réessaie d'exprimer ce qu'elle veut faire dans un langage courant alors qu'elle effectue le tracé des deux segments voulus sur le modèle. Elle laisse cette fois verbalement implicite le fait qu'elle veut utiliser des milieux. L'alignement de ces milieux avec G' et F' apparaît dans son utilisation d'un bord de l'équerre et dans l'emploi du terme « continuer » de la langue courante :



117. M : Un truc comme ça
// *Elle trace du milieu de [D'G] à G' avec l'équerre.*
Un autre là, pour continuer
// *Elle trace de F' au milieu de [B'F] avec l'équerre.*
Et voilà !

Sollicitée de nouveau pour formuler son idée, elle exprime en plus son souhait de « prendre un point d'intersection », sans préciser les segments considérés pour l'obtenir. Le fait que les points ne soient pas nommés contribue à cela. Elle refait ensuite la construction du carré OF'C'G', toujours en plaçant sa règle au jugé pour avoir la diagonale (F'G'). La figure obtenue est visuellement imprécise, elle ne semble pas s'en apercevoir.
Les deux élèves refont ensuite la reproduction de la figure complète de façon autonome, toujours à partir du premier segment [AB] tracé.
L'élève M utilise son compas pour construire le carré ABCD comme l'élève Bm l'avait fait dans leur construction commune : elle prend l'écartement AB et trace un « repère » en C, puis en D, elle s'aperçoit que la mine de son compas n'atteint pas le point A lorsque la pointe est en D, elle recommence alors en agrandissant un peu les arcs en C et D mais la longueur DA est toujours plus grande que AB. Contrairement à l'élève Bm, l'élève M ne réussit pas à anticiper de façon précise la localisation des sommets C et D du carré. L'angle en B qu'elle obtient au jugé est supérieur à l'angle droit de 8°. Elle gomme les arcs en C et D, reprend l'écartement AB avec son compas, commence cette fois par faire un arc en D en prenant A comme centre, elle place ensuite la pointe de son compas sur cet arc et fait un arc en C, qu'elle intersecte par un arc de même rayon et de centre B. Elle trace alors ABCD en utilisant un bord de l'équerre. Le carré obtenu est très imprécis : les côtés [AD] et [BC] ont la même longueur que [AB] mais le côté [DC] a 3 mm de plus, en outre, seul l'angle en A est droit tandis que l'angle en B vaut 93°, l'angle en C vaut 86° et l'angle en D vaut 91°. Elle trace ensuite les deux diagonales du carré. Un décalage de 2 mm apparaît au niveau des sommets A et D. Elle poursuit la construction en prenant au compas un écartement qui lui semble correspondre à la moitié de AB et elle fait des reports de longueur pour obtenir les points E, F, G et H. Elle trace le carré EFGH puis ses diagonales qu'elle gomme puis refait. Les tracés restent très imprécis. Elle construit le carré OF'C'G' en utilisant la même technique au jugé que pour la reproduction réalisée avec l'élève Bm.

La reproduction obtenue ne convient pas (figure ci-contre). L'élève M s'en aperçoit mais elle ne parvient pas à l'améliorer.
Les imprécisions sont dues d'une part aux angles droits du carré ABCD obtenus par orientation de la règle au jugé et également à des milieux de segments placés au jugé, et d'autre part aux difficultés manipulatoires de l'élève M qui ne parvient pas à relier deux points de façon précise en utilisant un bord rectiligne de l'équerre.



D. Bilan sur les difficultés de l'élève M

Les modalités de travail en dyade choisies ont conduit l'élève M et l'élève Bm à échanger autour de trois constructions géométriques, soit pour se comprendre, soit pour se mettre d'accord. Ainsi, dans les deux premières constructions, l'élève M a la charge de donner des instructions à partir d'un schéma codé afin que l'élève Bm le réalise en vraie grandeur avec ses instruments. L'élève Bm n'a pas accès au schéma de ces constructions, contrairement à la dernière où les deux élèves doivent se mettre d'accord au fur et à mesure sur la technique de construction à mettre en œuvre, avant que l'élève Bm ne l'exécute. Dans ce travail en dyade, l'élève M est donc essentiellement en situation de s'exprimer sous forme langagière à propos de constructions géométriques, en étant déchargée de toute manipulation d'instruments.

Elle manifeste des difficultés à donner des instructions précises à l'élève Bm sur ce qu'elle souhaite lui faire tracer. D'abord, ses propos contiennent des implicites : elle peut les compléter parfois verbalement lorsque les actions de l'élève Bm ne sont pas conformes à ce qu'elle attend ; la plupart du temps cependant, ils restent inaperçus parce que l'élève Bm anticipe sur ce qui est à tracer, même sans avoir vu le schéma. Ensuite, l'élève M fait usage de nombreux gestes pour compléter ses manques langagiers : gestes mimétiques avec ou sans instrument pour une utilisation du compas (tracé de cercle, report de longueur), gestes déictiques ou iconiques pour indiquer les objets (graphiques ou géométriques) considérés, présents ou à construire. Ces gestes, en complément du discours, ne sont cependant plus suffisants pour expliquer la technique de tracé du petit carré dans la reproduction de la figure complexe. L'incapacité de l'élève M à réussir à donner des instructions langagières et à se faire comprendre s'est en effet surtout révélée dans cette construction pour laquelle, à deux reprises, elle s'est emparée des instruments afin d'agir elle-même : la première fois en commentant partiellement son action, la seconde fois sans plus rien dire, suite à de vaines tentatives de formulations (138. M : « Je l'fais. J'vais l'faire, comme tu comprends rien à mon idée ! »)

Au niveau du langage, l'élève M emploie un langage géométrique lorsqu'il s'agit de décrire les figures planes (cercle caractérisé par son centre et son rayon, rectangle défini par sa longueur et sa largeur, carré défini par son côté). Elle parle également de « diagonale » et de « segment » de façon appropriée, mais utilise tout autant à la place de « segment » le terme « trait » de la langue courante, voire une fois le terme de « truc ». Pour le reste, elle emploie essentiellement un langage technique courant avec d'une part des verbes d'action, technique ou courant, à réaliser avec la règle (relier, prolonger, continuer) et avec le compas (piquer, reporter, prendre la moitié, rétrécir à la moitié), et d'autre part des termes de la langue courante pour parler des objets graphiques (« coin » pour « sommet », « repère » pour « arc de cercle », « trait » pour « segment ») et également pour donner des informations spatiales (« en haut », « en bas », « à gauche », « à droite », « droit » dans le sens d'horizontal, « au milieu », « couché »).

Les deux premières constructions ont mis en effet en évidence l'importance accordée par l'élève M aux relations spatiales. Lorsqu'elle utilise les instruments dans la dernière construction, elle s'appuie d'ailleurs beaucoup sur sa perception visuelle : écartement du compas au jugé de la moitié d'un segment pour placer son milieu, orientation de la règle au jugé verticalement ou horizontalement pour produire un angle droit. L'élève Bm partage cette façon de faire pour l'angle droit, mais pas pour le placement du milieu d'un segment : elle n'a cependant pas réussi à convaincre l'élève M de l'invalidité de sa technique. En outre, la construction réalisée de façon autonome par l'élève M ne peut l'informer de l'emploi d'une technique incorrecte vu son incapacité à réussir avec précision ses tracés.

III. Première période d'observation en sixième : séquence sur le cercle

La première période d'observation en sixième est relative à une séquence d'enseignement sur le cercle. Elle comprend six séances, dont cinq réalisées en classe et une hors classe avec l'élève M seulement. Nous avons numéroté les séances par ordre chronologique. Nous présentons nos observations et analyses sur les séances en classe dans la partie A (séances 1, 2, 3, 5 et 6) et celles sur la séance hors classe dans la partie B (séance 4).

A. Première période d'observation en classe

1. Présentation de la séquence en classe

L'enseignante alterne les chapitres de géométrie avec ceux sur nombres et calculs. La séquence sur le cercle fait suite à deux chapitres en géométrie :

- dans « Premiers pas en géométrie » sont abordées les notions de segment, de droite, de demi-droite, de points alignés, d'appartenance, de longueur et de milieu d'un segment,

- dans « Droites perpendiculaires et droites parallèles », les droites sécantes, perpendiculaires et parallèles sont définies, des propriétés sur les relations entre parallélisme et perpendicularité sont données et des constructions à l'équerre sont réalisées.

Séance 1 (50 min)

La première séance sur le cercle démarre par une activité individuelle (Activité 1) permettant d'aboutir à une définition d'un cercle comme l'ensemble des points à égale distance de son centre.

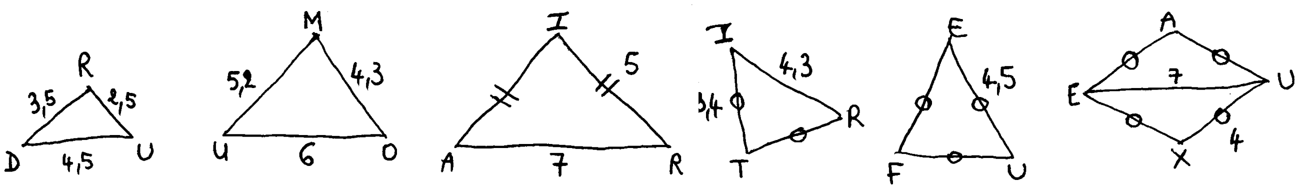
Activité 1 :
1) Placer 6 points qui se trouvent tous à 3 cm du point A. 2) Le professeur a donné l'exercice suivant à faire à la maison : « Placer un point O. Placer tous les points qui sont à 2 cm de O. » Léa affirme : « C'est impossible, il y en a beaucoup trop ! » Sa mère affirme : « Mais si, c'est possible ». Qui a raison ? Fais une figure pour illustrer ta réponse.

Une partie de cours est consacrée à définir ce qu'est un cercle, puis un exercice est réalisé collectivement avec le logiciel GeoGebra : tracé d'un segment [AB] de 6 cm, du cercle de centre A et de rayon 4 cm, du cercle de centre B et de rayon 5 cm, des questions sont ensuite posées sur des calculs de distance.
Une construction semblable est à effectuer pour la séance suivante (Exercice) avec règle graduée et compas avec un énoncé différemment formulé.

Exercice :
Placer deux points A et B tel que AB = 6 cm. Placer un point C à 4 cm de A et à 5 cm de B.

Séance 2 (50 min)

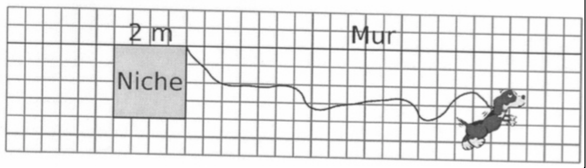
La deuxième séance sur le cercle démarre par la correction de l’exercice. Les élèves doivent ensuite construire en vraie grandeur en utilisant règle graduée et compas six figures données à main levée.



Séance 3 (30 min)

Une partie de la troisième séance est consacrée à un travail sur le cercle avec l’exercice de construction suivant. Cet exercice a été terminé pendant la quatrième séance que nous n’avons pas observée.

Exercice 1 :
1) Une chèvre est attachée à un piquet, dans une prairie, par une corde de longueur 4 m. Sur ton cahier, représente la zone de prairie que la chèvre peut brouter (1 cm représentera 1 m).
2) Médor est attaché par une laisse au coin de sa niche.
a) Reproduis le dessin dans ton cahier en prenant un côté de carreau pour 1 m puis colorie la zone où il peut se déplacer si sa laisse mesure 2 m.
b) Même question pour une laisse de 4 m.
c) Même question pour une laisse de 6 m.

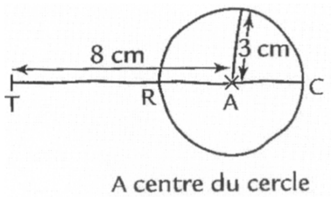


Séance 5 (50 min)

La cinquième séance sur le cercle démarre par la correction de l’exercice 2 :

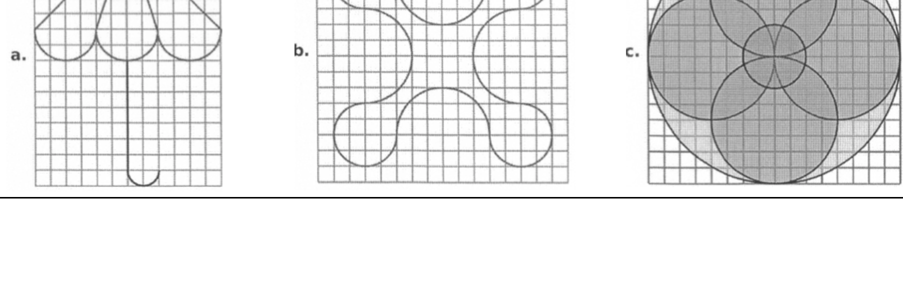
Exercice 2 :

Observer le schéma à main levée.
1) Calculer la longueur TR
2) Calculer la longueur TC
3) Tracer la figure en vraie grandeur puis vérifier les réponses en mesurant.



Une partie de cours est réalisée sur le vocabulaire associé au cercle : rayon, corde, diamètre, arc de cercle. Puis l’exercice 3 de reproduction de figures sur quadrillage est donné.

Exercice 3 :



Séance 6 (50 min)

Un élève vient au tableau faire un schéma à main levée correspondant au texte de l'exercice 4. Les élèves le reproduisent puis font l'exercice 4, qui est ensuite corrigé collectivement.

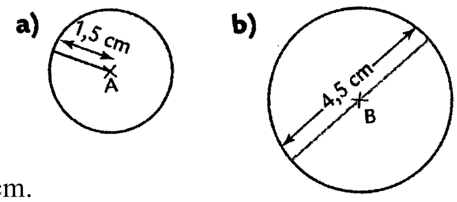
Exercice 4 :

a) Construire le triangle MNP tel que MN = 3 cm, NP = 8 cm et MP = 6 cm.
b) Placer le milieu I du segment [NP].
c) Tracer le cercle de centre P qui passe par I. Noter J son point commun avec le côté [MP].
d) **Calculer** la longueur MJ **en expliquant**.

Les exercices 5 et 6 sont réalisés ensuite lors d'une séance non observée.

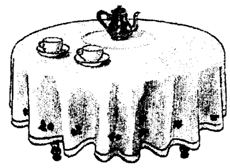
Exercice 5 :

1) Écrire une consigne qui permet d'obtenir chacune des figures suivantes.
2) Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm.
Tracer le cercle de centre A et de rayon 2 cm.
Tracer le cercle de centre B et de diamètre 8 cm.



Exercice 6 :

La maman de Léo souhaite acheter une nappe ronde pour recouvrir une table. La table a un diamètre de 1,45 m. Elle veut que la nappe retombe de 40 cm tout autour.
Quel diamètre doit-elle choisir pour la nappe ?



2. Constructions instrumentées

Attendus de l'enseignante

À différents moments de la séquence sur le cercle, les élèves ont été amenés à réaliser des constructions géométriques. Les attendus de l'enseignante à propos de ces constructions sont doubles : d'une part, seules certaines techniques sont acceptées, et d'autre part, la production doit être précise et soignée. Ainsi les constructions doivent déjà répondre à une finalité géométrique : les tracés doivent être réalisés avec les instruments appropriés et utilisés de façon correcte, les essais et ajustements successifs ne sont donc pas admis. Cela est mis au point de façon explicite au début de la séance 2, lors de la correction de la première construction réalisée par les élèves, celle d'un point C situé à 4 cm d'un point A et 5 cm d'un point B. Pour cela, l'enseignante décrit une méthode par tâtonnement dont témoignent les traces qu'elle observe sur beaucoup de cahiers (absence de trait de compas, essais successifs gommés) et elle explique que cela ne convient pas. Elle rappelle les règles lors de la séance 6, suite à l'introduction de la réalisation d'un schéma à main levée à partir d'un texte, en expliquant ce qu'il faut construire :

[6] P : On ne gomme pas les traits de construction hein, on laisse bien visibles, essayez de faire une construction que vous n'avez pas besoin de gommer plusieurs fois, essayez de réfléchir à ce qu'on a déjà fait pour pouvoir faire la figure tout de suite bien du premier coup.

En plus d'une finalité géométrique, une finalité graphique est aussi à prendre en compte au niveau de la production à obtenir. En effet, la validation des constructions se fait avec un transparent sur lequel figurent les tracés instrumentés produits de façon précise par l'enseignante. Les élèves sont informés de la marge d'erreur tolérée, par les interventions suivantes, lors des séances 2 et 5 :

[2] P : L'erreur maximale autorisée au brevet, c'est un millimètre.
[5] P : L'erreur qui est acceptée, pour un sujet de brevet, c'est un millimètre, pour une construction. Si vous avez plus qu'un millimètre d'écart, c'est que votre figure, elle n'est pas assez précise, ou alors c'est que vous avez fait une erreur de calcul.

L'importance accordée à la précision apparaît aussi dans les aides organisationnelles données par l'enseignante à la classe. Des incitations à la réalisation d'actions périphériques à la construction instrumentée sont ainsi formulées à propos de la taille du crayon, lors des séances 2 et 6 :

[2] P : Vous avez le droit de retailler le crayon plusieurs fois pendant l'heure.
[6] P : On a le droit d'aller tailler plusieurs fois son crayon pendant l'heure s'il n'est plus bien taillé, hein, on essaie de faire la figure la plus précise possible.

Conséquences sur l'élève M

Dans la séquence sur le cercle, deux séances en classe sont particulièrement denses en constructions instrumentées : la séance 2 avec des figures à construire en vraie grandeur à partir de schémas codés et la séance 5 avec des reproductions de figures sur quadrillage. Nous regardons dans ces deux séances comment l'élève M se situe par rapport aux attentes de l'enseignante, sur quoi elle concentre ses efforts et les aides qu'elle reçoit.
Sur ses six constructions réalisées lors de la séance 2 à partir de schémas à main levée de triangles, l'élève M utilise une méthode correcte avec la règle graduée et le compas pour cinq d'entre elles, seulement, la vérification de ses productions par superposition du transparent de correction la conduit à toutes les invalider au fur et à mesure. Elle les gomme à chaque fois pour les refaire, en faisant parfois des commentaires ([2] M : C'est trop ... / C'est trop bas, le point, il est trop bas / C'est trop décalé sur le côté / C'est déplacé d'un millimètre, *elle écrit en vert :* « il y a un endroit où il y a un décalage »).

Les traits de construction, cercles complets ou arcs de cercle, permettent à l'enseignante de valider la méthode de construction de l'élève M pour cinq constructions et de cibler clairement ce qui est à améliorer : la précision et le soin. Avant qu'elle ne commence, l'élève M reçoit de la part de l'enseignante une aide organisationnelle destinée à aménager convenablement son espace de travail, son cahier d'exercices étant placé en partie sur son cahier de cours ([2] P : « Enlève ton cahier, c'est pas plat, tu vas pas faire un tracé propre »). Une aide analogue lui est donnée pour sa dernière construction alors qu'elle essaie de positionner sur son cahier sa règle dont une partie est coincée sous son livre ([2] P : « Descends ton cahier »). D'autres aides organisationnelles concernent l'apprêt du compas, elles sont données sous forme d'instructions, de conseils et d'actions :

[2] P : Sors un peu plus la mine. Ta mine est trop petite, il faut que tu la changes.
P prend le compas de l'élève M et regarde ses mines de rechange. Elles sont toutes aussi petites.
P fait descendre un peu la mine du compas.
P : Il faudrait avoir un compas avec crayon.
M : Oui mais là, je peux bloquer pour pas que ça glisse.

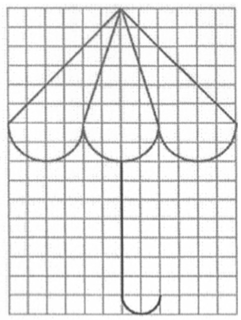
Le fait que pointe et mine du compas ne soient pas à la même hauteur ne facilite pas l'obtention d'un tracé précis. L'enseignante fait l'hypothèse de difficultés manipulatoires liées au maniement du compas pour l'écartement des branches et liées à la lecture des

graduations sur la règle ([2] P : « Ta méthode est bonne mais il faut être un peu plus précis quand tu prends l'ouverture de ton compas » / « Tu as mal mesuré. La méthode est bonne mais tu te trompes quand tu mesures sur ta règle »). L'enseignante demande à l'élève M de lui montrer sa façon de faire pour prendre une mesure sur sa règle avec son compas. Elle lui apporte alors des aides manipulatoires en donnant des indications pratiques sur ce qu'elle doit modifier tandis qu'elle l'observe ([2] P : « Il faut te mettre sur les graduations, pas sur les nombres, pique la pointe de ton compas sur le zéro, tu peux faire un petit trou, c'est bon, tu sens que ça accroche ? ») Elle donne également des conseils relatifs à l'exécution des mouvements (application, rapidité) et à la posture du corps (regard) ([2] P : « Essaie de t'appliquer, tu vois mieux la mine de ton compas ? » / « Tu vas trop vite, il faut que tu voies ce que tu fais » / « Il faut que tu t'appliques parce que la méthode, tu l'as bien comprise »). Enfin, l'enseignante propose à l'élève M, suite à sa deuxième construction, un allégement de la manipulation en l'informant qu'elle peut se contenter de ne tracer qu'une partie de cercle. Cela engendre une manipulation supplémentaire pour l'élève M dans la quatrième construction car, n'ayant pas anticipé le lieu du troisième sommet du triangle, elle est amenée à effectuer un prolongement du premier arc de cercle tracé.
L'élève M refait plusieurs fois ses constructions, en général pour essayer d'améliorer le manque de précision des tracés mis en évidence par le transparent, la première construction parce qu'elle s'aperçoit qu'elle a inversé les mesures de deux côtés du triangle et la troisième parce qu'elle se place complètement dans une finalité graphique en utilisant une méthode par tâtonnement. Après avoir obtenu un triangle isocèle avec deux côtés de 5 cm en faisant différents essais avec sa règle graduée, elle vérifie l'égalité de longueur des côtés avec le compas. Un malentendu s'installe alors lorsqu'elle affirme à l'enseignante avoir bien pris le compas, elle ne l'a pas utilisé dans une finalité géométrique comme elle peut le laisser croire :

[2] P : T'as pas pris le compas pour celui-là ?
M : Si, si !

Lors de la cinquième séance sur le cercle, les élèves doivent reproduire des figures sur quadrillage. Elles sont composées d'arcs de cercle et de segments. Les modèles sont réalisés sur une feuille à petits carreaux, le document donné aux élèves a été réduit d'un format A4 à un format A5. La reproduction se fait sur une feuille à grands carreaux.

Après le tracé d'un premier segment (le manche du parapluie de la figure ci-contre), l'élève M procède par tâtonnement pour le tracé de l'arc ayant une extrémité commune avec le segment. Elle semble chercher à reproduire l'arc, qu'elle nomme « arrondi », sans se préoccuper de son centre. Ce manque de technique peut-être renforcé par le fait que ce qui est à reproduire est une forme figurative.

a.


[5] P : Tu veux essayer de faire quoi ?
M : L'arrondi
P : Il faut déjà que tu trouves sur le modèle // *elle lui donne un modèle agrandi,* à quel endroit il faudrait piquer la pointe du compas pour tracer.

Ainsi, l'enseignante lui apporte deux types d'aide :
- une aide non mathématique au niveau visuo-spatial, en rendant le repérage sur quadrillage plus accessible grâce à un support agrandi (aide technique à finalité graphique)

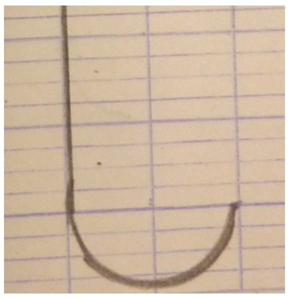
- une aide mathématique exprimée dans un langage technique (aide technico-figurale) en orientant l'élève M vers le repérage du centre de l'arc.

L'aide technico-figurale est renouvelée un peu plus tard, alors que l'élève M continue d'échouer dans ses tracés d'arcs de cercle, mais cette fois, l'enseignante la formule en langage technique géométrique, puis l'explicite en langage géométrique :

[5] M : J'ai l'impression qu'il est plus large que celui-là.
P : Tu peux chercher déjà sur le modèle, mettre des points aux endroits où il faut piquer la pointe du compas, c'est-à-dire, tu recherches déjà sur le modèle le centre de chaque cercle ou demi-cercle ou quart de cercle.

Ces aides ne suffisent pas à conduire l'élève M à la réussite. Elle fait de nombreux essais de recherche de centre sur le modèle, cependant, quand elle finit par trouver, elle échoue dans le tracé pour des raisons pratiques. Pour son premier tracé, le compas glisse, sa feuille étant posée directement sur la table. L'enseignante lui apporte alors une aide organisationnelle ([5] P : « Ce que tu peux faire aussi c'est mettre un cahier ou une pochette en dessous, pour que ça glisse un petit peu moins quand tu fais ton tracé »). Cette aide s'avère efficace pour éviter les « dérapages » du compas, mais d'autres difficultés manipulatoires apparaissent : l'élève M pique son compas un peu à côté du nœud du quadrillage et le tracé de l'arc est fait par à-coups et produit une ligne discontinue ; la difficulté est accentuée ici par le faible rayon égal à un côté de carreau à prendre avec le compas.
L'enseignante effectue aussi des tentatives d'aides manipulatoires à l'élève M, focalisée sur la jonction de deux arcs de cercle qu'elle ne parvient pas à obtenir, alors qu'elle a bien le centre et le rayon de l'arc qu'elle doit tracer :

[5] P : Ici // *elle parcourt l'arc sur le modèle,*
à quel endroit il faudrait piquer la pointe ?
M : Ici // *elle pointe le centre sur sa feuille,*
mais le problème c'est qu'ici // *elle pointe*, il y a un décalage.
P : Ben il faut que tu joues un peu avec ton compas pour arriver à trouver le rapport avec l'autre. Tu resserres un petit peu si tu vois que c'est trop.
M *resserre un peu les branches et trace*
P : Voilà, tu réfléchis où tu t'arrêtes, vas-y doucement.
M : Là.
P : Voilà, très bien. Bon c'est vrai, il y a un petit décalage.



Le raccord des deux arcs peut être réalisé avec une variation infime de l'écartement des branches du compas, c'est ce qu'exprime l'enseignante dans un langage à visée manipulatoire destiné à guider l'élève M dans des gestes de motricité fine. Ce guidage ne permet pas d'aboutir à la précision recherchée.

Dans chacune des deux séances 2 et 5, l'élève M ne réussit pas à répondre aux exigences de précision, que ce soit dans la prise de mesure avec la règle, dans la prise de l'écart avec le compas ou dans l'ajustement du positionnement des instruments par rapport aux traces graphiques. Lorsqu'elle relie deux points à la règle, son tracé est souvent un peu décalé par rapport aux points. Ses productions ne sont jamais réussies du premier coup, elle gomme toujours et recommence plusieurs fois. Elle se rend compte de l'imprécision visuellement, par exemple pour l'absence de jonction, ou en vérifiant les mesures à la règle ; cependant ce contrôle n'est pas nécessairement fiable. Elle est consciente de ses difficultés à être précise, ainsi qu'elle le formule dans la première séance hors classe ([4] M : « C'est difficile parce que le plus souvent je dépasse des millimètres, et puis des fois, il faut que je recommence parce que je suis pas assez précise. C'est difficile la précision »). Il arrive en classe qu'elle désespère de réussir malgré ses essais d'amélioration successifs :

> [6] M : C'est pas bien précis comme d'habitude, j'y arrive pas, c'est pas vrai, ça m'énerve !
> P : Bon, 1 mm, c'est bon, on a dit hein l'erreur, tant que ça dépasse pas 1 mm, c'est bon. Là tu dépasses un petit peu quand même, ici, mais bon, bon, vas-y continue. Essaie de t'appliquer le plus possible.

Les difficultés de l'élève M sont ainsi parfois interprétées comme dues à un manque d'application ou à un travail effectué trop rapidement. Ses échecs récurrents au niveau de l'obtention d'une précision acceptable conduisent l'enseignante à lui donner profusion d'aides manipulatoires et organisationnelles sous forme de conseils et d'indications pratiques à suivre. Cela contribue à ce que l'élève M se concentre fortement sur ces aspects.

3. Repérage des difficultés de l'élève M en classe

L'élève M est confrontée avant tout à son incapacité à manipuler les instruments de géométrie avec la précision exigée, comme nous venons de le développer, même si le matériel qu'elle utilise est dit « adapté ». Sa règle possède une poignée et peut être plus facilement maintenue pendant le tracé. Son compas possède un levier qui permet de fixer l'ouverture des branches et donc d'empêcher le rayon de varier pendant le tracé. Cela se produirait sûrement sinon, car, lorsqu'elle le fait tourner, elle le tient par les branches. L'inconvénient de ce système de blocage des branches est que les petits réajustements d'ouverture du compas, nécessaires pour tenir compte de l'épaisseur de la mine dans les jonctions de tracés, s'avèrent plus compliqués à effectuer.

La réalisation d'actions périphériques à la construction instrumentée est source aussi de difficultés pour l'élève M. Celles-ci sont dues à son manque d'organisation. Tout d'abord, sa table est très souvent encombrée de ses cahiers, livre, pochette, trousse et divers matériels, ce qui réduit son espace de travail et lui cause une gêne, en particulier lorsqu'elle doit manipuler ses instruments de géométrie. Ensuite, elle se montre parfois incapable de trouver rapidement les affaires dont elle a besoin (compas, feuille, paire de ciseaux, gomme, taille-crayon), ce qui fait qu'elle passe un temps non négligeable à effectuer des recherches dans son sac d'école posé sous sa table. L'élève M ne reçoit pas d'aide par rapport à cette difficulté-là, peut-être parce qu'elle est moins visible ou qu'elle paraît sans importance. Pourtant, cela la conduit soit à prendre du retard par rapport aux élèves de la classe qui démarrent leur activité bien avant elle, soit à manquer des explications données par l'enseignante. Il en est ainsi pour trois des cinq séances observées :
- dans la séance 3, l'élève M passe plus de trois minutes avec la seule préoccupation de trouver son compas. La tête sous la table, elle le cherche désespérément dans son sac, elle refait surface avec la boîte du compas : fausse joie, elle est vide, elle replonge dans son sac ([3] M : « J'l'avais en plus ! »), elle finit par le trouver. Elle manque ainsi la matérialisation dans le méso-espace de l'exercice du chien en laisse attachée à sa niche, présentée par l'enseignante à la classe.
- dans la séance 5, c'est une feuille à grands carreaux et une paire de ciseaux qu'elle met du temps à trouver. Quand elle termine de partager une copie double, sa voisine a déjà terminé sa première construction.
- dans la séance 6, c'est sa gomme qu'elle cherche pendant 2 min 30, elle finit par en emprunter une. Un autre temps de recherche est consacré à son taille-crayon. Tout cela

explique qu'elle est moins avancée que les autres élèves dans la réalisation des exercices qui leur sont donnés.
Par ailleurs, le manque d'anticipation de l'élève M apparaît à plusieurs reprises dans cette séquence sur le cercle. Dans la séance 5, ses échanges avec l'élève Bm mettent en évidence ses difficultés à prévoir la place que peut prendre la figure qu'elle doit reproduire :

[5] *L'élève M découpe un rectangle autour de sa première production, « le parapluie »*
M : Je sens que j'aurai pas assez [*avec la chute, pour faire la deuxième figure]*
Bm, tu penses que j'aurai assez avec ça ? *Elle superpose la production de Bm sur sa chute.*
J'ai pas assez de carreaux, donc faut que j'en reprenne une autre. *[de feuille]*
Bm : Comment t'as fait ton compte ? T'as vu la place que t'avais ?

Dans la séance 6, l'élève M réalise la construction de l'exercice 4 trop en bas de la page de son cahier, ce qui fait qu'elle ne peut tracer le cercle en entier et que sa règle est en bascule lorsqu'elle trace un côté du triangle. Le schéma à main levée pourtant fait au préalable ne l'a pas aidée à anticiper.

Des difficultés au niveau de la représentation spatiale sont aussi présentes. Au niveau de l'orientation, par deux fois l'élève M construit un triangle à partir d'un schéma en inversant les longueurs de deux côtés (celui de droite avec celui de gauche) un côté horizontal étant tracé. À chaque fois, elle s'en aperçoit immédiatement, gomme et refait ([2] : « J'ai fait dans le mauvais sens »). Dans la séance 3, elle éprouve des difficultés à interpréter la représentation schématique du mur et de la niche du chien pour comprendre où est attachée sa laisse. Elle n'a cependant pas bénéficié des explications données par l'enseignante dans le méso-espace.
Les difficultés les plus importantes apparaissent dans le repérage sur quadrillage : elle commet des erreurs dans les dénombrements de carreaux, elle ne parvient pas à prendre des indices visuels pour trouver les centres des arcs à tracer et reproduire les bonnes parties de cercle. Le support non agrandi amplifie la complexité de la tâche. Elle est très demandeuse d'aide auprès de sa voisine Bm, qui lui fait quelques tracés en lui donnant des explications :

[5] M : J'y comprends rien, où tu piques ? ... Bm, j'm'arrête où là ?
Bm : Ben regarde sur le dessin ! Regarde sur le dessin là. Tu t'arrêtes là.
T'as encore mal planté ton truc hein ! Normalement ça devrait. Le truc là, il devrait être là.
M : Ben non hein
Bm : Ben si regarde
M : Oh ça m'énerve hein, moi, j'y arrive pas !

Enfin, pour ce qui est de l'écriture, l'élève M est parfois en retard dans la copie de la leçon écrite au tableau, elle fait aussi des arrêts pour secouer sa main et détendre son poignet. Elle n'utilise pas son ordinateur portable à cause des constructions qu'elle ne peut pas faire. Son cours est néanmoins bien écrit et ne lui pose pas de problème de relecture.

Nos observations nous ont permis de relever des difficultés organisationnelles, rencontrées par l'élève M, qui constituent une véritable gêne dans son activité mathématique. Dans notre expérimentation, nous avons donc fait en sorte de les éviter en prenant en charge toute l'organisation matérielle (apprêt du plan de travail et des instruments). Nous avons aussi prévu des supports suffisamment grands et aérés. Au niveau manipulatoire, notre intention est que la manipulation des instruments ne soit pas à la charge de l'élève M. Nous ne lui avons pas non plus demandé d'écrire, mais de dicter à un tiers ce qu'elle voulait écrire lorsqu'il était besoin.

B. Première séance hors classe avec l'élève M

1. Présentation de la séance 4

Nous avons réalisé une première séance hors classe avec l'élève M, toujours dans le but de faire une évaluation diagnostique sur ses difficultés, pour compléter les observations en classe où il ne nous est pas possible de la questionner. Lors des échanges, nous ne nous prononçons pas sur la validité de ses techniques de construction. Cette séance a été filmée, les transcriptions sont en annexe 10 (A10. Séance 4).
Au cours de cette séance 4, quatre constructions instrumentées à la règle graduée et au compas sont proposées, il s'agit de construire en vraie grandeur les figures suivantes représentées à main levée :

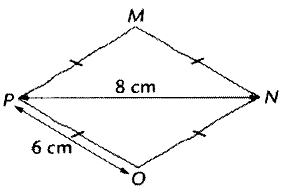


Figure n°1

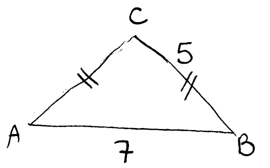


Figure n°2

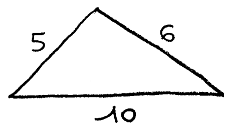


Figure n°3

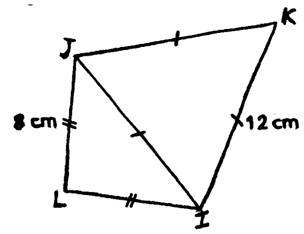


Figure n°4

Cette séance a lieu six jours après la séance 2 en classe où un exercice analogue a été fait. La figure n°1 est semblable à la dernière construction à main levée qui avait été proposée, seules les mesures changent. Ainsi, si les deux losanges à main levée sont identiques, les losanges en vraie grandeur diffèrent : celui construit en classe est visuellement semblable au schéma à main levée, ce n'est pas le cas du losange MNOP proposé. En effet, le segment [PN] qui pourrait être interprété comme la grande diagonale du losange sur le schéma à main levée si l'on tenait compte des rapports de longueur, est en fait la petite diagonale. Par ailleurs les angles du losange sont assez proches de l'angle droit, ce qui n'apparaît pas sur le schéma à main levée. Ce dernier est donc visuellement éloigné de la figure en vraie grandeur. En classe, l'élève M a utilisé une technique de construction correcte à la règle graduée et au compas mais sa production n'était pas précise : les côtés ont une longueur de 4,2 cm au lieu de 4 cm et l'extrémité d'un des côtés tracé est un peu à côté de l'intersection des arcs de cercle tracés.
La construction de la figure n°1 devrait permettre de voir si l'élève M réinvestit la technique de construction utilisée en classe en se plaçant dans une finalité géométrique et si elle fait bien la différence entre un schéma à main levée et une figure en vraie grandeur.
La figure n°2 est celle que l'élève M a réalisée en classe par tâtonnement à la règle graduée, avec ensuite vérification de l'égalité des longueurs du triangle isocèle au compas. Nous prévoyons de demander que l'élève M formule à chaque fois ce qu'elle a l'intention de faire avant de passer à l'action pour cette construction. Cela peut lui permettre de s'apercevoir qu'elle utilise une méthode par tâtonnement, si tel est encore le cas, et cela nous donne des éléments sur les moyens d'expression qu'elle utilise, afin de déterminer ce qui sera à garder et ce qui sera à améliorer par la suite.
Au cours de la séance 4, nous avons ajouté la figure n°3, qui n'était pas prévue initialement, pour forcer l'élève M à utiliser une technique de construction qui n'exploite pas les propriétés de symétrie des triangles isocèles. Deux constructions analogues de triangles quelconques dont les dimensions des trois côtés sont données ont été réalisées lors de la séance 2 en classe.
Enfin, pour la figure n°4, nous prévoyons de réaliser la construction en suivant les instructions données par l'élève M. Cela permet aussi d'avoir des éléments sur le langage utilisé par l'élève M, sans qu'il y ait eu de travail particulier hors classe à ce propos.

Dans cette séance 4, nous prévoyons que l'élève M utilise ses propres instruments de géométrie : règle graduée avec poignée, compas avec vis de serrage des branches et équerre avec poignée. Pour éviter toute perturbation visuelle liée à un quadrillage, mais aussi pour empêcher une exploitation du réseau quadrillé dans les constructions, nous utilisons comme support de tracé des feuilles unies. Une construction par feuille permet de limiter la nécessité d'anticiper la place que peut prendre une construction sur le support et élimine les perturbations visuelles que produiraient d'autres tracés. Enfin, nous n'autorisons pas l'utilisation de la gomme, qui n'est en rien une action géométrique. Cela contribue éventuellement à limiter des constructions tâtonnées par essais successifs, cela nous permet aussi de garder des traces de tout ce qui aura été construit.

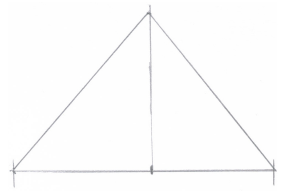
2. Analyse

L'élève M utilise une technique de construction par tâtonnement pour chacun des triangles isocèles à tracer (MNP et ONP pour la figure n°1, ABC pour la figure n°2). Pour la figure n°1, le premier essai de tracé de MNP n'aboutit pas, elle en refait un second avec la contrainte de dire ce qu'elle fait au fur et à mesure : cela ne change rien à sa technique. Ainsi, pour construire un triangle isocèle, elle commence par en tracer la base avec sa règle graduée, en lui donnant l'orientation horizontale présente sur le schéma à main levée. Elle utilise ensuite sa règle pour marquer d'un trait vertical chacune des extrémités du trait obtenu. Ensuite, elle met une marque au milieu de la base du triangle avec la règle graduée, puis elle place la règle verticalement au niveau de la marque et trace un trait le long, d'une longueur prise au jugé. Elle trace enfin les deux derniers côtés du triangle à l'aide de la règle graduée.

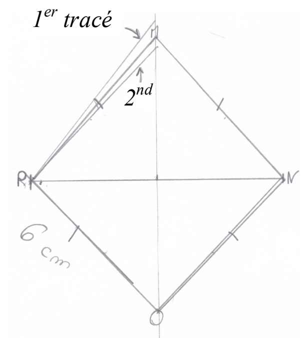
Dans sa technique de construction, l'élève M utilise donc l'axe de symétrie du triangle isocèle : elle a bien intégré le fait qu'il est possible de faire des traits de construction (46. M : « Je trace le trait imaginaire du milieu pour m'aider à tracer comme il faut »). Par contre, elle effectue une action instrumentée qui ne devrait pas être en utilisant sa règle pour marquer les extrémités du segment. Elle parle à ce propos indifféremment de « petits traits » ou de « petits segments ». Par ailleurs, elle emploie de façon naturelle le terme de « trait » quand elle parle du tracé d'un segment, mais utilise bien le terme « segment » quand on lui demande d'utiliser le vocabulaire géométrique. Pour elle, segment et trait sont synonymes. Si le terme « trait » permet de nommer l'objet graphique qui représente un segment, le terme « segment » ne convient pas pour nommer l'extrémité d'un segment représentée par un petit trait, car ce petit trait n'est là que pour représenter un point et par conséquent, le tracé à la règle n'a pas de sens.
Dans le premier essai de la figure n°1, l'élève M est amenée à prolonger le trait vertical passant par le milieu de [PN] pour pouvoir tracer le segment [PM] de longueur 6 cm, qu'elle obtient en plaçant sa règle graduée avec la graduation 0 sur le point P et en ajustant la graduation 6 sur la verticale tracée. Cette construction met en jeu le fait que le point M, équidistant des points P et N, se situe sur la médiatrice du segment [PN] ; la perpendicularité de cette droite à [PN] devrait donc être réalisée grâce à l'équerre si l'on se place dans une finalité géométrique. L'élève M l'obtient en s'appuyant visuellement sur les directions horizontale et verticale observées sur le schéma. Elle pourrait déduire la perpendicularité, non pas des propriétés associées à la médiatrice puisque cette notion n'a pas encore été abordée en classe, mais des propriétés du losange : dans une finalité géométrique, on peut déduire que MNOP est un losange car ses côtés sont de même longueur, et conclure alors que ses diagonales sont perpendiculaires. Elle construit également les côtés du triangle par tâtonnement, en faisant pivoter sa règle autour de la graduation 0 fixée sur le point P. Son

tracé de verticale avant le prolongement et l'orientation qu'elle donne à la règle au départ pour obtenir [PM] montrent qu'elle cherche à obtenir une figure qui a le même aspect général que le schéma. Elle l'exprime ainsi :

26. M : J'ai l'impression qu'il est plus penché *(figure réduite ci-contre)*
27. E : Plus penché que quoi ?
28. M : Plus penché sur le côté, comme ça
// *Elle incline sa règle pour obtenir un angle en P plus aigu.*



Elle invalide aussi oralement sa production finale du losange dont la grande diagonale n'est visiblement pas [PN] :



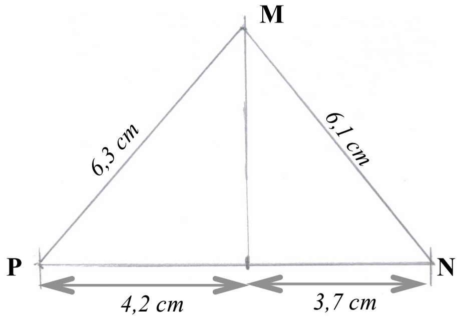
30. M : C'est pas ça qu'il fallait faire, faudrait qu'i soit comme ça
// *Elle tourne la feuille d'un quart de tour.*
J'les trouve pas assez allongés
// *Elle parcourt de N à M et de M à P sur le schéma.*
J'les trouve trop, trop grands
// *Elle remet sa feuille comme au départ.*

L'élève M s'appuie donc sur son appréhension perceptive de la figure en estimant sa production comme « trop penchée » ou avec des côtés « pas assez allongés ». Elle semble aussi penser que l'orientation de la figure sur le support doit être respectée. Cela était déjà apparu dans l'évaluation diagnostique de fin de CM2 (séance I) quand, recevant de l'élève Bm l'instruction de tracer un rectangle, elle était demandeuse d'une précision sur son orientation (M : « Il est couché ou debout ? ») Ce mauvais choix des informations à prélever sur un schéma se retrouve avec les angles droits. Pour le triangle ABC, l'élève M effectue un contrôle d'angle droit en C à l'équerre sur sa construction, angle non codé sur le schéma mais qu'elle identifie probablement comme tel de façon perceptive. Elle s'interroge de la même façon sur l'existence d'un angle droit en L dans le triangle IJL de la figure n°4 (76. M : « J'ai une question, est-ce qu'il y a un angle droit ? // *Elle regarde avec son équerre sur le schéma* »).
La figure n°3 ne permet pas à l'élève M de réinvestir sa technique de construction par tâtonnement employée pour les triangles isocèles. Après un temps de réflexion, elle adopte la technique de construction au compas qu'elle avait utilisée lors de la séance 2. Elle ne la réemploie pas lorsqu'elle doit donner des instructions relatives à la construction du triangle IJL de la figure n°4. Elle utilise de nouveau des informations spatiales avec des indications de direction horizontale pour [LI] et verticale pour [LJ]. Elle ne fait pas de lien avec le fait que l'angle en L dans le triangle JLI n'est pas droit puisqu'il n'est pas codé comme tel (77. E : « Ce qui est vrai, c'est ce qui est codé seulement »). Le triangle IJL obtenu n'a pas la bonne dimension pour le côté [IJ]. L'élève M refait elle-même la construction avec sa règle graduée en commençant cette fois par le côté [IJ] orienté de façon oblique, supposant que l'ordre de tracé des côtés a de l'importance (125. M : « J'vais essayer de faire dans l'autre sens, ce sera peut-être plus »), elle enchaîne avec le côté [LI] et constate que le troisième côté n'est pas de la longueur souhaitée, comme la construction précédente :

129. M : Y'a un problème, c'est pas possible à le tracer.
130. E : Pourquoi ?
131. M : Parce que les longueurs, elles sont disproportionnées !

Dans les quatre constructions, l'élève M utilise principalement une technique par tâtonnement, qui n'intègre pas la connaissance sur les points du cercle équidistants de son

centre. Cette connaissance devrait se manifester par l'utilisation du compas, et donc par le tracé d'arcs de cercle. Elle semble n'utiliser cette technique au compas qu'en dernier recours, lorsqu'aucune direction prégnante (horizontale ou verticale) n'apparaît exploitable, que ce soit des segments tracés ou des lignes de construction qu'elle peut ajouter, comme l'axe de symétrie du triangle isocèle par exemple. Son choix de technique est probablement déterminé par son coût gestuel : un instrument (la règle) au lieu de deux (la règle et le compas), mais surtout la règle qui nécessite beaucoup moins de gestes manipulatoires que le compas.
Il se peut qu'elle considère comme aussi valides l'une que l'autre ces deux techniques de construction d'un triangle connaissant ses trois dimensions, à savoir une construction tâtonnée à la règle graduée d'une part, et une construction non tâtonnée à la règle graduée et au compas d'autre part. Elle peut en effet avoir assimilé la phase de réajustement du tracé due au tâtonnement à celle due à un manque de précision. Lors de la séance 2, l'élève M a eu besoin de refaire ses tracés essentiellement pour en améliorer la précision mais sa technique de construction était correcte. Ce n'est pas le cas dans la séance 4 pour les figures n°1 et n°2 où sa technique de construction au jugé favorise l'obtention de tracés imprécis.
Ses tracés présentent en effet tous des imprécisions dans les mesures, y compris celui où une technique correcte est utilisée : une vérification par superposition d'un transparent de correction ne permettrait d'en valider aucun dans une finalité graphique.
Dans la figure n°1, la diagonale [PN] du premier essai (voir ci-contre[49]) a pour longueur 7,9 cm au lieu de 8 cm et le milieu de cette diagonale est placé à 4,2 cm du point P. Le premier côté tracé a pour longueur 6,3 cm puis est rectifié à 5,7 cm dans le second essai alors qu'il devrait avoir une longueur de 6 cm. On retrouve les mêmes marges d'imprécision pour la figure n°2. Pour la figure n°3, le premier arc de cercle a pour rayon 5,2 cm au lieu de 5 cm et le deuxième 5,9 cm au lieu de 6 cm.



L'élève M effectue pourtant des contrôles de la précision de ses mesures. Cela apparaît dans la construction de la figure n°3 au compas alors qu'elle trace les deux derniers côtés du triangle :

72. M : Je vais tracer les traits là et là // *elle parcourt le côté mesurant 5 et celui mesurant 6.* En même temps je vérifie qu'il y a bien 5 cm et c'côté 6 // *elle trace les deux côtés.*
73. E : Comment cela se fait qu'il y a bien 6 par exemple ?
74. M : Ben faut bien regarder si il y a 6 parce que des fois, *elle repasse sur un côté avec son crayon,* je suis pas assez précise avec le compas, sinon, i faut recommencer.

Ce contrôle de mesure ici n'est pas fiable puisqu'elle ne relève pas l'imprécision existante. Il en est de même pour la figure n°2 où elle contrôle à l'équerre l'angle droit en C et estime qu'il l'est (60. M : « Bon, là c'est bon ») alors qu'il ne l'est pas. Dans les instructions que l'élève M donne pour la construction du triangle IJL au compas, cette demande de vérification apparaît aussi :

154. M : Vous allez voir s'il fait bien 8 cm
155. E : Ça sert à quoi ça ?
156. M : Ben pour vérifier s'il est bien tracé le
157. E : Et pourquoi il serait mal tracé ?
158. M : Ben parce que ça, peut-être que vous avez mal pris sur votre règle !

[49] La figure a été réduite, les longueurs réelles obtenues par l'élève M sont notées à côté des segments.

Cette vérification n'a pas pour but de réaliser la construction par tâtonnement, mais est destinée à s'assurer que la manipulation a été bien faite. Ce type d'instructions n'a pas lieu d'être dans un programme de tracé : c'est l'acquisition de gestes techniques que l'on vise, parce qu'ils sont en lien avec des connaissances géométriques, et non celle de gestes manipulatoires, eux seulement en lien avec des connaissances pratiques sur les instruments que l'on utilise et qui nécessitent des compétences praxiques.
Dans les instructions que l'élève M aura à donner à quelqu'un pour qu'il effectue les tracés, il faut donc retirer ce souci de la précision. Elle doit supposer que ce qu'elle demande de faire est bien fait et charge à celui qui manipule d'effectuer ces *vérifications manipulatoires* et rectifications de tracé si cela s'avère nécessaire. Ce contrôle redondant d'une propriété injectée dans la construction doit être distingué d'un contrôle d'une propriété déduite qui permet de s'assurer qu'aucune condition n'a été oubliée pour obtenir une représentation de l'objet géométrique souhaité. Il s'agit là d'une *vérification géométrique*, à la charge de celui qui donne les instructions. Par exemple, le triangle isocèle ABC (figure n°2) peut être construit par le tracé d'un segment [AB] de 7 cm, suivi du tracé de la perpendiculaire à [AB] passant par son milieu I, puis d'un arc de cercle de centre A et de rayon 5 cm coupant la perpendiculaire en C. Une vérification manipulatoire consiste en un contrôle des longueurs des segments [AB] et [AC] et de l'angle droit en I, tandis qu'une vérification géométrique consiste en un contrôle de la longueur de [CB]. Si [CB] n'est pas de la longueur attendue, la technique peut être remise en cause, mais dès lors qu'elle est validée, ce sont les mesures de AB, de AC ou de l'angle droit qui le seront.
Dans les instructions qu'elle donne, l'élève M considère les propriétés spatiales au même titre que les propriétés géométriques. Si la prise en compte de l'horizontalité et de la verticalité amène assez bien à la construction voulue, des indications telles que « penché » ou « en diagonale » ne sont pas suffisantes pour déterminer l'inclinaison souhaitée, même avec des réajustements sous forme de guidage verbal (140. M : « Non, plus en diagonale » / 174. M : « Faut qu'il soit en diagonale un peu »).
Dans la plupart des cas, ce type d'instructions spatiales n'a pas lieu d'être. Premièrement, il n'est pas utile quand il s'agit de tracer un premier segment sur un support, puisque l'orientation de la figure n'est pas importante. Cependant, cela peut répondre parfois pour l'élève M à un besoin de voir la figure réalisée dans la même orientation que son schéma, pour réussir à donner des indications au fur et à mesure, sinon elle éprouve des difficultés (166. M : « Oh là là, c'est compliqué ! » / 182. M : « Le triangle, ça m'gêne, il est pas tracé comme il est sur la feuille, c'est gênant »). Cela était apparu aussi en fin de CM2, alors que l'élève Bm lui demandait une information spatiale ([I, n°3] M : « Euh, faut que je me mette derrière toi, c'est plus simple, *elle y va,* euh, à gauche »). Deuxièmement, les indications spatiales peuvent être éléments d'une technique de construction par tâtonnement, non valide dans une finalité géométrique. Troisièmement, la prise en compte de propriétés spatiales peut se faire au détriment de propriétés géométriques, comme le montre l'échange qui suit, dans la séance III en fin de CM2, avec l'élève M qui donne des instructions à l'élève Bm sur le positionnement de l'équerre par rapport à une droite. Un guidage du déplacement de l'équerre quasi simultané à son mouvement empêche l'expression de la relation entre l'objet considéré (la droite ou sa représentation graphique) et l'instrument (l'équerre) :

[III] M : Euh, pas trop loin non plus. Coulisse, je te dirai stop. Coulisse.
Arrête, arrête, t'as été trop loin. Avance. Remonte-la un peu.
Bm : Comme ça ?
M : Attends, enlève ta main. *Elle compare avec le schéma.* Ah, qu'est-ce qu'elle me fait ?
Bm : Comme ça ? *Bm place un côté de l'angle droit de l'équerre sur le segment tracé*
M : Ah ! Recule encore un tout petit peu. Encore. Non ! Avance. Recule. Stop ! Voilà.

L'élève M s'exprime ici dans un langage à visée manipulatoire qui exclut la présence de toute propriété géométrique que permettrait un langage technique géométrique.
Pour terminer, nous nous intéressons aux instructions que l'élève M donne pour conduire au tracé du triangle ILJ de la figure n°4. Dans le premier essai, elle utilise de façon spontanée un langage courant avec les termes « trait » et « bout » et des indications spatiales (horizontal, vertical, en bas) :

86. M : Faut qu'le bout du trait vertical, i soit, euh le bout du trait vertical
i soit, c'est celui du, du trait horizontal.
87. E : Redis-moi ça.
88. M : Alors, faut qu'le bout là // *elle pointe sur la feuille,*
faut qu'i soit là // *elle pointe*
et qu'là // *elle montre avec ses doigts (voir photo)*, i ait 8 cm.

Les termes « vertical » et « horizontal » ont été employés au départ pour imposer une orientation des côtés du triangle sur le support. Ils sont ensuite utilisés comme moyen de nommer les deux segments présents, pour les différencier. Dans la reformulation qu'elle propose, l'élève M les remplace par des gestes déictiques accompagnés du terme déictique « là ». Pour le deuxième essai, il lui est demandé d'utiliser le vocabulaire géométrique qu'elle connaît. Elle remplace simplement le terme « trait » par « segment » et continue à employer des termes spatiaux avant de penser à nommer les extrémités des segments. Cela allège alors sa description.

106. M : Là, après, je veux tout en bas du segment un trait horizontal dont le, un segment horizontal de 8 cm dont le bout du segment horizontal … non, on va pas faire ça en premier, on va nommer euh le segment, alors en haut c'est J, en bas, c'est L. Je voudrais avoir un segment de 8 cm qui s'appelle [LI].

Dans le quatrième essai, l'élève M a l'idée d'utiliser la technique de construction au compas. Elle est d'abord amenée à la formuler en entier, ce qu'elle fait en s'exprimant dans un langage technique mixte, accompagné d'un geste iconique représentant le « croisement des deux demi-cercles » au moment où elle en parle. Elle donne ensuite des instructions au fur et à mesure de la construction. Pour le tracé de l'arc, les actions élémentaires sont données sans respect de la chronologie, un questionnement permet de la rétablir :

142. M : Bon, à J, vous prenez votre compas, vous piquez et vous prenez 8 cm
143. E : Je pique mon compas en J ?
144. M : Oui mais déjà faut, faut un rayon de 8 cm.

L'élève M emploie différents termes de la langue courante permettant de nommer des traces graphiques : « début » de cercle et « bout » de cercle pour parler d'un « arc », « croisement » pour évoquer le point d'intersection des arcs de cercle. Des implicites apparaissent aussi, certains peuvent être levés lorsqu'ils sont volontairement ignorés dans l'exécution du tracé, comme par exemple le fait que les deux arcs de cercles tracés doivent se couper (152. M : « Un peu plus, faut que ça se croise, encore, encore, merci »). Au niveau du langage, l'instruction « faut que ça se croise » est indispensable sans quoi le « un peu plus, encore, encore, merci » n'est plus qu'un simple guidage manipulatoire dépouillé de toute géométrie.
Concernant encore les aspects manipulatoires, nous avons déjà évoqué les demandes de vérification manipulatoire qui n'ont pas à être prises en charge par celui qui donne le programme de tracé. Il doit en être de même pour tout ce qui est relatif à la façon de tenir les

instruments et de les manipuler. Dans le deuxième essai, l'élève M donne de telles instructions lorsqu'elle demande à ce que les graduations de la règle soient positionnées d'un côté plutôt que de l'autre.

3. Bilan sur les difficultés de l'élève M

La réalisation des quatre constructions a mis en évidence le fait que l'élève M ne se plaçait pas spontanément dans une finalité géométrique :

- elle n'utilise pas l'équerre lorsqu'elle doit construire un angle droit, mais elle oriente sa règle au jugé en s'appuyant sur des directions horizontale et verticale ;
- elle n'utilise pas toujours le compas, mais prend sa règle graduée qu'elle ajuste par pivotement, lorsqu'elle devrait tracer un arc de cercle, lieu des points équidistants d'un point donné.

De plus, elle s'appuie fortement sur son appréhension perceptive des figures et accorde beaucoup d'importance aux propriétés spatiales. Cela la conduit à des constructions tâtonnées à la règle, qu'elle réussit assez bien lorsqu'elle peut utiliser des directions horizontale et verticale. Et dans ce cas, elle obtient les mêmes marges d'imprécision pour les mesures de longueur ou d'angle, que la construction ait été produite dans une finalité géométrique ou non. Il est donc possible qu'il soit plus difficile pour elle de faire la distinction entre une technique de construction par tâtonnement et une technique valide dans une finalité géométrique : dans les deux cas, elle doit faire plusieurs essais pour tenter d'améliorer les imprécisions obtenues dans les mesures. C'est d'ailleurs ce qu'elle a fait pour chacune de ses quatre constructions, même si aucune des productions finales n'est satisfaisante à ce niveau. N'importe quel élève arriverait à de tels résultats par une technique de construction au jugé. Les troubles praxiques et visuo-spatiaux de l'élève M augmentent cependant ses difficultés, puisque ses prises de mesure à la règle graduée, que ce soit pour produire un segment d'une longueur donnée ou pour en vérifier la longueur, ne sont pas fiables. Cela n'empêche pas que la vérification des mesures de longueur de segments soit entièrement intégrée dans les programmes de tracé de l'élève M, avec des raisons d'être, vu la production fréquente d'erreurs de mesure. En revanche, un autre type de contrôle n'a pas de raison d'être : il consiste en la comparaison visuelle de l'aspect global de la figure en vraie grandeur obtenue et du schéma à main levée correspondant. L'élève M, en effet, n'interprète pas de façon correcte le schéma lorsqu'elle cherche à retrouver sur la figure en vraie grandeur les mêmes rapports de longueur et les mêmes angles que sur le schéma, de même que lorsqu'elle cherche à savoir si un angle est droit sur le schéma en utilisant son équerre.

Enfin, concernant les instructions à donner pour faire réaliser une figure, l'élève M manifeste aussi des difficultés à être précise, en particulier parce qu'il lui est impossible de décrire l'orientation oblique de segments qu'elle souhaite prendre au jugé : les termes « penché » ou « en diagonale » ne sont pas suffisants pour cela. L'imprécision dans son discours provient également de son emploi de termes de la langue courante pour parler des objets graphiques (« bout du trait » pour « extrémité du segment », « début de cercle » ou « bout de cercle » pour « arc de cercle »). Elle provient aussi d'informations spatiales peu claires comme « en bas du segment », « pareil de l'autre côté », « il faut que ce soit au-dessus ». Elle les complète de gestes déictiques lorsqu'elle ne se fait pas comprendre du premier coup.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons relaté nos observations pré-expérimentales du travail de l'élève M dans des activités géométriques réalisées en fin de CM2 et début de sixième. Elles constituent une évaluation diagnostique sur laquelle nous nous sommes appuyée pour mettre en place le travail en dyade hors classe durant l'année scolaire de sixième.

En fin de CM2, les tests de constructions géométriques, l'un à l'équerre graduée, l'autre au compas, ont fait ressortir les difficultés manipulatoires et organisationnelles de l'élève M ainsi que son incapacité à obtenir des constructions précises avec les instruments. Par ailleurs, l'élève M obtient, pour deux tests étalonnés d'évaluation des traitements visuo-spatiaux, une note standard faible à celui qui évalue la coordination motrice et les capacités visuo-spatiales et une note standard pathologique à celui qui évalue les aptitudes visuo-constructives.

Aucune amélioration n'apparaît en début de sixième, toutes ces difficultés se sont en effet de nouveau manifestées lors de la séquence en classe sur le cercle : manque d'organisation, manque d'anticipation, maladresse dans les positionnements d'instruments, imprécision dans les tracés. Les causes des productions erronées de l'élève M ne sont cependant pas toutes liées à son handicap. En effet, les constructions instrumentées réalisées lors de la séance hors classe (séance 4), de même que la reproduction de la figure complexe en fin de CM2 (séance III), ont montré que l'élève M n'est pas rentrée dans un travail géométrique : elle utilise la règle graduée en la positionnant au jugé et elle réalise des constructions tâtonnées.

Le travail en dyade, en fin de CM2 avec l'élève Bm et en début de sixième avec E, où l'élève M est en situation de donner des instructions à un tiers chargé de les suivre pour effectuer les manipulations d'instruments et tracés demandés, a mis en évidence les difficultés de l'élève M à donner des instructions précises et à se faire comprendre, ainsi que l'importance qu'elle pouvait accorder aux relations spatiales. Dans ses instructions, elle s'exprime en effet essentiellement dans un langage courant ou un langage technique courant avec de nombreux indicateurs spatiaux et termes déictiques associés à des gestes déictiques ou mimétiques qui se substituent aux mots.

Le travail spontané dans une finalité graphique d'une part et la prégnance des relations spatiales d'autre part ne peuvent que faire obstacle à l'expression ou à la mise en place de connaissances géométriques.

Chapitre 11

Périodes expérimentales et périodes d'observation

Nous venons de présenter, dans le chapitre 10, nos observations pré expérimentales sur une première période en classe (séances 1, 2, 3, 5 et 6) et sur la première séance hors classe avec l'élève M (séance 4). Dans ce chapitre, nous présentons et analysons l'expérimentation menée avec l'élève M et l'élève Bm durant leur année scolaire de sixième en 2013-2014. Nous avons alterné trois périodes d'intervention hors classe, réparties de décembre à juin, avec des moments d'observation en classe. Les séances observées, en classe et hors classe, ont été numérotées par ordre chronologique. Nous rendons compte des observations dans l'ordre des séances, en alternant les périodes d'observation en classe et les périodes d'intervention hors classe (séances 7 à 33). Les séances en classe ne font pas partie de l'expérimentation, mais nous nous appuyons sur le contenu géométrique enseigné et la façon dont il est introduit, ainsi que sur les difficultés au niveau géométrique que nous repérons pour l'élève M, pour élaborer le contenu des séances de travail hors classe.

Les séances en classe observées concernent des chapitres où des techniques de construction au compas et à l'équerre sont mises en œuvre. La première période d'intervention, composée de deux séances (7 et 8), a lieu après la séquence d'enseignement en classe sur le cercle. Nous exploitons donc, pour le contenu du travail avec l'élève M et l'élève Bm, nos analyses pré expérimentales réalisées dans le chapitre 10. La seconde, composée de quatre séances (15 17, 18, 19), a lieu après la séquence d'enseignement sur les triangles et quadrilatères. La troisième, composée de deux séances (29, 33), a lieu après la séquence sur la symétrie axiale et celle sur les figures usuelles. Deux séances (27, 28) ont été réalisées aussi avec l'élève M seulement, suite à la séquence sur la symétrie axiale dont elle a manqué les dernières séances.

Chronologie des séances étudiées dans le chapitre 11

7	Décembre 2013	**Hors classe M et Bm**	Constructions au compas
8			
9		2ème période d'observation en sixième	Triangles et quadrilatères
10			
11			
12			
13			
14			
15	Janvier 2014	**Hors classe M et Bm**	Constructions à l'équerre et au compas (1)
16		Observations en 6ème	Séance de remédiation
17		**Hors classe M et Bm**	Constructions à l'équerre et au compas (2)
18	Février 2014		
19			
20		3ème période d'observation en sixième	Symétrie axiale
21			
22			Devoir de synthèse
23			Symétrie axiale
24			
25			
26			Correction du devoir de synthèse
27	Avril 2014	**Hors classe M**	Constructions de symétriques (1)
28			
29	Juin 2014	**Hors classe M et Bm**	
30		4ème période d'observation en sixième	Figures usuelles
31			
32			
33		**Hors classe M et Bm**	Constructions de symétriques (2)

Sommaire du chapitre 11

I. Premières séances de travail hors classe avec la dyade élève M - élève Bm
A. Séance 7
B. Séance 8

II. Angle droit, utilisation de l'équerre
A. Deuxième période d'observation : séquence sur les triangles et quadrilatères
B. Deuxième série de séances hors classe avec la dyade

III. Symétrie axiale
A. Enseignement de la symétrie axiale
B. Troisième période d'observation : début de la séquence sur la symétrie axiale
C. Séances de travail hors classe avec l'élève M : séance 27 et séance 28
D. Troisième série de séances hors classe avec la dyade
E. Quatrième période d'observation : axes de symétrie des figures usuelles

Conclusion

I. Premières séances de travail hors classe avec la dyade élève M - élève Bm

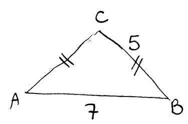
A. Séance 7

1. Présentation de la séance

La séance 7, première séance de travail hors classe avec l'élève M et l'élève Bm, a lieu après la séquence en classe sur le cercle. L'objectif principal est d'installer un langage technique géométrique que l'élève M pourra utiliser pour faire réaliser une construction instrumentée à l'élève Bm, dans une finalité géométrique. Ce langage est relatif à l'utilisation du compas pour placer des points à la même distance d'un point donné. Rappelons en effet que, dans une finalité géométrique de la construction, les propriétés données à l'objet graphique doivent être produites par des instruments appropriés et qu'elles ne peuvent être obtenues au jugé ou de façon tâtonnée (c'est-à-dire vérifiées a posteriori, et même avec les instruments appropriés). Ainsi, pour placer un point à une certaine distance d'un point donné, il faut utiliser le compas pour tracer un cercle ou un arc de cercle, d'autre part, pour tracer un angle droit, il faut se servir de l'angle droit de l'équerre. Un autre objectif de la séance est d'évaluer le langage spontané utilisé pour exprimer les notions d'angle droit ou de perpendicularité, en amont de la séquence sur les triangles et quadrilatères. De façon transversale enfin, il s'agit d'installer une pratique de travail en dyade, avec une relation cognitive symétrique entre les deux élèves.

Nous présentons tout d'abord l'analyse de deux des activités réalisées lors de la séance 7. Les transcriptions sont en annexe 11 (A11. Séance 7). L'activité 7.1 conduit à la construction au compas d'un triangle à partir de la longueur de ses côtés et l'activité 7.2 à la construction d'une figure complexe contenant des angles droits et des longueurs égales.

Une autre activité a consisté à revenir sur une des constructions de la séance 4 (voir figure ci-contre), à partir du visionnement de la vidéo qui en avait été faite.



D'autres activités ont été réalisées lors de la séance 7, cependant les trois activités évoquées nous permettent en grande partie d'illustrer ce qui a été observé et mis en place lors de cette séance en fonction des objectifs poursuivis. Nous terminons la partie I.A par un bilan de la séance 7, en nous appuyant aussi sur des compléments d'observation et d'analyse des autres activités si besoin et nous en dégageons des pistes de travail pour la séance suivante.

2. Activité 7.1

Présentation et analyse a priori

L'activité 7.1 reprend la construction de la figure n°3 de la séance 4, mais la figure n'est plus présentée sous forme d'un schéma à main levée : elle l'est sous forme d'une description écrite. Ainsi, dans une première phase, l'élève M reçoit ce texte :

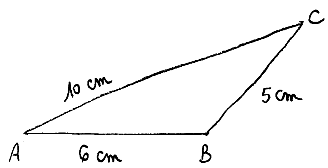
« ABC est un triangle avec AB = 6 cm, AC = 10 cm et BC = 5 cm. »

Elle doit donner des instructions à l'élève Bm pour lui permettre d'obtenir la figure à l'aide de ses instruments, sans simplement lire le texte, mais en précisant ce que l'élève Bm doit faire avec ses instruments pour tracer le triangle décrit. L'élève Bm n'a pas connaissance du texte. Elle peut lui demander des précisions si besoin.

Cette présentation écrite de la figure évite d'encourager l'élève M à donner des indications spatiales d'orientation de la figure sur le support et à s'orienter en conséquence vers une technique de construction tâtonnée. La technique valide attendue, à la règle graduée et au compas revient à :

- tracer un des trois segments à la règle graduée,
- tracer deux cercles ou arcs de cercle s'intersectant, de centre respectif les extrémités du segment tracé et de rayon déduit de la longueur voulue pour les côtés du triangle,
- tracer les deux derniers côtés du triangle.

Dans la formulation de l'énoncé, nous avons volontairement choisi de ne pas donner pour première longueur celle du plus grand côté pour conduire à une orientation non prototypique du triangle si la construction se fait en commençant par le tracé du côté [AB] placé horizontalement (voir schéma ci-contre).



Nous cherchons ainsi à faire en sorte que l'intersection des arcs de cercle soit explicitement demandée par l'élève M à l'élève Bm, ce que n'exigerait pas la construction d'un triangle dont les angles adjacents au premier côté tracé sont aigus. Nous supposons, en effet, qu'a priori les deux élèves s'appuieront sur cette représentation prototypique du triangle.

Dans la première phase, nous n'intervenons pas dans les échanges des deux élèves pour valider ou pour trancher si des désaccords entre elles surviennent. Nous intervenons seulement dans une deuxième phase, une fois la construction réalisée. L'objectif est déjà de valider la technique de construction au compas et d'invalider celle par tâtonnement. Il est aussi de revenir sur les éventuels désaccords et sur les instructions inutiles données le cas échéant (orientation de segments, contrôle redondant de longueurs, aspects manipulatoires).
Dans une troisième phase, nous demandons à l'élève M de nous dicter une nouvelle formulation de ses instructions : à l'issue de cette formulation écrite l'élève Bm se prononce sur ce qui est proposé en donnant son accord ou en suggérant des améliorations : une discussion débouche alors, si besoin, sur l'introduction de termes du langage technique géométrique et sur des formulations précises données dans une syntaxe correcte. Nous intervenons ensuite pour valider les formulations d'instructions, puis chacune des deux élèves en propose une représentation sur un schéma à main levée. Le but est de voir dans quelle mesure l'élève M pourrait s'appuyer sur la réalisation d'un schéma à main levée lorsqu'elle donne des instructions à un tiers. Nos interventions en tant qu'expérimentateur seront notées « E » dans la suite de l'analyse.

Au terme des apprentissages géométriques, c'est le langage géométrique qui devra être utilisé. Si ce langage est maîtrisé et employé spontanément, il doit être prioritairement utilisé. S'il ne l'est pas, c'est le langage technique géométrique qui devra être employé, valable seulement dans ce type de situation à l'oral où l'un donne des instructions à l'autre qui trace, mais non valable en réponse à un programme de construction que pourrait demander l'enseignante dans un exercice en classe. Il est donc important que les deux élèves aient conscience du domaine de validité du langage technique géométrique. Aussi, nous les en informerons lors de l'institutionnalisation de ce langage.

Un programme de construction en langage géométrique pourrait être :
1. Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm.
2. Tracer le cercle de centre A et de rayon 10 cm.
3. Tracer le cercle de centre B et de rayon 5 cm. Soit C, l'un des deux points d'intersection.
4. Tracer les segments [AC] et [BC].

Un programme de tracé pourrait être, en langage technique géométrique :
1. Tracer un segment [AB] le long de la règle en allant de la graduation 0 à la graduation 6.
2. Prendre un écartement de 10 cm avec le compas, placer la pointe sur le point A et tracer un arc de cercle.

3. Prendre un écartement de 5 cm avec le compas, placer la pointe sur le point B et tracer un arc de cercle qui coupe l'arc précédent au point C.
4. Placer la règle sur les points A et C et relier ces points le long de la règle, relier également les points B et C à la règle.

Remarquons que les étapes 2 et 3 sont liées : les arcs de cercle tracés doivent se couper. Une anticipation de la zone où se situe un des deux points d'intersection possibles permet d'obtenir directement le tracé de deux arcs de cercle qui se couperont, sinon, il est nécessaire d'effectuer un (ou des) prolongement(s) de l'un et/ou l'autre des deux arcs.
Nous avons choisi en effet, dans le programme de tracé, de donner des instructions sur des tracés d'arcs de cercle plutôt que des tracés de cercles. Il est vrai que tracer les cercles complets à la place des deux arcs, comme indiqué dans le programme de construction précédent, permettrait de représenter tous les points possibles (ceux situés à 10 cm du point A et ceux situés à 5 cm du point B) et donc de mieux percevoir les connaissances géométriques en jeu dans la construction ; par ailleurs, cela aurait l'avantage de supprimer la nécessité d'anticipation ou de prolongement. Cependant, les cercles, qui ne sont que des traits de construction par rapport au triangle, surchargent considérablement les tracés et demandent un effort d'abstraction visuelle pour discerner la figure, ce que l'élève M, n'est probablement pas en mesure de faire. De telles difficultés de perception étaient en effet apparues pour l'élève dyspraxique visuo-spatial Lu, dans sa construction du symétrique d'un segment [AB] avec GeoGebra (Chapitre 8, II. B. 2) : trop de traits de construction constituent une gêne importante pour des élèves qui ont des troubles visuo-spatiaux.

Analyse de l'activité 7.1

L'activité 7.1 s'est donc déroulée en les trois phases suivantes :
Phase 1 : Formulation d'instructions par l'élève M, construction par l'élève Bm
Phase 2 : Validation de la technique de construction
Phase 3 : Écriture d'un programme de tracé, réalisation d'un schéma à main levée

Technique de construction

Dans la phase 1, la proposition d'une technique de construction est entièrement à la charge de l'élève M. Contrairement à ce qu'elle avait fait lors de la séance 4, elle utilise dès le départ la technique de construction au compas pour obtenir le troisième sommet du triangle, à partir d'un côté tracé à la règle graduée. Les deux élèves semblent avoir intégré le fait qu'une méthode par tâtonnement n'est pas valide, ce que confirmeront leurs remarques lors de la deuxième phase de travail : l'élève M la qualifie de « moins précise » et de « moins bien », l'élève Bm de « moins facile » parce qu'il faut tout le temps gommer et refaire à chaque fois. E confirme que cette méthode ne convient pas.

Instructions langagières

Lorsqu'au début de la phase 1, l'élève M démarre une lecture du texte « ABC est un triangle avec AB = 6 cm, AC = 10 cm et BC = 5 cm » en guise d'instructions et que l'élève Bm prend la règle graduée et s'apprête à tracer, E les interrompt pour repréciser les consignes, tout en remettant la règle graduée à sa place : l'élève M doit dire à l'élève Bm comment faire pour tracer la figure et l'élève Bm ne doit exécuter que ce qui lui est demandé de faire. L'explicitation du « comment faire » peut être entendue dans une visée sémiotique par l'attente d'un programme de construction ou dans une visée technico-figurale par l'attente d'un programme de tracé aux instruments. Le langage utilisé par l'élève M, comme nous le verrons ensuite, montre qu'elle se place dans une visée sémiotique pour donner les instructions relatives au tracé des côtés du triangle, dans une visée technico-figurale pour celles relatives au tracé d'arcs de cercle, mais aussi dans une visée manipulatoire pour celles concernant la fin de la construction.

Nous étudions maintenant les instructions langagières en suivant la chronologie du programme de tracé adopté par l'élève M et en considérant, pour chaque étape de tracé, les formulations de la phase 1, puis la discussion à leur propos lors la phase 3.

1. Tracé de [AB]

Dans la phase 1, l'élève M commence par la demande du tracé du côté [AB]. Elle l'exprime dans un langage courant (6. M : « Alors, trace un trait de 6 cm, que tu vas nommer AB »), qui évoluera dans sa proposition de formulation à écrire : elle remplacera le terme « trait » par le terme géométrique « segment ».

2. Tracé des arcs de cercle

Dans la phase 1, l'élève M poursuit ses instructions dans un langage technique géométrique qui contient certains implicites, pour le tracé des arcs de cercle. Elle formule bien les quatre actions élémentaires et celles-ci sont interprétées de façon correcte par l'élève Bm dans ses tracés (8. M : « Tu prends ton compas, tu prends 10 cm sur la règle, tu piques sur B et tu fais un arc de cercle.») Des précisions peuvent cependant être apportées pour que la notion de rayon soit plus explicite et celle de centre également. Dans la troisième phase de travail, E revient donc d'abord sur l'instruction « prendre 10 cm sur la règle ». L'élève Bm évoque alors l'objet géométrique correspondant à cette action (48. Bm : « Le rayon du cercle est de 10 cm »), tandis que l'élève M précise que les 10 cm sont pris sur la règle avec le compas. Elle l'explicite par des gestes de mime de l'action à effectuer avec le compas en écartant ses doigts sur la règle. L'élève Bm propose le terme « écart » pour nommer ce que E montre sur le compas d'un geste déictique faisant plusieurs aller-retour de la pointe à la mine. E valide en apportant le terme « écartement » qui sera désormais exigé dans le langage technique tout comme « rayon » le sera dans le langage géométrique (64. E : « Oui, c'est l'écartement, on pourrait préciser que c'est l'écartement du compas qui vaut 10 cm ou alors, comme tu as dit, le rayon de l'arc de cercle que l'on trace.») E revient ensuite sur l'instruction « piquer à A », d'une part pour spécifier d'un point de vue grammatical la préposition à employer car l'élève M utilise indifféremment « à » ou « sur », d'autre part pour que soit précisée la nature de l'objet géométrique nommé A : il s'agit d'un point qui est centre d'un arc de cercle. L'élève M avait, dans ses instructions de la phase 1, utilisé la langue courante en parlant de « petit trait » alors qu'elle cherchait à corriger son erreur de centre d'arc de cercle annoncé (B au lieu de A) :

14. M : Ben, j'ai trouvé une autre solution, tu changes le nom des traits, des
15. Bm : J'inverse ?
16. M : Oui
17. E : Elle change le nom de quoi ?
18. M : Des, des petits, A, ça va être B, et B sera A, comme ça, ça ira mieux.

Enfin, c'est l'élève Bm qui initie une discussion à propos de l'instruction à donner sur la longueur de l'arc à tracer lors du troisième temps de travail : elle voudrait éviter d'avoir à le prolonger comme cela a été le cas lorsqu'elle a suivi les instructions de l'élève M lors du premier temps de travail. Elle se rend compte que même la demande d'un demi-cercle peut ne pas convenir : elle évoque la proposition de tracer le cercle complet. L'élève M propose le tracé d'un « arc de cercle assez grand ». La question n'est pas tranchée mais est conclue en précisant que si l'arc n'est pas assez grand, il faudra le prolonger. L'élève M retient cette idée dans sa proposition d'instruction (127. M : « Et si les arcs de cercles ne se croisent pas, alors il faut les prolonger. ») Ce type d'instruction convient si l'on veut éviter de surcharger les tracés par des traits de construction ; en outre, il a l'avantage de ne pas laisser à la charge de celui qui donne des instructions une anticipation de la zone de tracé. L'élève M est en effet rarement apte à faire mentalement ce type d'anticipation spatiale, et pas plus en s'appuyant sur un schéma à main levée. Son deuxième essai de schéma à main levée réalisé lors du troisième temps de travail est en effet très éloigné de l'allure du triangle à tracer.

3. Prolongement d'un arc, puis tracé de [BC] et de [AC]

Dans la phase 1, les instructions données par l'élève M, une fois les deux arcs de cercle tracés, ne conviennent pas pour plusieurs raisons. D'abord, elle utilise la dénomination « A » successivement pour parler de l'arc de centre A, puis du segment dont une extrémité est le point A (20. M : « Faut que tu prolonges A, mais faut que tu prennes 10 cm. Continue. Stop. Maintenant, à l'intersection des deux arcs de cercle, tu vas tracer A. Pareil pour B »). Ce manque de précision n'est pas relevé par l'élève Bm, ni ne la gêne car elle connaît déjà les dernières étapes de la construction sans avoir besoin d'instructions. En témoigne sa remarque lorsqu'elle s'aperçoit que le deuxième arc qu'elle trace ne coupera pas le premier (19. Bm : « Oh, ça va pas »). Elle sait que la figure qu'elle est en train de tracer est un triangle et elle en connaît la technique de construction au compas. La situation de communication devient alors artificielle, le langage ne joue plus aucun rôle par rapport à la construction en cours et l'élève M n'obtient pas les rétroactions que nécessiteraient ses formulations. Ensuite, le guidage simultané du mouvement de rotation du compas (« continue », « stop ») ne convient pas. Ces instructions à visée manipulatoire empêche en effet des formulations à visée technico-figurale du type « prolonge l'arc de centre A pour qu'il coupe l'arc de centre B » ou « prolonge l'arc de centre A pour obtenir un point d'intersection avec l'arc de centre B ». Dans la phase 3, l'élève M complétera ses instructions en demandant de nommer C le point d'intersection des arcs de cercle. E reviendra aussi sur l'instruction qui suit, « trace BC et trace AC tels que BC 5 cm AC 10 cm », pour demander des précisions sur ce que sont BC et AC et donner le terme « égal » manquant (« tracer le segment [BC], tracer le segment [AC] tels que BC égale 5 cm et AC égale 10 cm »), mais surtout pour faire une mise au point sur les instructions relatives aux vérifications manipulatoires, qui n'ont pas lieu d'être :

149. E : On pourrait faire une remarque par rapport à ça. Bm, tu dirais ça aussi ?
150. Bm : Hm. Ben si BC c'est pas 5 cm, ben, ça veut dire qu'on a mal fait la figure et pis si AC c'est pas 10 cm ben c'est qu'on a mal fait la figure aussi.
151. M : Et AB 6 cm
152. E : Et du coup, dans nos instructions, ça, ça ne sert à rien // *E montre « BC = 5 et AC = 10 »*
153. M : Ben si, pour vérifier !
154. E : Justement, pour vérifier qu'on a bien construit. Dans le programme qu'on donne, si toi tu dis à Bm « trace un segment de 5 cm », tu supposes que forcément son segment il est de 5 cm.

E a ainsi cherché à leur faire comprendre que l'élève qui donne les instructions n'a pas la charge de s'assurer que les manipulations ont été précises : il peut supposer a priori qu'elles le sont.

Schéma à main levée

Lors de la phase 3, la construction d'un arc de cercle à main levée par l'élève M a mis en évidence ses difficultés de représentation. Pour l'arc de centre A et de rayon 10 cm, une fois le segment [AB] tracé, elle trace un arc centré sur le point B au lieu du point A, bien qu'elle considère que la pointe du compas doive être piquée sur le point A (76. M : « Pis là, on fait un point comme quoi ça a été piqué // *Elle fait un petit point sur A* »). E demande de faire figurer sur le schéma l'information manquante des 10 cm.

L'élève M n'a pas une idée claire de la représentation graphique de cette longueur. Elle commence par la situer sur l'arc (1ère proposition sur le schéma 7.1), puis elle trace des hachures entre l'arc et le segment [AB] et s'aperçoit visuellement que les traits tracés ne conviennent pas :

> 91. M : Ben ça, ça vaut pas 10 cm parce qu'à chaque fois, *elle place sa règle,* c'est pas d'la même longueur parce qu'ils sont de plus en plus couchés, si on les fait droits, c'est, non plus.

Elle s'appuie ensuite sur ce que dit et fait l'élève Bm pour tracer un segment allant du point A à l'arc de cercle (2ème proposition sur le schéma 7.1), elle se réfère également au tracé réalisé avec les instruments. Sa représentation ne lui permet pas de percevoir celle d'un rayon de l'arc tracé, étant donné qu'il n'est pas centré sur le point A.

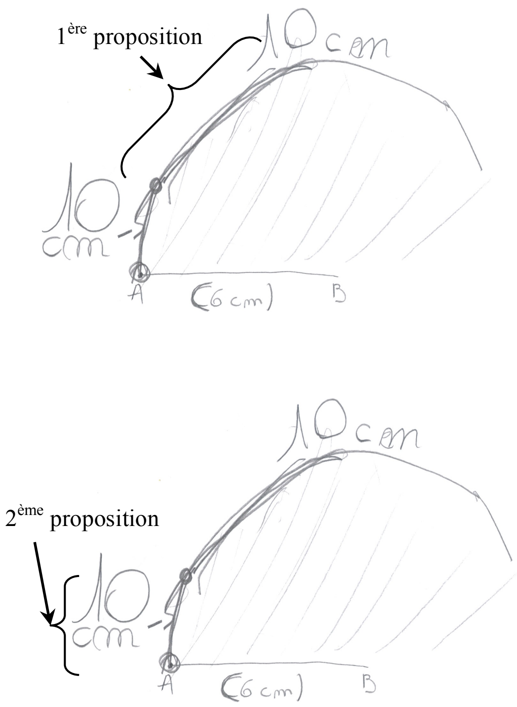


Schéma 7.1, élève M, réduit à 50 %

D'après ce premier essai de tracé de l'élève M, il semble que la réalisation d'un schéma à main levée ne puisse constituer pour elle une aide graphique qui lui permette de transmettre des instructions à un tiers. Et en retour, le fait d'avoir verbalisé les étapes de construction pour quelqu'un d'autre ne semble pas l'avoir aidée beaucoup non plus.

3. Activité 7.2

Présentation et analyse a priori

Dans l'activité 7.2, l'élève M reçoit la figure ci-contre avec à côté le triangle 1 agrandi. L'élève Bm ne dispose que du triangle agrandi. L'élève M doit donner des instructions pour conduire l'élève Bm à terminer la construction. Les instruments autorisés sont la règle non graduée, l'équerre non graduée et le compas. L'énoncé est extrait d'un devoir en classe réalisé par les élèves deux mois auparavant, à la fin du chapitre sur les droites perpendiculaires et droites parallèles. Dans ce devoir, quatre assemblages différents des trois pièces numérotées étaient à reproduire. Sur la copie de l'élève M, figurent les commentaires de l'enseignante suivants : « Équerre bien placée mais manque un peu de précision pour les longueurs de certains segments », « Équerre mal positionnée », « Mal prolongé ».

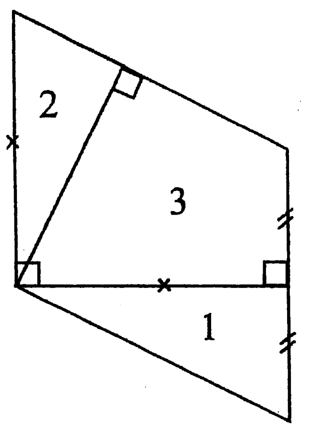
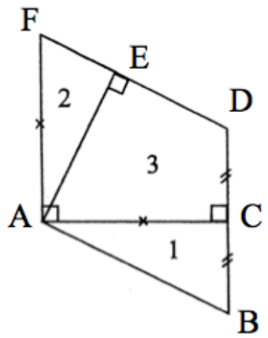


Schéma 7.2, réduit à 60 %

Nous nommons A, B, C, D, E et F les sommets des trois polygones qui composent la figure complexe à construire.

Le codage des égalités de longueurs permet de savoir que les longueurs BC et DC sont égales et que les longueurs AC et AF le sont également. Le codage des angles droits permet de savoir que le quadrilatère ACDE possède deux angles droits, un en E et un en C, que le quadrilatère ACDF possède un angle droit en A et un en C et que le triangle FAC est rectangle en A. L'information de l'alignement des points F, E et D, tout comme celle de l'alignement des points D, C et B, peut être prélevée sur la figure : il en résulte le fait que les triangles AEF et ABC sont des triangles rectangles.



Le point D peut être obtenu comme point d'intersection de la perpendiculaire à la droite (AC) passant par C avec un arc de cercle de centre C et de rayon BC situé au-dessus de la droite (AC) et le point F, de façon analogue, comme le point d'intersection de la perpendiculaire à la droite (AC) passant par A avec un arc de cercle de centre A et de rayon AC situé au-dessus de la droite (AC). Le point E peut alors être obtenu comme point d'intersection de la perpendiculaire à la droite (FD) passant par A avec la droite (FD).

Un programme de tracé pourrait être, en langage technique géométrique :

1. Dans la zone située au-dessus de la droite (AC), placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (AC) avec le sommet en C et tracer le long de l'autre côté de l'angle droit la demi-droite d'origine C.
2. Prendre l'écartement BC avec le compas, placer la pointe sur le point C et tracer un arc de cercle qui coupe la demi-droite en un point D.
3. Dans la zone située au-dessus de la droite (AC), placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (AC) avec le sommet en A et tracer le long de l'autre côté de l'angle droit la demi-droite d'origine A.
4. Prendre l'écartement AC avec le compas, placer la pointe sur le point A et tracer un arc de cercle qui coupe la demi-droite précédente en un point F.
5. Placer la règle sur les points F et D et tracer le long en allant du point F au point D.
6. Placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (FD) et l'autre sur le point A et tracer le long de ce côté, du point A jusqu'à la droite (FD).

L'activité se déroule en deux temps. Les deux élèves travaillent d'abord ensemble jusqu'à la réalisation de la construction sans l'intervention de E, puis une discussion avec E a lieu pour revenir sur des difficultés rencontrées.

Analyse de l'activité 7.2

Finalité de la construction

L'élève M se place dans une finalité graphique pour faire réaliser cette construction instrumentée à l'élève Bm. Cela se traduit dans ses instructions par une exploitation des propriétés spatiales et graphiques des objets graphiques.

Tout d'abord, l'utilisation d'indicateurs spatiaux lui est nécessaire pour communiquer puisqu'à aucun moment elle n'éprouve le besoin de nommer les points pour donner ses instructions à l'élève Bm, ni ne suit le conseil de le faire, donné dès le départ par E suite à sa première instruction (163. M : « Alors Bm, tu prends l'écartement du côté de 1 debout. ») Elle utilise le numéro de la figure, 1, pour en parler et emploie tout du long de ses instructions des indications spatiales (« debout », « bien droit », « en haut », « en bas », « au milieu », « à côté »), qu'elle complète à terme par des gestes déictiques de pointage lorsqu'elle n'arrive pas à se faire comprendre. La figure complexe à construire n'est pas usuelle, et l'élève Bm, qui n'a pas accès au modèle, peut difficilement anticiper ce qui est attendu d'elle, contrairement à l'activité 7.1 où un triangle était à construire. Elle répond aux imprécisions de l'élève M par de nombreuses demandes de confirmation sur les segments ou les points considérés, par des gestes et termes déictiques et elle finit par l'informer du problème, au moment où l'élève M semble excédée de ne pas se faire comprendre (204. Bm : « Ben oui, mais tu précises pas aussi hein ! »)

Ensuite, pour la construction du segment [DC], une fois un arc de cercle de centre C et de rayon BC tracé, l'élève M utilise la verticalité de l'alignement des points B, C et D (165. M : « Tu relies l'arc de cercle au trait bien droit. ») L'indication « bien droit » est en effet relative à la verticalité du segment [BC]. L'élève Bm effectue alors un prolongement de ce segment pour tracer [DC] (Schéma 7.3).

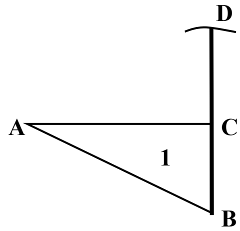


Schéma 7.3

Suite à ce tracé, l'élève M lui demande un placement de l'équerre sur « le trait du 1 » suivi du codage de l'angle droit en C dans le triangle ACD. Malgré le peu de précisions dans les instructions, l'élève Bm répond exactement aux attentes de l'élève M dans ses actions. L'élève M traduit ici, comme elle le faisait en fin de CM2, le codage de l'angle droit par une nécessité de vérifier un angle droit à l'équerre, plutôt que celle d'utiliser l'équerre pour le construire. Si elle s'était placée dans une finalité géométrique de la construction, elle aurait fait construire le segment [DC] à l'aide de l'angle droit de l'équerre (là, elle ne s'en sert que pour vérifier qu'il l'est bien) ou elle aurait déduit du prolongement de [BC] que l'angle en C dans le triangle ADC était bien droit, sans alors avoir besoin de le vérifier.

Ensuite, l'élève M semble chercher à faire réaliser le même objet graphique que son modèle, en donnant autant d'importance à chacune de ses caractéristiques graphiques et propriétés spatiales. Peut-être est-ce d'ailleurs pour cela qu'elle ne s'autorise pas à nommer les points. Ainsi, l'élève M donne des instructions spatiales à propos de certains codages. Pour le codage d'égalité de longueurs par exemple, elle demande à l'élève Bm de mettre le même symbole (une petite croix) sur le côté [AC] du triangle. Elle semble ignorer que le symbole choisi n'a pas d'importance, tout comme sa localisation sur le segment :

> 172. M : Mets une petite croix sur le bord du 1, en haut.
> 173. Bm : Là ? *Elle se place sur le sommet A du triangle.*
> 174. M : Non, non, le, le segment du haut.
> 175. Bm : Là ? *Elle se place sur le sommet C.*
> 176. M : Au milieu, au milieu !

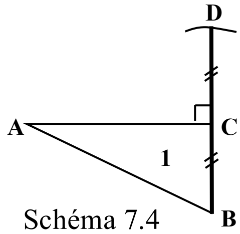


Schéma 7.4

L'élève M demande de placer cette petite croix sur le segment [AC] alors que le segment [AF] n'est pas encore construit. Cette croix ne peut donc pas être interprétée par l'élève Bm comme signifiant une égalité de longueurs. Celle-ci suppose assez naturellement qu'il s'agit de la représentation d'un point (elle propose d'abord le sommet A, puis le sommet C). Cela conduit l'élève M à apporter une précision sur la localisation de la croix sur [AC], elle demande qu'elle soit placée au milieu. La discussion qui suit la fin de la construction montre que l'élève M connaît la signification de cette croix sur le segment [AC] (252. M : « C'est un repère pour dire que là // *elle pointe [AF]*, c'est la même longueur que là // *elle pointe [AC]* ») mais qu'elle pensait qu'elle devait se situer au milieu du segment. L'élève Bm rajoutera d'elle-même la croix sur le segment [AF] suite à son tracé. Cette initiative est prise probablement suite à la remarque de l'élève M à propos du codage de l'égalité des longueurs des segments [DC] et [CB] (170. M : « Et t'as oublié de coder au 1. »)

Pour le codage manquant d'un angle droit à la fin de la construction, l'élève M demande à l'élève Bm de « mettre un angle droit en bas du triangle », puis complète son instruction en pointant le point A. Elle parle vraisemblablement du « bas du triangle 2 ». Or l'angle droit en A n'est pas un angle de ce triangle, il est l'angle droit du triangle FAC. L'élève M n'associe donc pas le signe graphique du codage à l'objet géométrique correspondant, elle le localise simplement spatialement par rapport au triangle 2. L'élève Bm trouve l'angle considéré non pas grâce à l'instruction de l'élève M mais en reconnaissant visuellement cet angle comme étant droit.

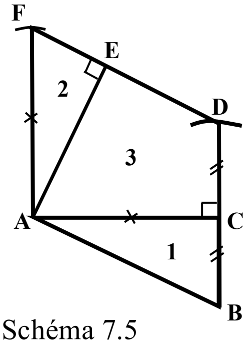


Schéma 7.5

Enfin, pour obtenir exactement la même figure que le modèle, l'élève M cherche aussi à ne pas avoir de trait de construction. Cela apparaît lorsqu'elle demande de faire « un mini arc de cercle » et aussi lorsqu'elle demande d'effacer le tracé situé après l'arc de cercle (205. M : « Trace un arc de cercle, efface le bout qui n'est pas »).

De cette façon, les points D et F ne sont pas représentés graphiquement comme points d'intersection d'une ligne droite et d'un arc de cercle, la ligne droite n'allant pas de part et d'autre de l'arc. L'élève M assimile l'arc de cercle au point lui-même comme dans l'activité 7.1 quand elle parlait indifféremment de la trace graphique « petit trait » ou de l'objet géométrique « point » qu'il représentait. En effet, pour le tracé du segment [FD], elle demande de « relier les deux arcs de cercle » et pour le tracé du segment [DC] de « relier l'arc de cercle au trait bien droit ».

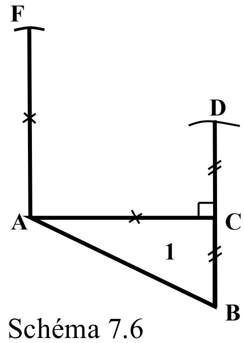
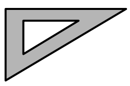
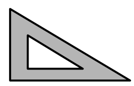
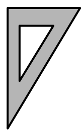
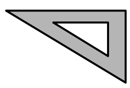
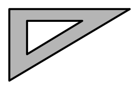
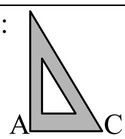


Schéma 7.6

Elle considère donc des objets géométriques de dimension 1 (arc de cercle et trait) à la place des points (point d'intersection et extrémité de segment).

Instructions langagières

Le langage utilisé par l'élève M pour donner ses instructions est globalement très imprécis. Elle utilise parfois les termes « segment » ou « côté », mais beaucoup plus ceux de la langue courante avec « trait », « bord » et « bout ». Elle parle aussi de « coin » pour dénommer un sommet du triangle. Il y a également beaucoup d'implicites dans ce qu'elle demande. Ils sont bien décodés par l'élève Bm pour le tracé du segment [DC], mais ne le sont plus du tout pour le tracé de la perpendiculaire à [AC] en A et celui de la perpendiculaire à [FD] passant par A. L'élève M utilise un langage à visée manipulatoire pour indiquer le placement de l'équerre, en effectuant un guidage simultané des mouvements à réaliser avec l'instrument :

183. M : Après ... Prends ton équerre.	184. Bm 	185. M : Tourne-la.	186. Bm *La retourne et la pose* 	187. M : Tourne-la dans l'autre sens	188. Bm 
189. M : Tourne-la.	190. Bm 	191. M : Retourne-la.	192. Bm 	193. M : Re tourne-la	194. Bm 
195. M : Tourne-la.	196. Bm : Ben ??!!	197. M : Tourne-la !	198. Bm : Comme ça ? 	199. M : Oui ! Bon, trace le trait	

Ainsi, il s'agit juste de « tourner » ou de « retourner » l'équerre, aucun lien n'est exprimé entre les parties de l'équerre et les objets graphiques présents. Six essais sont nécessaires avant d'aboutir au placement voulu. L'élève M procède de la même façon pour obtenir l'angle droit au point E mais elle finit par placer elle-même approximativement l'équerre après quatre tentatives de l'élève Bm. Les imprécisions dans les instructions ainsi données par l'élève M conduisent l'élève Bm à faire des propositions de positionnement de l'équerre ou des hypothèses sur les objets géométriques considérés. Dans les échanges entre les deux élèves, on dénombre quatorze demandes de la part de l'élève Bm du type « Là ? Comme ça ? »
Dans la discussion qui suit, l'élève Bm relève l'insuffisance de l'instruction (234. Bm : « Et pis, quand elle me disait tourne, tourne. Par exemple, elle me dit tourne, mais je sais pas s'il faut que je tourne à droite ou à gauche // *Elle tourne l'équerre en même temps* »). Les deux élèves ne proposent pas d'autres améliorations possibles que celle de donner le sens de rotation de l'équerre. Des implicites existent encore, une fois l'équerre placée, lorsque l'élève M demande de « tracer le trait ».

4. Bilan de la séance 7

Finalité des constructions

Les deux élèves se sont placées spontanément dans une finalité géométrique pour réaliser les constructions proposées, lorsqu'elles nécessitaient des reports de longueurs ou des constructions de points équidistants d'un point donné. Ceux-ci ont été placés à l'aide du compas par des tracés d'arcs de cercle. Elles ont, par contre, parfois travaillé dans une finalité graphique avec des placements de règle au jugé au lieu d'utiliser l'équerre pour obtenir des angles droits. L'activité 7.1 a été l'occasion d'évoquer la méthode de construction d'un triangle par tâtonnement, en plaçant la règle graduée dans une orientation prise au jugé, et d'en affirmer la non validité.

Il en a été de même lors du visionnement de la vidéo de la construction instrumentée de la figure 2 (Schéma 7.7) réalisée par l'élève M lors de la séance 4, et présenté aux deux élèves.

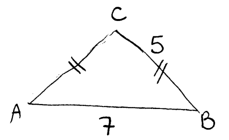


Schéma 7.7

L'élève M a bien repéré ses mauvais choix d'instruments, d'une part pour les reports de longueur (274. M : « J'aurais dû prendre le compas, ça aurait été mieux au lieu de tracer un trait comme ça ») et d'autre part pour la construction de la perpendiculaire à [AB] en son milieu :

> 277. E : Et là comment tu fais pour tracer ?
> 278. M : Ben j'prends ma règle et j'ai pas pris l'équerre.
> 279. E : Oui. Ta perpendiculaire, tu l'as faite au jugé, et elle n'est pas mal réussie quand on regarde, seulement dans la construction, si on veut tracer une perpendiculaire, on a besoin de l'équerre.

Ainsi, les constructions tâtonnées ont été repérées et explicitement déclarées comme non valides, et cela en cohérence avec les attendus de l'enseignante en classe. Il a donc été conclu avec les élèves que les instructions devaient permettre d'obtenir ce que l'on voulait sans avoir à gommer pour refaire, ni sans avoir à tester différents positionnements de règle jusqu'à trouver le bon. Il a été conclu par ailleurs que les traits de construction ne devaient pas non plus être effacés. La possibilité de tracer de tels traits avait en effet été évoquée lors du visionnement de la vidéo alors que l'élève M parlait de « perpendiculaire imaginaire ».

Langages

Dans les différentes activités, l'élève M emploie plus spontanément le terme de « trait » au lieu du terme « segment », mais elle se montre capable d'utiliser le terme géométrique lorsqu'elle est attentive à son langage. Cela apparaît par exemple dans le visionnement de la vidéo lorsqu'elle rectifie immédiatement ce qu'elle s'entend dire, en apportant elle-même l'équivalent en langage géométrique de la description de l'objet graphique qu'elle avait donnée :

266. M : J'aurais dû dire « tracer un segment ».
267. E : Oui, et là tu dis « Je vais mettre les p'tits traits aux extrémités ».
268. M : Ben j'aurais dit « Tracer un segment » ça aurait été normal de faire ça
// *Elle trace deux petits traits aux extrémités d'un trait tracé à main levée sur sa feuille.*
269. E : Oui.

L'élève M ajoute aussi que les petits traits correspondent à des points. Elle interprète donc bien la représentation d'un segment, même s'il y avait un décalage entre les objets géométriques à représenter (les points) et la technique de représentation utilisée (tracé à la règle). L'élève M semble donc capable de s'exprimer dans un langage géométrique lorsqu'elle réfère à l'objet géométrique « segment », en y associant bien la construction de l'objet graphique qui le représente ; cependant, elle n'utilise pas spontanément ce terme dans ses instructions : elle parle plutôt de « trait », désignant ainsi la représentation du segment.
Le langage technique géométrique, employé de façon lacunaire par l'élève M pour le tracé d'arcs de cercle avec le compas, a été amélioré avec l'introduction du terme « écartement » mettant en relation la distance mine - pointe du compas avec le rayon. Ce langage peut désormais être réinvesti en lien avec les actions instrumentées de report de longueur.
Pour ce qui est de l'expression des notions d'angle droit ou de perpendicularité, l'élève M s'appuie beaucoup sur des indications spatiales exploitant l'horizontalité et la verticalité avec des formulations du type « Trace un segment au-dessus de A, qui part du point A, qui va au-dessus de 3 cm » ou encore « Trace un trait droit ». Lorsqu'elle est amenée à employer le terme « perpendiculaire », elle n'utilise pas le langage géométrique approprié mais complète ce qu'elle n'exprime pas par le langage par des gestes mimétiques avec l'équerre : « Trace une perpendiculaire partant de A, passant vers le haut. En fait, tu fais comme ça, tu prends l'équerre // *elle place l'équerre approximativement*, et tu fais, *elle parcourt le lieu du tracé avec son index, le long de l'équerre* ». Et enfin, dans l'activité 7.2, elle contourne son incapacité à décrire l'action à réaliser avec l'équerre en lien avec les traces graphiques par l'utilisation d'un langage à visée manipulatoire. L'introduction d'un langage technique géométrique à propos de ces constructions d'angle droit ou de perpendiculaire peut donc avoir un intérêt.

Communication

Nous avons relevé deux dysfonctionnements, d'un caractère radicalement opposé, dans la situation de communication au sein de la dyade. Le premier provient du fait que l'élève qui manipule les instruments anticipe sur les actions à réaliser, parce qu'elle en connaît le but ou parce qu'elle le devine, ce qui fait que les instructions qui lui sont données deviennent inutiles et qu'elles seront bien comprises même si elles contiennent des implicites ou sont incorrectes. Toute l'activité géométrique est finalement prise en charge par l'élève qui construit avec les instruments. Le deuxième dysfonctionnement provient d'instructions données en langage à visée manipulatoire sous forme de guidage simultané à l'action. Ce guidage s'est révélé particulièrement inefficace lorsque celle qui trace ne connaît pas le but de l'action, mais surtout, il empêche une formulation sur les objets, relations et propriétés

géométriques. En outre, toute l'activité géométrique est prise en charge par l'élève qui donne les instructions, l'autre n'étant plus qu'une exécutante.
Pour aider l'élève qui donne les instructions à énoncer des formulations précises, il faut donc que celui qui construit soit particulièrement attentif et exigeant quant à la clarté et à la précision de ces formulations : il doit demander des compléments d'information si nécessaire et faire attention à ne pas devancer ce qui va être demandé en proposant déjà des positionnements d'instruments, que l'autre n'aurait plus qu'à valider ou à modifier par guidage verbal, avec des formulations du type « avance », « tourne à droite », « continue », « stop ». S'il reste des implicites, si plusieurs interprétations sont possibles, il faut que celui qui construit fasse ce qui lui semble le moins probable, le plus éloigné des attentes supposées de l'autre, tout en suivant de façon conforme les instructions données. Cela permet de faire progresser le langage de l'élève qui donne les instructions, cela permet aussi à l'élève qui trace de ne pas être un simple exécutant : il peut prendre ainsi une part dans l'activité géométrique, en repérant les contraintes restées implicites dans le langage mais d'une nécessaire prise en compte dans l'action.
Enfin, à propos du rôle propre de chaque membre de la dyade, il a été précisé que les instructions ne devaient pas contenir de demande de vérification d'une bonne manipulation (prise du bon écartement au compas, bonne mesure à la règle), ces vérifications étant à la charge de celui qui construit. L'activité 7.2 montre aussi la nécessité d'apporter des clarifications sur le codage : ce n'est pas à celui qui construit d'en prendre l'initiative contrairement à la règle qu'a semblé instaurer l'élève M. Donner des instructions sur le codage à réaliser force en effet l'élève qui les donne à formuler les propriétés qu'il a cherché à produire à l'aide des instruments.

B. Séance 8

1. Présentation de la séance

La séance 8 a lieu une semaine après la séance 7. Un premier objectif est d'institutionnaliser les formulations en langage technique géométrique établies et utilisées en acte lors de la séance précédente et également de rappeler celles en langage géométrique. Ces langages concernent :

- l'utilisation de la règle pour tracer un segment ou le prolonger en une droite ou en une demi-droite,
- l'utilisation du compas pour tracer un arc de cercle ou un cercle.

Un second objectif consiste à repréciser les attentes relatives à une construction instrumentée réalisée par la dyade. Il s'agit de faire une mise au point en récapitulant ce qui est valide, ce qui ne l'est pas, les règles de fonctionnement et le rôle de chacune. Un troisième et dernier objectif consiste à étudier l'intérêt qu'il pourrait y avoir à remplacer la construction instrumentée pour l'élève M par la réalisation d'un schéma à main levée en vue de résoudre un problème géométrique, suite à nos premières observations à ce propos lors de la séance 7. À court terme pour la séance 8, cela contribue à installer une pratique de travail en dyade, avec une relation symétrique entre les deux élèves, en alternant les rôles de celle qui trace et de celle qui donne des instructions.
Nous présentons tout d'abord la mise au point réalisée suite au travail de la séance 7, avec l'institutionnalisation du langage technique géométrique d'une part, et les précisions apportées sur les règles de fonctionnement du travail en dyade d'autre part. Nous terminons par l'analyse de deux activités permettant aux élèves de mettre en application ce qui a été établi.

2. Mise au point sur le travail en dyade

Institutionnalisation du langage technique géométrique

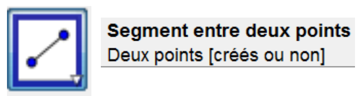
Lors de la séance 7, un retour sur le langage utilisé dans les instructions données a été réalisé afin d'améliorer les formulations, mais seulement dans certaines activités, par exemple dans l'activité 7.1 mais pas dans l'activité 7.2, qui, elle, constituait une évaluation diagnostique du langage spontané utilisé pour exprimer la relation de perpendicularité. Aussi, une mise au point à propos du langage s'avère nécessaire au début de la séance 8.
Les retours sur les travaux de la dyade ont pris différentes formes lors de la séance 7 : l'écriture concertée entre l'élève M et l'élève Bm d'un programme de tracé, avec l'intervention de E pour mener les échanges et les faire aboutir à des formulations valides, des remarques à partir du visionnement d'une construction réalisée lors d'une séance de travail précédente ou encore une discussion après la construction sur ce qui a été demandé et sur ce qui a posé des problèmes de compréhension. Cependant, certaines formulations incorrectes n'ont pas été identifiées clairement comme telles dans la séance 7 et la conformité au modèle de la figure réalisée grâce aux instructions pouvait laisser penser aux deux élèves que le langage utilisé convient, puisqu'il est fonctionnel. C'est par exemple le cas pour l'activité 7.2 où l'objet graphique obtenu est correct.
Afin qu'il n'y ait pas d'ambiguïté sur le langage qu'il convient d'utiliser dans le travail expérimental hors classe, une institutionnalisation sous forme écrite du langage technique géométrique nous semble nécessaire, d'autant plus que ce langage n'est pas celui qui est enseigné en classe.
Nous avons donc réalisé un livret avec les différentes formulations langagières licites pouvant être utilisées dans les instructions à donner à l'autre, lors du travail en dyade, pour qu'il trace avec ses instruments des représentations d'objets géométriques. Chacune des pages du livret est construite sur le même modèle. Nous donnons ci-après l'exemple de la page concernant la construction d'un segment à partir de deux points donnés.

Les objets géométriques présents au départ (le point A et le point B) sont représentés en bleu. L'objet géométrique à construire (le segment) est représenté en rouge. Le même code couleur est utilisé sur les mots écrits.
Une formulation en langage technique géométrique est ensuite écrite en italique. Il peut parfois y en avoir deux :
- la première, en gras, est compactée, lorsque l'action à réaliser avec l'instrument est portée par le verbe (relier)
- la seconde est développée, avec la description des actions élémentaires des trois phases (choix de l'instrument, positionnement et tracé).
Vient après une formulation en langage géométrique, écrite en gras.
Pour finir, sont représentés l'icône de l'outil de GeoGebra et le texte qui l'accompagne et suit le langage technique géométrique associé à l'utilisation du logiciel.

Avec la règle,
relie les points A et B :

- *Prends la règle*
- *Place-la sur les points A et B*
- *Trace le long de la règle du point A jusqu'au point B*

Trace le segment [AB]



Cliquer sur le point A
Cliquer sur le point B

Nous avons donc, en début de séance 8 (voir annexe 11, A11. Séance 8), réalisé une mise au point sur les formulations langagières acceptées dans une situation de communication orale au sein de la dyade, en utilisant le livret de la façon suivante :

1. Un objet graphique est montré aux deux élèves tandis que des caches sont placés sur le reste de la page.
2. L'élève M propose l'instruction qu'elle donnerait pour faire construire ce qui est représenté en rouge à partir des éléments en bleu déjà représentés.
3. L'élève Bm propose son instruction, en améliorant la formulation de l'élève M si besoin.
4. E intervient pour valider les formulations ou conduire les élèves à les corriger, par des demandes de précisions ou par un apport de vocabulaire. Les caches sont alors enlevés et les formulations en langage technique géométrique et en langage géométrique sont lues.

Cette activité a permis d'institutionnaliser un langage technique géométrique pour chacun des tracés représentant les sept objets géométriques suivants :

- un segment [AB], les points A et B étant donnés
- un segment [AB] d'une longueur de 6 cm donnée
- un arc de cercle de centre A et de rayon 5 cm, le point A étant donné
- un cercle de centre A et de rayon 5 cm, le point A étant donné
- la droite (AB), le segment [AB] étant donné
- la demi-droite d'origine A passant par B, le segment [AB] étant donné
- un arc de cercle de centre B coupant un arc de cercle de centre A, les points A et B, l'arc de cercle de centre A, ainsi qu'un arc de cercle de centre B non sécant à celui de centre A étant donnés

Les formulations en langage géométrique concernant ces objets et travaillées en classe ont également été rappelées, de même que celles concernant le point d'intersection d'une droite et d'un arc de cercle et celui de deux arcs de cercle.

Précisions sur les règles de fonctionnement du travail en dyade

L'activité précédente a permis d'expliciter les langages attendus (géométrique ou technique géométrique) dans la communication entre les deux élèves dans leur travail en dyade. Nous n'évoquons pas encore les gestes déictiques ou mimétiques qui pourraient participer à la communication. Nous les laissons s'accomplir afin de déterminer si ceux que les élèves produisent spontanément peuvent être une aide à l'appropriation du langage technique géométrique ou s'ils en constituent un obstacle.
En début de séance 8, la mise au point sur le langage est suivie de l'instauration d'une nouvelle règle de fonctionnement : l'élève qui trace avec les instruments doit faire ce qui lui semble le moins probable tout en agissant de façon conforme à l'instruction qui lui est donnée. En conséquence, l'élève qui donne les instructions ne doit pas laisser d'implicites dans ses formulations si elle veut qu'elles aboutissent au tracé souhaité.
Un rappel est ensuite effectué sur la non validité des constructions tâtonnées et sur la possibilité de réaliser des traits de construction si nécessaire. Pour éviter toutes instructions à visée manipulatoire qui écarteraient les élèves de l'activité géométrique, il est reprécisé également que la vérification de la bonne manipulation des instruments n'est pas à la charge de celle qui donne les instructions, cette dernière devant supposer que ce qu'elle demande de faire est bien fait. Cette règle ne peut mettre en difficulté l'élève M puisqu'il n'est pas prévu qu'elle effectue les constructions en utilisant les instruments.
Enfin une mise au point est faite sur les informations qui peuvent être prélevées sur un schéma à main levée grâce au schéma ci-contre (schéma 8.1) : égalité des longueurs des segments [ED] et [DC], angle droit en E, appartenance du point B au segment [AC] sans aucune information sur le fait qu'il soit au milieu de ce segment, ni sur l'angle en C.

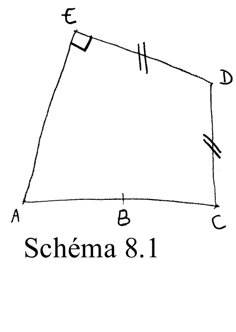


Schéma 8.1

Le rôle de chaque membre de la dyade est alors précisé : il appartient à celle qui donne les instructions de demander le codage des propriétés géométriques obtenues de façon instrumentée et à celle qui trace de choisir le signe graphique du codage :

M : Ils ont la même longueur, donc on met le codage.
E : Ils ont la même longueur, les segments ont la même longueur, c'est ça.
M : Donc elle doit mettre le codage automatiquement.
E : Non, elle ne va pas le mettre automatiquement mais tu vas lui dire : « Code l'égalité des longueurs des deux segments ». Elle, elle va choisir son codage : si elle choisit de faire un petit trait, ça nous convient.

Suite à ces mises au point, des activités géométriques ont été proposées afin de permettre aux deux élèves de mettre en application tout ce qui a été décidé et de s'entraîner. Nous présentons ci-après l'analyse de deux de ces activités réalisées dans un travail en dyade. Dans l'activité 8.1, l'élève M reçoit un schéma codé, l'élève Bm n'en a pas connaissance et doit construire la figure en vraie grandeur en suivant les instructions de l'élève M. Dans l'activité 8.2, les rôles sont inversés, mais ce que doit produire l'élève M est un schéma à main levée. Ces deux activités ont été filmées et les transcriptions sont en annexe 11 (A11. Séance 8).

3. Activité 8.1

Présentation et analyse a priori

Le schéma 8.2 a déjà été donné à l'élève M lors de la séance 4. Trois essais de tâtonnement avaient été alors nécessaires avant qu'elle ne formule une technique valide de construction au compas pour conduire à l'obtention du triangle IJL. La construction n'avait pas été achevée. Le quadrilatère ILJK est un assemblage de deux triangles : IKJ est équilatéral de côté 12 cm, il a un côté commun [IJ] avec le triangle IJL isocèle en L dont les côtés [JL] et [LI] ont une longueur de 8 cm. Sur le schéma, l'angle en L semble droit, mais il n'est pas codé ainsi.

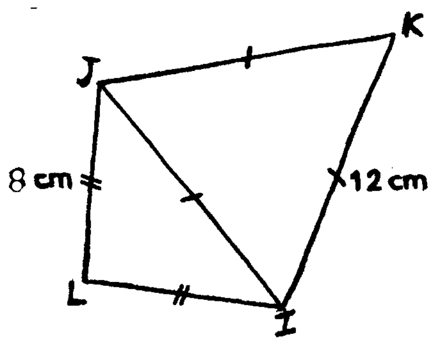


Schéma 8.2

La construction doit démarrer par le tracé d'un premier segment déterminé par sa longueur. Il y a cinq possibilités : [IL] ou [LJ] de longueur 8 cm et [IJ], [JK] ou [IK] de longueur 12 cm. Les longueurs sont indiquées pour les segments [LJ] et [IK] et elles se déduisent du codage pour les autres segments. Une fois un des segments tracé, les deux points manquants s'obtiennent comme points d'intersection d'arcs de cercle à réaliser au compas et il ne reste plus qu'à tracer les quatre derniers segments à la règle.

Analyse de l'activité 8.1

L'élève M commence par demander le tracé du segment [LI] de 8 cm, ensuite celui de [LJ] de 8 cm ; puis de « relier JI », de coder l'égalité de longueurs et de tracer le segment [IK] de 12 cm. Aucune information n'est donnée sur la direction des segments [LJ] et [IK], ce qui fait que la technique de construction ne convient pas : les segments [JI] et [JK] ne pourront pas être de la longueur imposée. L'élève Bm choisit une direction horizontale pour [LI] et une direction proche de la verticale pour [LJ], si bien que, visuellement, la figure ressemble au schéma de l'élève M. Le tracé du segment [IK] réalisé dans une direction verticale conduit l'élève M à changer de technique pour obtenir le point K avec le tracé de deux arcs de cercle. Elle ne remet pas en cause la construction du point J qui, lui aussi, aurait dû être obtenu au compas. Elle demande ensuite le tracé des segments [JK] et [KI] et le codage des égalités de longueurs des trois côtés du triangle IJK. L'élève M ne perçoit pas que ces égalités ne sont pas vérifiées (le segment [JI] mesure 10,5 au lieu de 12). L'élève Bm l'en informe en mesurant [JI]. L'élève M remet alors en cause l'exécution du tracé (132. M : « Ça veut dire qu'elle l'a mal tracé »), puis relève le problème d'une mauvaise orientation donnée à la règle :

134. M : Parce que normalement, elle a pas bien orienté sa règle.
135. E : Et tu lui as dit de l'orienter comment ?
136. M : Mais j'sais même pas comment on
137. Bm : Ben, elle m'a juste dit de tracer un trait en fait.
138. E : Tu voulais qu'elle le mette comment ?
139. M : Ben là, qu'ça fasse bien, *elle trace [LI] de 8 cm.*
Elle oriente la règle (schéma 8.3)
Elle aurait pu prendre son compas.

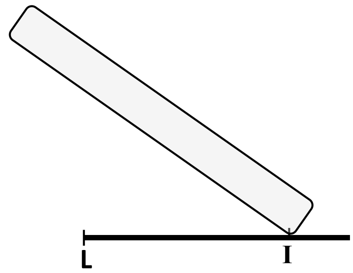


Schéma 8.3

L'élève M ne parvient pas à donner d'indications sur l'orientation à donner à la règle, le schéma d'ailleurs ne le permet pas ; elle semble s'en convaincre en essayant par elle-même différents placements de règle, cela la conduit à changer de technique. Ainsi, elle continue à privilégier les techniques de construction par tâtonnement en prélevant des informations spatiales (orientation des lignes sur le support) et ne pense à l'utilisation du compas qu'en dernier recours.

Au niveau du langage, l'élève M commence par utiliser le langage géométrique pour le tracé du premier segment, puis elle bascule dans le langage courant pour le second (73. M : « À L, trace un trait de 8 cm. ») Le regard interrogatif de l'élève Bm suffit à ce qu'elle donne une reformulation correcte dans le langage géométrique. À propos de l'égalité des longueurs des segments [LI] et [LJ], l'élève M demande de coder les segments [LI] et [JL] : un questionnement de l'élève Bm permet de signaler les implicites. L'élève M utilise le terme géométrique « distance » de façon inappropriée (114. M : « Code ces deux segments de même distance »), E intervient pour aboutir à l'utilisation du terme correct de « longueur ».
Pour les tracés de segments dont les extrémités sont présentes, l'élève M utilise un langage technique incomplet en employant seulement le verbe « relier », comme elle l'avait fait au début de la séance pour le segment [AB] en proposant « Relie les deux points » et en le justifiant (11. M : « Ouais mais moi, c'est évident qu'c'est avec la règle, pour les relier. ») Elle formule le tracé des arcs de cercle dans un langage technique géométrique correct, en indiquant l'instrument (le compas), l'écartement à prendre, le lieu où piquer la pointe et le tracé de l'objet géométrique (l'arc de cercle). Elle emploie ensuite le terme « extrémité » à la place du terme « intersection » pour demander de nommer le point K. L'élève Bm observe la nouvelle règle établie au début de la séance en plaçant le point K à l'extrémité d'un arc, ce qui amène l'élève M à donner le terme géométrique correct :

106. M : Relie, euh nomme l'extrémité des deux arcs de cercle K.
107. *Bm écrit K à une extrémité d'un arc.*
108. M : J'ai dit l'extré
109. Bm : L'extrémité tu m'as dit
110. M : Mais je sais plus oh l'intersection.

Le nouveau fonctionnement de travail en dyade instauré dans cette séance produit les effets souhaités sur l'amélioration du langage utilisé dans la communication. L'élève Bm a bien compris son rôle, elle n'agit plus immédiatement lorsque les demandes de l'élève M ne sont pas claires ou qu'elles contiennent des implicites, même si elle devine ce qui est attendu : elle demande des précisions ou fait ce qui lui semble le moins probable. De cette façon, elle est impliquée aussi dans le travail géométrique et dans la réflexion sur les formulations qui conviennent ou pas.
En conséquence de ces rétroactions (manifestations d'une incompréhension par un regard ou par une question, action qui ne correspond pas aux attendus), l'élève M cherche à être précise. Apparaît aussi de sa part un souci de concision lorsque, pour le tracé du deuxième arc de cercle, elle se contente de l'instruction « Renouvelle cette expérience en piquant sur J ». Elle décrète alors une nouvelle règle :

100. E : Tu aurais pu lui dire, garde l'écartement, c'est vrai que tu as dit « renouvelle », mais elle avait fermé son compas avant.
101. M : Ben elle avait qu'à pas l'fermer hein, j'lui ai pas dit, alors elle a pas l'droit de l'faire !

La question n'est pas tranchée lors de la séance 8 mais devra l'être pour la suite. Demander de fermer le compas est de l'ordre du manipulatoire, cela n'a pas à être pris en charge par celui qui donne les instructions. Ensuite, comme nous souhaitons que le langage produise les mêmes effets que l'action, il nous semble plus pertinent qu'une action répétée se traduise par une formulation verbale répétée.

4. Activité 8.2

Présentation et analyse a priori

L'élève Bm reçoit le schéma ci-contre et doit donner des instructions à l'élève M pour qu'elle en fasse un schéma à main levée. Cette figure complexe est composée de deux cercles et d'un triangle ayant des relations entre eux :

- les sommets A et C du triangle sont chacun centre d'un cercle,
- le cercle de centre C passe par les sommets A et D du triangle,
- le cercle de centre A passe par le sommet D du triangle et par le milieu B du côté [AC] du triangle.

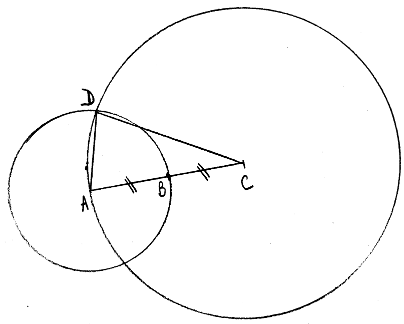


Schéma 8.4

Cette activité permet d'évaluer la capacité de l'élève M à traduire des relations géométriques, données sous forme langagière, à l'aide d'un schéma à main levée, ainsi que la capacité de l'élève Bm à passer d'un schéma au discours. Cette dernière peut choisir de décrire son schéma, sans se soucier que la chronologie de ses instructions puisse mener à une figure constructible aux instruments, utilisant alors ses connaissances sémiotiques pour interpréter les relations d'incidence et l'égalité de longueurs. Mais elle peut aussi avoir une *appréhension séquentielle* de la figure (Duval, 1994), si elle imagine le but de ses instructions comme devant permettre de faire construire la figure à l'aide d'instruments. Elle doit dans ce cas se placer dans une finalité géométrique en donnant un programme de construction ou de tracé de la figure correspondant à son schéma, l'ordre dépendant à la fois des propriétés géométriques et des instruments utilisés.

Plusieurs programmes de construction sont possibles. On peut par exemple tracer un segment [AC], placer son milieu B, tracer le cercle de centre A et de rayon AB, tracer le cercle de centre C et de rayon AC, nommer D un des deux points d'intersection des deux cercles puis tracer les segments [AD] et [DC].
Si l'on commence par tracer un segment [DC], puis le cercle de centre C et de rayon DC, il faut ensuite utiliser le fait que la longueur DA vaut la moitié de la longueur DC pour poursuivre la construction. Cela se déduit du fait que le point D est sur le cercle de centre A et de rayon AB (donc DA = AB), du fait que le point B est le milieu du segment [AC] (donc 2AB = AC) et du fait que le point D est aussi sur le cercle de centre C et de rayon DC (donc AC = DC). Après le segment [DC] et le cercle de centre C passant par D, on peut donc tracer un arc de cercle de centre D, de rayon DC/2 qui coupe le cercle en un point A, puis tracer le segment [AC] et le cercle de centre A passant par D qui coupe le segment [AC] en B. On termine alors en traçant le segment [DA].
Dans cette activité, le langage technique géométrique ne devrait pas être spontanément utilisé puisque le tracé se fait sans compas ni règle, mais à main levée avec un crayon. A priori, un langage géométrique devrait donc être employé.

Analyse de l'activité 8.2

Instructions de l'élève Bm

L'élève Bm commence par demander le tracé d'un segment [DC], puis celui d'un segment [DA] et enfin celui du segment [AC]. Ses formulations en langage géométrique sont précises. Elle emploie l'article indéfini « un » pour les deux premiers segments quand il y a plusieurs possibilités de tracés et l'article défini « le » pour le dernier. Quand l'élève M tente de mettre en défaut la deuxième instruction en traçant le deuxième segment sans extrémité commune avec le premier, E intervient pour lever le désaccord (E : 148. « Ah non, là, tu as déjà un point D, tu ne peux pas en faire un autre. ») L'élève Bm demande ensuite le placement du point B, milieu du segment [AC]. L'élève M place le point et prend l'initiative du codage de l'égalité des longueurs. Elle n'a pas d'autres possibilités de signifier que B est le milieu du segment sur son schéma à main levée. Dans ce type de situation de communication, la décision du codage appartient nécessairement à celui qui trace, contrairement à ce qui a été établi pour le tracé instrumenté, puisque les propriétés géométriques données sur le schéma ne peuvent être indiquées que par le codage.
L'élève Bm demande ensuite le tracé d'un cercle de centre B qui passe par D et celui d'un cercle de centre A qui passe par D. Les formulations sont correctes excepté l'article indéfini « un » qui laisse supposer qu'il existe plusieurs cercles possibles. L'élève Bm se rend compte qu'elle n'a pas donné le centre correct pour le premier cercle à la fin de la construction. La construction décrite correspond au schéma 8.5.

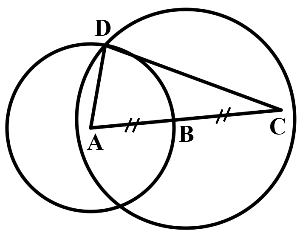


Schéma 8.5

Elle recommence alors en caractérisant les deux cercles par leur centre et deux de leurs points. Ses instructions constituent une description du schéma et pas un programme de construction. Elle commence en effet par le triangle ADC sans donner de contraintes sur les relations entre ses côtés. Les deux cercles qu'elle décrit alors (cercle de centre A passant par B et D, cercle de centre C passant par A et D) ne sont pas constructibles : aucune instruction n'a été donnée en effet pour que le triangle ADC soit isocèle en C et le triangle ABD isocèle en A.

Schéma à main levée de l'élève M

L'élève M commet une erreur dans la représentation qu'elle fait d'un cercle : elle met son crayon sur le centre, passe par le point donné du cercle et revient sur le centre. L'élève Bm ne le repère pas la première fois, mais le signale la deuxième fois (160. Bm : « Ben, il est pas au centre, là, le A.») L'élève M refait un tracé en persistant dans la même erreur. E intervient alors pour lui demander seulement la représentation d'un cercle de centre A sur une feuille à part. L'élève M réalise un tracé correct au deuxième essai. L'exercice est alors refait entièrement pour permettre à l'élève Bm de rectifier son instruction pour le cercle de centre C et à l'élève M de représenter correctement les cercles.
Au niveau de la qualité visuelle des traces graphiques produites par l'élève M, une première remarque en aparté de l'élève Bm met en évidence l'écart entre l'objet graphique représenté à main levée et celui qui serait obtenu avec un instrument (142. Bm : « C'est pas un segment ça. Bon, on va dire que c'en est un. ») Le segment [DC] tracé apparaît en effet plus comme un arc de cercle. Ensuite, les cercles tracés ont une forme plutôt allongée, proche d'un ovale. Le bref commentaire de l'élève Bm alors qu'elle compare le modèle et le schéma final produit par l'élève M résume bien l'impression visuelle qu'on peut avoir (187. Bm : « Hé, hé, on voit la différence ! »)

Dans le deuxième tracé à main levée (schéma 8.6), le point A et le point C sont très éloignés de la position centrale dans laquelle ils devraient être (voir figure ci-contre). L'élève M constate que le cercle de centre A ne convient pas visuellement (180. M : « C'est un peu l'centre là, j'peux pas faire mieux, c'est à main levée »), et l'élève Bm lui montre d'un geste iconique le parcours qu'elle aurait pu suivre pour son tracé. Une des raisons pour laquelle le cercle n'est pas centré en A est que le tracé au-dessus de A aurait dû sortir du support. Le fait de disposer de beaucoup de place n'enlève pas ce type de difficulté : l'élève M utilise une feuille A4 en format paysage, mais son schéma occupe toute la hauteur de la feuille et les lettres prennent une place trop importante.

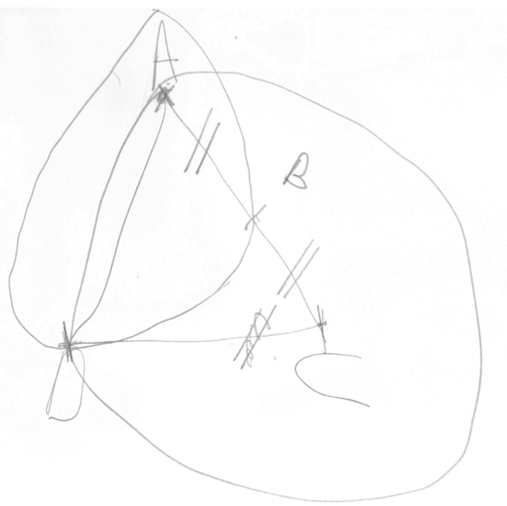


Schéma 8.6, réduction 40 %

Dans sa première production, elle ne réussit pas du premier coup à relier deux points à main levée. Pour tracer le segment [AC], elle part bien du point C, mais elle arrive à 5 mm du point A. Il en est de même lorsqu'elle essaie de fermer ses cercles. Elle est cependant capable de rectifier ses tracés. Sa première production est peu lisible.
L'élève M semble avoir tout autant de difficultés à réussir les tracés à main levée que ceux avec les instruments. Au vu des productions obtenues, il ne semble pas évident que ses tracés à main levée puissent être exploitables pour favoriser son raisonnement dans la résolution d'un problème géométrique, mais cela reste à vérifier dans d'autres activités.

II. Angle droit, utilisation de l'équerre

Après les deux séances de travail hors classe avec l'élève M et l'élève Bm, vient la deuxième période d'observation en classe sur le chapitre « Triangles et quadrilatères ». Nous en présentons nos observations des séances 9 à 14 et celles de la séance de remédiation (séance 16). Nous exposons également l'analyse de la deuxième série de séances de travail hors classe, avec l'élève M et l'élève Bm (séances 15, 17, 18 et 19), qui démarre un mois après la première série (séances 7 et 8).

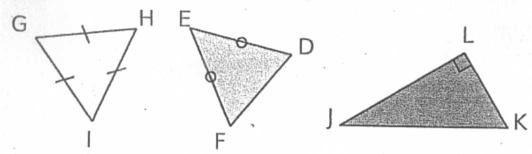
A. Deuxième période d'observation : séquence sur les triangles et quadrilatères

1. Présentation de la séquence en classe

Séance 9 (30 min)

Cette séance est la deuxième sur les triangles. Elle démarre par la définition de ce qu'est un triangle rectangle et le terme « hypoténuse » est introduit. Les définitions de triangle isocèle et triangle équilatéral ont été vues lors de la première séance, de même que les termes « sommet principal » et « base ».
L'exercice suivant est fait individuellement. Les élèves doivent y interpréter les codages d'égalité de longueurs et d'angle droit afin d'utiliser les définitions du cours et de réinvestir le vocabulaire introduit.

9 *Triangles particuliers.*



a. Quelle est la nature du triangle GHI ? Du triangle DEF ? Du triangle JKL ? Justifie tes réponses.

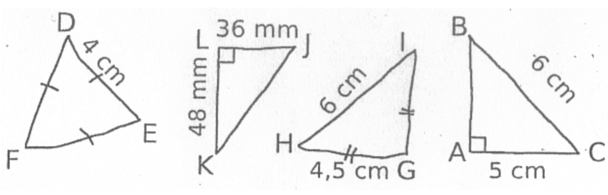
b. Dans le triangle DEF, comment s'appelle le point E ? Comment s'appelle le côté [FD] ?

c. Dans le triangle JLK, comment s'appelle le côté [JK] ?

Séance 10 (50 min)

Une correction de l'exercice 9 est réalisée collectivement, puis deux exercices sont à effectuer de façon individuelle : quatre constructions instrumentées de triangles en vraie grandeur à partir de schémas et quatre schémas à partir d'un texte. Il s'agit donc d'une part d'interpréter les codages d'un schéma à main levée et de mettre en œuvre une technique de construction instrumentée, et d'autre part de passer d'une description écrite à un schéma codé sur lequel apparaissent les données (codages d'égalité de longueurs ou d'angle droit, indications des longueurs connues).

Les triangles sont tracés à main levée. Construis-les en vraie grandeur.



12 *À main levée uniquement*

a. Trace à main levée un triangle ABC isocèle en A tel que AB = 3 cm et BC = 4 cm.

b. Trace à main levée un triangle DEF équilatéral tel que DE = 5 cm.

c. Trace à main levée un triangle isocèle GHI de sommet principal I tel que GH = 7 mm et GI = 15 cm.

d. Trace à main levée un triangle JKL rectangle en J tel que JL = 5 dm et JK = 9 dm.

e. Trace à main levée un triangle MNO rectangle en O tel que ON = 45 mm et que son hypoténuse mesure 6,5 cm.

Séance 11 (50 min)

Une correction de l'exercice 12 est réalisée collectivement, puis une partie de cours est traitée, comprenant les définitions de quadrilatère et rectangle.

Séance 12 (30 min)

Les élèves effectuent l'exercice suivant et une partie de cours est traitée comprenant la définition du losange.

Dans chaque cas, trace un dessin à main levée puis construis une figure en vraie grandeur. a. Construis un triangle FIN rectangle en F tel que : FI = 5 cm et NF = 6 cm. b. Construis un triangle STU isocèle en S tel que : ST = 5,8 cm et TU = 3,2 cm. c. Construis un triangle MNO équilatéral de côté 5 cm.

Séance 13 (50 min)

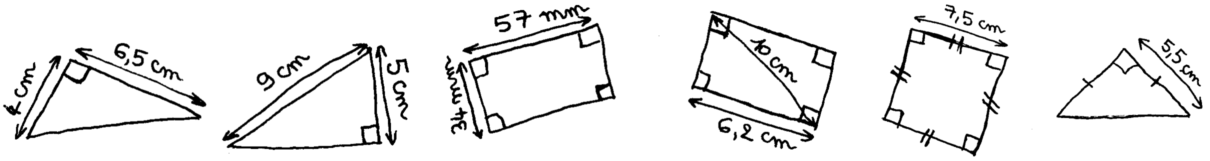
La séance démarre par une partie de cours avec la définition du carré ; elle se poursuit par des constructions à l'équerre et au compas, suite à la réalisation de schémas à main levée à partir des énoncés écrits suivants :

Dans chaque cas, trace un dessin à main levée puis construis une figure en vraie grandeur. a. Construis un triangle isocèle XYZ de sommet principal Z tel que : XZ = 3,5 cm et XY = 6 cm. b. Construis un triangle TRS rectangle en S tel que : TS = 7,2 cm et SR = 8,5 cm. c. Construis un triangle GLU rectangle en L tel que : LG = 8 cm et GU = 10 cm. d. Construis un triangle REC à la fois rectangle et isocèle en E tel que RE = 4,5 cm.

Pendant que les élèves effectuent les constructions, l'enseignante rend le devoir à la maison comprenant des exercices de tracés de cercle, puis elle répond de façon individuelle aux questions des élèves s'ils en ont.

Séance 14 (50 min)

Les constructions en vraie grandeur des schémas à main levée suivants sont commencées lors d'une séance que nous n'avons pas observée.



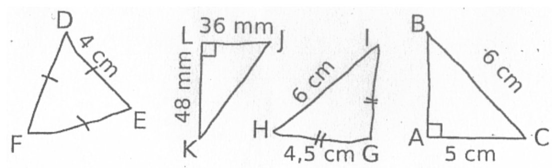
La séance commence par une construction collective du rectangle de longueur 6,2 cm et de diagonale 10 cm avec GeoGebra, puis les élèves poursuivent leurs constructions à l'équerre, au compas et à la règle graduée.

2. Constructions instrumentées

Nous présentons nos observations sur l'activité de l'élève M en classe au cours de la deuxième période d'observation, en nous appuyant plus particulièrement sur les séances 10 et 14 consacrées à part entière à des constructions instrumentées. Nous nous intéressons d'une part aux difficultés qu'elle rencontre, en lien avec son handicap, dans le but de déterminer si ces difficultés font obstacle à ses apprentissages géométriques, et d'autre part aux techniques de construction qu'elle emploie, afin d'évaluer les connaissances géométriques qu'elle est capable de réinvestir dans l'action.

Séance 10

La séance 10 est la troisième séance sur les triangles. Les élèves doivent construire des triangles en vraie grandeur à partir des quatre schémas à main levée ci-contre.



Difficultés de l'élève M en lien avec son handicap

Les exigences de l'enseignante sont analogues à celles exprimées lors de la séquence sur le cercle. La finalité géométrique des constructions est rappelée à trois reprises :

[10] P : Pour les triangles que vous avez à tracer, il ne s'agit pas de tâtonner et de gommer plusieurs fois, vous devez trouver une méthode qui vous permette de tracer le triangle du premier coup, sans faire des essais, sans avoir à gommer, et vous laissez vos traits de construction.

[10] P : Attention, pour les triangles que vous avez à construire, vous ne tâtonnez pas. Vous réfléchissez bien pour ne pas avoir à gommer.

[10] P : Mais là, si vous utilisez le compas, y'a pas besoin de tâtonner, pas besoin d'essayer de trouver comment placer la règle pour que ça fasse bien 6 cm. Et vous laissez votre trait de compas pour bien montrer votre méthode de construction.

Par ailleurs, la nécessité de précision reste suggérée par le contrôle des constructions instrumentées avec la superposition d'un transparent de correction, mais elle est aussi renforcée par des aides organisationnelles données par l'enseignante aux élèves avant qu'ils ne démarrent leurs constructions : « On taille bien son crayon, s'il faut le retailler, on n'hésite pas, hein, il y a plusieurs figures à faire, même s'il est bien taillé au début, faudra peut-être le retailler avant la fin. On essaie de faire des figures propres et précises. On prend son temps pour les tracer pour qu'elles soient précises. »

L'élève M commence par suivre les conseils de l'enseignante en se lançant dans une activité de taille de crayon qui l'accapare pendant plus de 4 minutes (*Elle va vider son taille-crayon à la poubelle, au passage elle fait tomber la trousse de sa voisine de derrière, elle taille, casse la mine, elle retaille, coince la mine, répand les taillures sur sa table, les ramasse tant bien que mal, emprunte le taille-crayon de sa voisine, taille et taille encore*). Elle démarre donc l'activité géométrique avec du retard.

Elle éprouve ensuite des difficultés à obtenir les bonnes dimensions du triangle JKL par la mesure. Ses vérifications la conduisent à gommer et refaire par trois fois ce triangle. L'enseignante lui apporte de l'aide au moment de la validation avec le transparent :

- aide technique à finalité graphique en lui précisant d'une part que l'erreur obtenue est acceptable pour le triangle DEF alors que l'élève M pense qu'elle doit le recommencer ([10] P : « Ça fait beaucoup moins qu'un millimètre là, c'est bon »), et en lui précisant d'autre part le côté qui doit être refait pour le triangle JKL ([10] P : « Donc, il y a un côté qui va bien, celui-là, par contre celui-là, euh »),
- aide organisationnelle relative à l'action périphérique de gommer ([10] P : « Par contre, quand tu gommes, élève M, il faudrait d'abord que tu gommes bien, quitte à repasser sur ce que tu as gommé, parce que le problème, c'est qu'après, pour juste gommer des petits morceaux. »)

L'erreur commise par l'élève M est une erreur de mesure : le côté mesure 52 millimètres au lieu de 48. Cela est lié à une mauvaise utilisation de la règle graduée (positionnement et lecture des graduations) dont l'élève M n'a pas eu conscience :

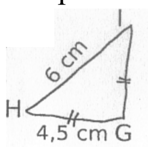
[10] M : Mais madame, 48 mm, c'est 4 + 8 mm ?
P : 4 cm + 8 mm.
M : Ben, c'est ce que j'ai fait ! *M remesure avec sa règle.* Ah ben non ! *Soupir*

L'élève M a donc réalisé, de façon autonome, quatre essais de tracé pour le triangle JKL en tentant de rectifier les erreurs de mesure à chaque fois qu'elle les a identifiées ; elle s'est arrêtée au quatrième essai le croyant correct, alors qu'il ne l'était toujours pas. Ainsi, le temps pris à des rectifications de mesure dans ses essais de tracé du triangle JKL, tout comme le retard pris en début d'activité à la taille de son crayon, ont contribué à ce qu'elle soit en décalage par rapport à l'activité de la classe : l'élève M en est à la construction du troisième triangle sur son cahier tandis que l'enseignante corrige celle du quatrième au tableau. L'élève M ne bénéficie donc pas des explications de l'enseignante à ce propos, alors qu'elle en aurait eu besoin, comme nous le verrons par la suite.

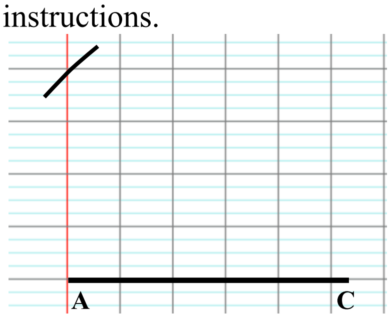
Techniques de construction

L'élève M utilise une technique de construction à la règle graduée et au compas pour le triangle équilatéral DEF, à l'équerre graduée pour le triangle rectangle JKL. Ses techniques de construction sont valides dans une finalité géométrique, contrairement à celles qu'elle tente de mettre en œuvre pour les deux derniers triangles.
Pour la construction en vraie grandeur du triangle HIG, l'orientation de son schéma sur le support est source de ses difficultés. Elle s'appuie en effet sur la direction horizontale de [HG] et la direction verticale de [GI] pour faire ses tracés : elle utilise une ligne du quadrillage de son cahier pour le côté [HG] de 4,5 cm, puis elle oriente sa règle verticalement au jugé pour tracer le côté [GI] de la même longueur. Et comme elle trace le dernier côté [HI] sans en contrôler la mesure, c'est seulement la vérification au calque qui met en évidence le fait que le triangle obtenu ne convient pas. L'élève Bm lui apporte alors une explication :

> Bm : Parce que là, t'as fait un triangle rectangle, t'as fait un angle droit.
> M : Mais pourtant, j'ai pas pris l'équerre. J'ai pas pris l'équerre Bm !



Ainsi, l'élève M n'avait pas cherché à construire un angle droit, mais seulement à reproduire la verticalité du côté [GI]. L'explication de l'élève Bm n'est que tentative d'aide géométrique puisque, au second essai, l'élève M ne modifie en rien sa technique de construction au jugé, si ce n'est qu'elle contrôle maintenant la longueur du côté [HI], ce qui la conduit à faire de nouveaux essais, avant de faire appel à l'élève Bm (M : « Mais Bm, là, c'est pas possible que ça fasse 6, hein ? ») qui lui indique alors l'instrument à utiliser (Bm : Faut que tu prennes ton compas ! ») Cette mention de l'instrument à utiliser, aide technico-figurale de la part de l'élève Bm, s'avère suffisante pour que l'élève M utilise enfin une technique de construction valide.
Pour la construction en vraie grandeur du triangle ABC, l'élève M trace d'abord le côté [AC] de longueur 5 cm horizontalement, puis oriente sa règle au jugé pour tracer [BC] de 6 cm. Elle efface immédiatement : « Non, mais je vais tâtonner en faisant comme ça ». Il semblerait donc qu'elle ait conscience d'un tâtonnement lorsqu'elle oriente sa règle de façon oblique et non lorsqu'elle l'oriente verticalement comme pour le triangle précédent. Elle prend alors son compas pour construire le point B à 6 cm des points C et A et ne comprend pas pourquoi « ça fait un équilatéral ». Elle n'a, en fait, pas tenu compte de l'angle droit en A pour réaliser sa construction et a considéré que la longueur AB était égale à 6 cm. À la demande de l'enseignante, l'élève Bm l'aide alors à terminer sa construction, à partir du segment [AC] tracé sur une ligne horizontale du quadrillage, en lui donnant des instructions.

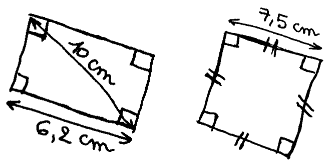


Elle lui indique d'abord de « prendre la ligne de la marge pour avoir l'angle droit », c'est-à-dire la ligne verticale du cahier passant par A (l'enseignante leur avait suggéré de procéder ainsi avec les lignes du cahier, lors de la correction, pour « avoir l'angle droit entre le côté [AC] et le côté [AB] »), mais elle l'empêche de la tracer, à son initiative, probablement pour éviter les traits de construction. Elle lui demande ensuite de « prendre un écartement de 6 », de « piquer » en A et de faire « en sorte que ce soit sur la marge ».

L’élève M ne trace donc pas la perpendiculaire au segment [AC] passant par A, ce qui fait que l’intersection de l’arc de cercle de centre C et de rayon 6 cm avec cette perpendiculaire n’apparaît pas clairement. Dans sa figure finale, le point B n’est pas représenté comme une intersection de lignes : les tracés des côtés [AB] et [BC] ne vont pas au-delà de l’arc de cercle. Comme nous l’écrivions plus tôt, l’élève M construisait encore son troisième triangle pendant la correction collective de la construction du triangle ABC. Elle n’a donc pas visualisé au tableau le point B comme point d’intersection de l’arc de centre C et de rayon 6 cm avec la demi-droite perpendiculaire à [AC] au point A, ni bénéficié des explications de l’enseignante à propos de cette construction, notamment sur le passage de la donnée « BC = 6 cm » à la construction d’un arc de cercle de centre C et de rayon 6 cm : « Puisqu’on sait que le point B va se trouver à 6 cm du point C, ça veut bien dire que le point B va être sur le cercle de centre C et de rayon 6 cm. [...] On n’est pas obligé de tracer le cercle en entier, parce que nous, on veut juste voir à quel endroit va se trouver le point B sur la demi-droite là, d’accord ? »

Séance 14

La séance 14 est la dernière séance d’exercices sur les quadrilatères. L’élève M termine cette séance par la construction d’un carré de 7,5 cm de côté. Cette construction fait suite à celle du rectangle, analysée dans le chapitre 6, II.B.1.



Difficultés de l’élève M en lien avec son handicap

Pour la construction du rectangle, nous avions relevé le temps important consacré par l’élève M à des tâches périphériques avec la recherche d’instruments et l’action de gommer, son incapacité à anticiper la place que prendra une construction son cahier, ses manipulations inappropriées et imprécises d’instruments, ainsi que ses difficultés à se servir des graduations. L’élève M rencontre ces mêmes difficultés pour la construction du carré de côté 7,5 cm, qu’elle réalise avec une équerre empruntée et qui a la particularité d’avoir la graduation zéro au sommet de l’angle droit. Par ailleurs, elle se place entièrement dans une finalité graphique pour construire les angles droits, ce qui augmente les causes d’imprécision de sa production.
L’enseignante met en évidence ses erreurs de mesure ([14] P : « Tu vois, t’es à 7 cm »), puis lui apporte différentes aides :

- des aides organisationnelles relatives à l’action de gommer ([14] P : « Faut que tu enlèves ton équerre hein si tu veux gommer » / « Tu gommes avant de retracer parce que si tu as deux traits qui sont trop proches l’un de l’autre, tu vas avoir du mal à en gommer juste un des deux. Alors tu gommes déjà ça, parce que ça va te gêner, puis tu gommes tout le reste en fait ») ;
- des aides manipulatoires données sous forme de conseils ([14] P : « Bon après je peux te donner un conseil. Ici, c’est pas très pratique de mesurer avec ton équerre parce que tu vois, enfin c’est pas que c’est pas possible, mais prends voir ta règle plutôt. Non, mais ne gomme pas tout, prends voir juste ta règle. Tu vois c’est plus pratique de prendre sa règle, attends écoute, écoute. Là, tu poses bien le zéro ici, comme ça tu vois bien où tu démarres et où tu dois t’arrêter, d’accord, ici, attends, attends si tu veux, M, ne te précipite pas, d’accord ? »)

Les nombreuses difficultés de l’élève M la rendent très en retard par rapport aux autres élèves de la classe, comme lors de la séance 10. En effet, tous ont déjà réalisé un autre exercice de construction de losange alors qu’elle n’a toujours pas réussi son carré. Ainsi, il lui a fallu 14 minutes pour tracer le rectangle et 5 minutes n’ont pas été suffisantes pour la construction du carré, que l'enseignante lui propose finalement d'abandonner, alors qu'elle désespère de réussir, pour s'intéresser à la correction de cet autre exercice.

Techniques de construction

Pour le tracé du rectangle, nous avions vu que la technique de construction de l'élève M était valide dans une finalité géométrique, excepté un tracé d'angle droit.
Pour le tracé du carré, l'élève M utilise une méthode par tâtonnement : elle ne se sert pas de l'angle droit de l'équerre pour tracer, elle ne l'utilise que pour vérifier les angles du carré. Elle vérifie également les mesures des côtés. Ainsi, elle gomme et refait de nombreuses fois ses tracés. Le transparent de correction les invalide à chaque fois. L'enseignante ne repère pas l'absence de finalité géométrique dans la construction des angles droits, mais repère et signale à l'élève M seulement les erreurs de mesure.

Bilan sur l'ensemble des séances de 9 à 14

Aucune amélioration n'apparaît pour l'élève M concernant ses difficultés manipulatoires et organisationnelles durant cette deuxième période d'observation. Elle continue à perdre beaucoup de temps à réaliser des actions périphériques à la construction instrumentée. Elle recommence de très nombreuses fois ses constructions à tout niveau d'étapes. Il n'arrive pas une seule fois où un trait est définitif du premier coup. Elle essaie sans cesse de corriger ses tracés rendus imprécis par une manipulation d'instruments mal contrôlée, lorsqu'elle repère les imprécisions grâce à ses contrôles avec la règle graduée (vérification de mesure) ou avec l'équerre (vérification d'angle droit). Toutefois, des imprécisions surviennent aussi suite à des constructions tâtonnées.
Des difficultés sont apparues aussi dans les séances 9 et 13 quant à la gestion de l'espace de tracé sur son cahier lorsqu'il s'agit de reproduire les tracés à main levée effectués au tableau. Elle réalise parfois des figures très petites si bien que les codages n'y sont plus lisibles ou alors elle peut faire des codages disproportionnés par rapport aux figures. Elle reçoit alors ce type de conseil :

[9] P : C'est un peu petit hein, élève M, ta figure. Bon, c'est pas grave maintenant mais euh même si je ne donne pas de dimension, essaie de ne pas faire de figures trop petites quand même.
[13] P : Tu n'as pas besoin de faire des codages des angles droits aussi gros, tu peux les faire plus petits.

L'élève M n'a pas encore abandonné ses méthodes de construction par tâtonnement avec des placements de règle au jugé. Elle a procédé ainsi pour respecter des orientations verticales de tracé qui n'ont pas lieu d'être (séance 10, triangle GHI), pour construire des angles droits (séance 14, rectangle et carré) et aussi pour tracer des segments d'orientation oblique dont elle connaît la longueur (séance 10, triangle ABC et séance 13, triangle GLU). Dans ce dernier cas cependant, elle finit par se rendre compte d'elle-même qu'elle a tâtonné.
Pour les constructions de triangles équilatéraux et isocèles (excepté GHI dont le schéma n'était pas présenté dans une position prototypique) en revanche, l'élève M utilise une technique correcte de construction au compas et à la règle graduée, il en est de même pour les triangles rectangles avec une utilisation de l'équerre.

B. Deuxième série de séances hors classe avec la dyade

La deuxième série de séances de travail hors classe avec la dyade élève M - élève Bm a lieu après la séquence d'enseignement sur les triangles et les quadrilatères. Les séances 15 et 17

se déroulent à une semaine d'intervalle, il en est de même pour les séances 18 et 19 qui ont lieu un mois plus tard. L'objectif principal des quatre séances de travail est de permettre aux deux élèves l'appropriation d'un langage technique géométrique mettant en lien les notions d'angle droit et de perpendicularité avec l'utilisation de l'équerre. Il est également de réinvestir le langage technique géométrique relatif aux reports de longueur, et d'introduire celui concernant les prolongements à la règle.
Pour chaque séance, nous présentons les activités et leur analyse a priori, leur déroulement et les analyses a posteriori. Les transcriptions sont en annexe 11.

1. Séance 15

Activité 15.1

Présentation et analyse a priori

Le but de l'activité 15.1 est de mettre en place un langage technique géométrique autour de la notion de perpendicularité. Nous utilisons pour cela deux pages du livret présenté lors de la séance 8, l'une avec la *figure a* et l'autre avec la *figure b*. Le tracé de la *figure a* pourrait être la première étape du tracé d'un polygone (triangle ou quadrilatère) dont un côté est [BC] et qui admet un angle droit en B, ou bien celle du tracé de la droite perpendiculaire à la droite (BC) en B. Le tracé de la *figure b* pourrait être la première étape du tracé du symétrique du point A par rapport à la droite (BC).

Sur la *figure a*, un segment [BC] est représenté en bleu, une demi-droite d'origine B perpendiculaire au segment [BC] (celle située au-dessus de [BC]) est représentée en rouge et le codage de l'angle droit est en noir.

Sur la *figure b*, la droite (BC) et un point A sont représentés en bleu, le segment [AE] perpendiculaire à la droite (BC) en E est représenté en rouge et le codage de l'angle droit est en noir.

Il s'agit alors de donner des instructions pour conduire au tracé de ce qui est en rouge à partir de ce qui est en bleu.

Figure a

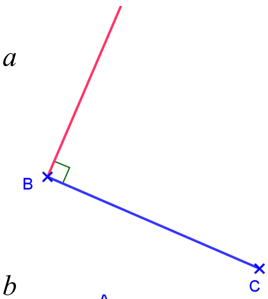
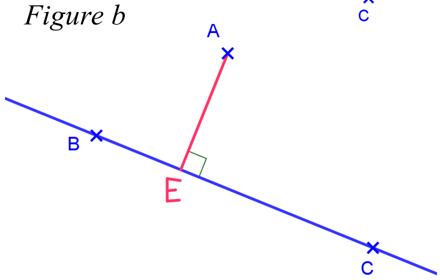


Figure b



Pour la *figure a*, une formulation en langage géométrique peut être : « Tracer une demi-droite d'origine B perpendiculaire au segment [BC] » ou encore « Tracer une demi-droite perpendiculaire au segment [BC] en B », en laissant implicite le fait que l'origine de la demi-droite est le point B. Il existe deux demi-droites d'origine B perpendiculaires au segment [BC]. Une indication sur la demi-droite considérée doit être donnée si cela a de l'importance, c'est-à-dire si d'autres objets géométriques que le segment [BC] sont déjà représentés sur le support. Par exemple, si un point A n'appartenant pas au segment [BC] était présent sur la *figure a*, on parlerait de la demi-droite d'origine B perpendiculaire au segment [BC] située dans le demi-plan de frontière (BC) contenant ou non le point A. Le choix de la demi-droite à tracer pour la *figure a* peut donc être laissé à celui qui construit. Ce dernier pourra prendre en compte des contraintes pratiques manipulatoires ou matérielles (place sur le support, facilité de manipulation).

Les instructions en langage technique géométrique peuvent être :

(a) Prendre l'équerre.
(b) Placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur le segment [BC] et son sommet sur le point B.
(c) Tracer le long de l'autre côté de l'angle droit de l'équerre, à partir du point B.

Pour la *figure b*, une formulation en langage géométrique peut être : « Tracer le segment [AE] perpendiculaire en E à la droite (BC) », et en langage technique géométrique :

(a) Prendre l'équerre.
(b) Placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (BC) et l'autre côté de l'angle droit sur le point A.
(c) Tracer le long de ce côté, du point A jusqu'à la droite (BC) et nommer E le point commun au segment tracé et à la droite [BC].

Pour aboutir à ces formulations, nous passons, si besoin, par une étape d'identification des parties de l'équerre en tant qu'artefact : cela correspond à la *voix du constructeur* introduite dans le chapitre 4 ; elle est un préalable à la *voix de l'utilisateur* (Bartolini Bussi, 2013). Pour employer le langage technique relatif à l'utilisation de l'équerre, les élèves doivent en effet savoir différencier, par reconnaissance visuelle et par le langage, l'équerre, l'angle droit de l'équerre, chacun des côtés de l'angle droit de l'équerre et le sommet de l'angle droit de l'équerre. Or, dans ce que nous avons observé, l'enseignante ou les élèves parlaient de « placer l'équerre » sans plus de précisions verbales ; les effets de l'action du placement de l'équerre permettaient ensuite de le valider ou non (« Ton équerre est bien/mal placée. ») Ainsi, la distinction des différentes parties de l'équerre n'est pas forcément bien claire pour les élèves, car non utilisée en classe, contrairement à la distinction des différentes parties du compas (pointe et mine), qui, elle, était spontanément réalisée.
D'après nos observations en classe, l'élève M différencie bien l'angle droit de l'équerre des deux autres angles. Si tel n'était pas le cas, nous utiliserions une équerre dont chacun des côtés de l'angle droit est coloré d'une couleur différente pour aider au repérage visuel.

Déroulement de l'activité 15.1

Pour chacune des figures (*figure a* et *figure b*), les deux élèves font l'une et l'autre une proposition d'instruction qui conduirait au tracé de ce qui est en rouge à partir de ce qui est en bleu (phase 1). Ensuite, l'une décrit comment faire avec les instruments pour aboutir au tracé souhaité, tandis que l'autre suit les instructions sur le positionnement de l'équerre en faisant ce qui lui semble le moins probable, pour encourager une formulation précise (phase 2). Pour la *figure a*, l'élève M décrit et l'élève Bm suit ses instructions, pour la *figure b*, les rôles sont intervertis.

Analyse de l'activité 15.1

Nous avons conclu, en fin de séance 7, sur l'intérêt qu'il pourrait y avoir à l'utilisation d'un langage technique géométrique pour exprimer les notions de perpendicularité et d'angle droit, étant donné que les formulations en langage géométrique ne semblaient pas encore maîtrisées par les deux élèves. Dans l'activité 15.1, cette hypothèse se confirme : l'élève M cherche au départ à s'exprimer dans un langage géométrique pour donner des instructions sur le tracé de la demi-droite d'origine B, perpendiculaire au segment [BC], représentée sur la *figure a*. Sa première proposition est incomplète : seule la direction de la perpendiculaire à tracer est donnée (6. M : « Trace la perpendiculaire à BC »). Puis, elle s'enrichit de celle de l'élève Bm, qui précise que le tracé doit « partir » du point B :

8. Bm : Prends ton équerre. Trace la perpendiculaire BC, sur le point, partant du point B
9. M : Ah oui, je rectifie : trace la perpendiculaire demi-droite à BC, perpendiculaire B euh point, parce qu'en fait, ça s'arrête ici // *elle pointe B* et ça continue.

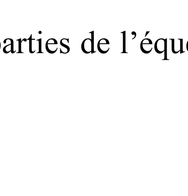
L'élève M donne le terme géométrique de demi-droite en justifiant son emploi par l'expression d'une connaissance sémiotique sur la représentation d'une demi-droite (« ça s'arrête ici // *elle pointe B* et ça continue ») et elle mentionne aussi le point B. Ni sa formulation, ni celle de l'élève Bm ne conviennent au niveau syntaxique.
Dans la deuxième phase de travail, l'élève Bm a une feuille sur laquelle un segment [BC] est représenté et elle doit suivre les instructions de l'élève M pour positionner l'équerre conduisant au tracé de la demi-perpendiculaire à [BC] en B, toujours avec la consigne de faire ce qui lui semble le moins probable. L'élève M emploie encore un langage géométrique incorrect (20. M : « Trace la perpendiculaire BC en B »). En effet, l'omission de la préposition « à », reprise de la proposition de l'élève Bm dans la première phase, fait que BC devient le nom de la perpendiculaire à tracer. De plus, l'objet géométrique à tracer, une demi-droite, reste implicite dans l'expression « la perpendiculaire ». L'utilisation de l'article défini « la » indique que l'élève M ne prend pas en compte le fait qu'il y a deux demi-droites possibles, mais le positionnement de l'équerre proposé par l'élève Bm le met en évidence et montre que l'élève M lui accorde de l'importance. En effet, elle réagit immédiatement lorsque l'élève Bm place l'équerre en dessous de [BC] (25. M : « Non, pas comme ça ! »), puis elle positionne elle-même l'équerre au-dessus de [BC] et ajoute des indications spatiales pour exprimer le fait que l'équerre doit être au-dessus de [BC] (29. M : « Mets l'équerre en haut de B. Mets l'équerre sur BC en haut, contre B. »)
L'élève M va prendre conscience des deux possibilités de tracé dans l'activité 15.2 alors qu'il lui est demandé de représenter à main levée un segment [AB] perpendiculaire à un segment [AC] déjà représenté :

186. M : Mais en fait, elle m'a dit perpendiculaire, j'peux faire dans l'autre sens !
187. E : Eh ben oui !
188. Bm : Ben oui, tu peux faire comme tu veux hein !

Dans l'activité 15.1, E ne revient pas sur les indications spatiales (« en haut de B », « sur BC en haut »), non satisfaisantes dans la façon dont elles sont exprimées, et inutiles dans ce cas de figure. La question est traitée en partie lors de la séance suivante.

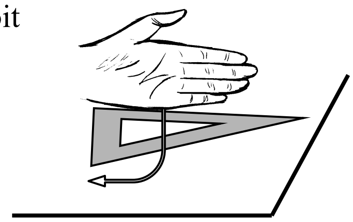
Un premier travail a lieu dans l'activité 15.1 pour remplacer l'emploi de la métonymie « équerre » dans l'instruction de l'élève M : « Mets l'équerre sur BC, contre B » par l'explicitation des parties de l'équerre à placer sur le segment [BC] et contre le point B. Spontanément, l'élève Bm utilise le terme « bout » de la langue courante en pointant le sommet de l'angle droit de l'équerre (33). Elle et l'élève M semblent ensuite d'accord pour appeler ce sommet « l'angle de l'équerre » :

43. Bm : Ah j'ai une idée pour ça. Prends ton équerre, trace la perpendiculaire du segment [BC] en mettant l'angle de l'équerre sur le point B. Non ?
44. E : L'angle c'est quoi ? Montre-voir l'angle.
45. M *pose le sommet de l'angle droit de l'équerre sur le point B (dessin ci-contre) :* Je pourrais faire ça moi, je pourrais mettre comme ça.
46. E : Ça // *pointe,* ça s'appelle le sommet de l'angle droit.



E intervient alors pour apporter les termes qui permettent de nommer les parties de l'équerre, en les accompagnant de gestes déictiques :

- pointage avec l'index du sommet de l'angle droit de l'équerre
- parcours avec l'index de chacun des côtés de l'angle droit
- parcours avec la main de l'angle droit de l'équerre :
  1. tranche de la main sur un côté de l'angle
  (dessin ci-contre)
  2. flexion de la main jusqu'à ce que la tranche
  de la main soit sur l'autre côté de l'angle



Par son positionnement de l'équerre, l'élève M met aussi en évidence l'instruction incomplète de l'élève Bm : il ne suffit pas que le sommet de l'angle droit de l'équerre soit sur le point B. Un questionnement de E conduit progressivement à la formulation en langage technique géométrique du positionnement de l'équerre : « Mets un côté de l'angle droit de l'équerre sur [BC] et le sommet de l'angle droit sur B ». L'objet à tracer est ensuite décrit par le langage géométrique comme « demi-droite d'origine B perpendiculaire à [BC]. »
Un travail analogue de formulations et d'actions est fait ensuite avec la *figure b*. Il donne l'occasion d'expliquer le choix de l'article indéfini « un » pour parler d'un côté de l'angle droit de l'équerre :

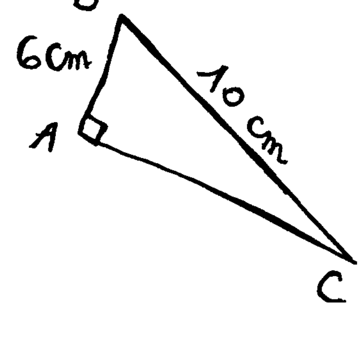
105. Bm : Oui mais on peut pas les, en fait, on peut pas dire quel côté.
106. E : Non, mais ça n'a pas d'importance. Mais seulement, quand tu le dis, c'est « pose <u>un</u> côté » et pas <u>le</u> côté.

Ce travail donne l'occasion aussi d'invalider l'indication spatiale que l'élève M propose pour le déplacement de l'équerre (« glisser horizontalement ») : les instructions doivent être valables quelle que soit l'orientation de la figure sur le support.

Activité 15.2

Présentation et analyse a priori

L'activité 15.2 doit permettre un réinvestissement du langage technique géométrique établi dans l'activité 15.1 pour l'utilisation de l'équerre, et celui mis en place lors de la séance 8 pour l'utilisation du compas.
Dans une première phase, il s'agit, comme dans l'activité 8.2, de transmettre oralement les informations prélevées sur le schéma à quelqu'un qui n'y a pas accès pour qu'il fasse un schéma. Dans une deuxième phase, il s'agit de donner des instructions pour conduire à la construction de la figure en vraie grandeur.



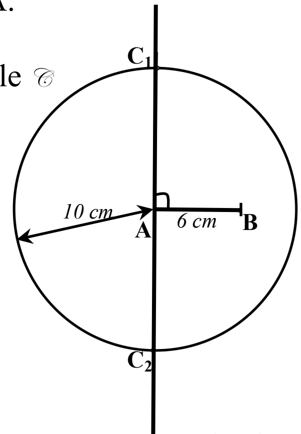
Une technique de construction a déjà été mise en œuvre en cours, avec un triangle rectangle lors des séances 10 et 13, et également avec un rectangle dont la longueur d'un côté et d'une diagonale sont connues, lors de la séance 14. Nous avons analysé l'activité de l'élève M pour cette construction dans le chapitre 6, II. B.
Dans la première phase, il s'agit de décoder le schéma en sélectionnant les informations pertinentes à transmettre. Une formulation en langage géométrique pourrait être : « ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 6 cm et BC = 10 cm » ou bien : « [AB] est un segment de 6 cm de longueur, [AC] est un segment perpendiculaire au segment [AB] et [BC] est un segment de 10 cm de longueur ». Aucune indication ne doit être donnée sur

l'orientation de la figure sur le support, ni ne peut être donnée sur la longueur du segment [AC]. À partir de la description orale, un nouveau schéma est alors réalisé.

Dans la deuxième phase, il s'agit de donner un programme de tracé ou un programme de construction, en s'appuyant sur le schéma. Il faut donc tout d'abord déterminer un ordre pour la construction. Commencer par le segment [BC] ne permettra pas d'aboutir car il faudrait utiliser une connaissance géométrique, non encore disponible pour les élèves, sur le fait que le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [BC] pour obtenir le point A. La construction peut démarrer par le segment [AB] ou par une demi-droite d'origine A. Le segment [AC] ne peut pas être tracé directement puisque sa longueur n'est pas connue : des traits de construction sont nécessaires.

Un programme de construction pourrait donc être :

1. Tracer un segment [AB] de longueur 6 cm.
2. Tracer la droite d perpendiculaire au segment [AB] passant par A.
3. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ de centre B et de rayon 10 cm.
   Soit C, un des deux points d'intersection de la droite d et du cercle $\mathscr{C}$
4. Tracer le segment [BC].



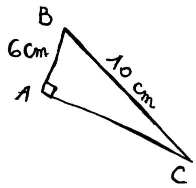
Le segment [AB] de longueur 6 cm et la droite perpendiculaire au segment [AB] passant par A admettent en effet deux points d'intersection, les points C_1 et C_2 sur la figure ci-contre, ce qui fait que deux points C sont possibles pour obtenir un triangle ABC rectangle en A avec BC égale à 10 cm et AB égale à 6 cm, à partir d'un segment [AB] construit.

Le tracé du triangle ABC en vraie grandeur à l'équerre graduée et au compas nécessite la construction d'un seul point C. Par conséquent, le tracé d'une demi-droite d'origine A perpendiculaire au segment [AB] et celui d'un arc de cercle de centre B et de rayon 10 cm qui coupe la demi-droite en un point C suffisent. Ainsi, pour les étapes 2 et 3, un programme de tracé pourrait être :

2. (a) Prendre l'équerre.
   (b) Placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur le segment [AB] et le sommet de l'angle droit sur le point A.
   (c) Tracer le long de l'autre côté de l'angle droit de l'équerre à partir du point A.
3. (a) Prendre le compas.
   (b) Prendre un écartement de 10 cm et piquer la pointe du compas sur le point B.
   (c) Tracer un arc de cercle qui coupe la demi-droite en un point C.

Déroulement de l'activité 15.2

Phase 1 : L'élève Bm reçoit le schéma ci-contre et doit décrire à l'élève M la figure géométrique représentée pour qu'elle réalise un schéma analogue à main levée.



Phase 2 : À partir de son schéma, l'élève M doit donner des instructions à l'élève Bm pour qu'elle construise la figure en vraie grandeur avec ses instruments
Une troisième phase a été ajoutée par rapport aux deux initialement prévues, le triangle ABC construit à l'issue de la phase 2 ayant été invalidé. Dans cette phase 3, l'élève Bm doit donner des instructions qui permettraient à quelqu'un de construire la figure en vraie grandeur avec

ses instruments, tandis que l'élève M réalise un schéma à main levée au fur et à mesure. Ensuite, l'élève Bm doit réaliser elle-même la construction avec les instruments.

Analyse de l'activité 15.2

Les deux élèves interprètent d'une façon différente ce qui est attendu des instructions que doit donner l'élève Bm dans la première phase. Cela apparaît au moment où cette dernière demande le tracé du segment [AB] avec l'intention d'en donner la longueur ensuite. Ses instructions suivent l'ordre du tracé à main levée lorsque l'on représente un segment d'une longueur donnée : on trace un trait d'une longueur qui n'a pas d'importance, on nomme les extrémités et on inscrit la longueur du segment à côté du trait.

> 217. Bm : Une figure à main levée, c'est une figure qu'on fait sans les instruments et sans les longueurs, donc on a juste besoin de tracer comme c'est dit, donc on n'a pas besoin des longueurs, on les marque après.
> 218. M : Oui, mais faut les dire tout de suite, parce que le constructeur, *elle trace à partir de A jusqu'à sortir de la feuille et aller sur la table.*

L'élève M se place dans une autre optique, celle de quelqu'un qui doit réaliser la figure en vraie grandeur : celui-ci ne pourra placer l'extrémité B du segment [AB] avant d'en connaître sa longueur. Pour le signifier, elle trace jusqu'à sortir de la feuille et continue en montrant qu'elle ne peut s'arrêter si elle n'a pas d'informations sur la longueur.
Lorsque par la suite l'élève Bm est amenée explicitement à donner des instructions pour conduire à une construction en vraie grandeur du triangle ABC dans la phase 3, elle suit les mêmes étapes que celles qu'elle a proposées dans la phase 1, en commençant par un segment [AC]. Elle prend cependant garde de donner la longueur du segment [AB] avant de demander de placer l'extrémité B : (324) « Trace le segment perpendiculaire au segment [AC] partant du point A : ce segment doit faire 6 cm ; et nomme l'extrémité B ». Elle termine en demandant de relier les deux points B et C et en précisant que « BC doit faire 10 cm ».
Dans ce dispositif de travail en dyade, le dessin à main levée ne permet pas de renvoyer des rétroactions suffisantes sur la validité du programme de construction proposé par l'élève Bm. En effet, elle ne peut percevoir, sur le schéma, que le segment [BC] n'aura probablement pas 10 cm de longueur dans une construction en vraie grandeur qui serait réalisée avec la technique qu'elle énonce. L'élève M lui apporte une rétroaction en soulevant la question du choix de la longueur du segment [AC] : (327) « Oui mais Bm, si je l'avais fait en vraie grandeur, AC, j'aurais pu faire la longueur que je veux en fait. » Pas plus que le dessin à main levée, cette remarque de l'élève M, ni le questionnement de E qui suit, ne conduisent l'élève Bm à proposer une technique de construction correcte :

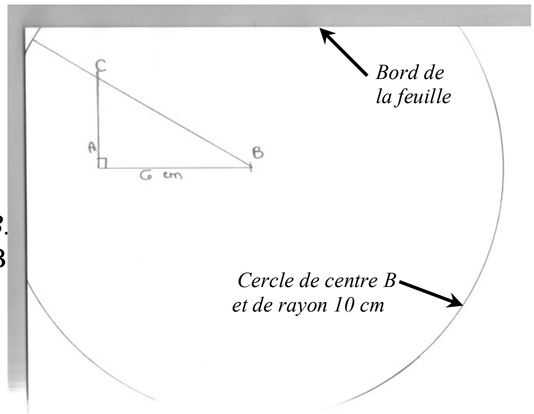
> 334. Bm : On aurait dû commencer par le segment AB, faire la perpendiculaire de A à C, faire la perpendiculaire AC et après relier BC, ben, c'est ce que j'ai fait !
> 335. E : Fais-le voir avec les instruments en disant ce que tu fais.
> 336. Bm : Ben j'ai dit qu'on devait tracer le segment AB, 6 cm, *elle trace*
> Après la perpendiculaire, mince, je me suis trompée de côté, bon c'est pas grave, la perpendiculaire à AB passant par A, qui fait, ça doit faire, on sait pas, non je prends le compas, je, l'écart du compas doit mesurer 10 cm, je pique sur B, je fais un, un cercle, oui. Je prends mon équerre.

C'est au moment de placer concrètement le point C avec ses instruments que l'élève Bm réalise qu'elle ne peut pas encore le faire (« qui fait, ça doit faire, on sait pas »). Le dessin à main levée ne lui a pas permis d'anticiper cela : la rétroaction apportée par les instruments s'avère indispensable. Un schéma ne convient donc pas pour se substituer à une construction instrumentée, même lorsque l'élève Bm cherche à donner un programme de construction.

Lors de la phase 2, l'élève M, elle, n'est pas parvenue à transmettre un programme de tracé qui aboutisse à un triangle rectangle avec les dimensions souhaitées, même avec les rétroactions données par la construction instrumentée réalisée au fur et à mesure par l'élève Bm. Elle s'aperçoit seulement à la fin que le segment [BC] a une longueur de 7 cm, mais elle ne voit pas ce qu'il faut changer dans sa technique (317. M : « Je sais pas en fait, je sais pas pourquoi, comment faire. ») Ainsi, le programme de tracé suivant a été donné par l'élève M et la figure suivante réalisée par l'élève Bm :

266. Trace un segment AB de 6 cm.
270. Prends ton compas, prends 6 cm, non 10 cm,
pique sur B, et fais un cercle.
272. C'est pas grave [*que l'élève Bm n'ait pas assez de place pour tracer le cercle en entier*]
Relie le coin de ta feuille à B, donc euh,
un point du cercle à B // *Elle parcourt du « coin » à B.*
276. Prends ton équerre, mets un côté de l'angle contre AB
278. et le sommet contre A.
282. Tu traces A à un point du segment.
292. Tu nommes l'extrémité, non, euh oui,
l'extrémité de, du segment A : C.

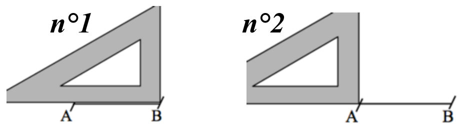
Programme de tracé donné par l'élève M



Construction réalisée par l'élève Bm

L'élève Bm choisit d'orienter le segment [AB] horizontalement en haut de sa feuille si bien qu'elle n'a pas la place pour tracer le cercle de centre B et de rayon 10 cm en entier. Seule une très petite partie du cercle apparaît dans le quart gauche de la feuille ; cependant, l'élève M semble n'avoir besoin que d'un point quelconque du cercle : son instruction (272) « Relie un point du cercle à B » revient à faire tracer un segment de 10 cm d'extrémité B et d'orientation quelconque. Elle considère ensuite que le point C se situe sur ce segment et non plus sur le cercle. Son programme de tracé met bien en jeu les objets géométriques utiles pour trouver le point C : le segment [AB] de 6 cm de longueur, le cercle de centre B et de rayon 10 cm, la perpendiculaire en A au segment [AB]. Cependant, seul le segment [AB] est entièrement représenté sur le support : le cercle ne peut pas l'être par manque de place et le trait qui représente la perpendiculaire pourrait être prolongé. Sur les deux points d'intersection entre le cercle et la perpendiculaire qui correspondent à un point C possible, seul un peut être représenté sur le support : celui situé en dessous du segment [AB]. Apparemment, aucune des deux élèves ne l'envisage.
Par ailleurs, il ne semble pas que l'élève M cherche à construire le point C comme point d'intersection de deux lignes. En effet, lorsque l'élève Bm dit qu'elle aurait commencé par le tracé de la perpendiculaire (à [AB] en A), l'idée est rejetée car la longueur de [AC] n'est pas connue. De plus, l'élève M fait à chaque fois tracer des segments plutôt que des demi-droites (272. M : « Relie un point du cercle à B » ; 282. M : « Tu traces A à un point du segment »). L'élève Bm procède de même dans la phase 3, lorsqu'elle trace le segment [AC] le long de l'équerre en s'arrêtant au niveau du cercle, et les deux élèves avaient aussi construit ainsi le triangle ABC lors de la séance 10. Ainsi, la même connaissance manque aux deux élèves, à savoir qu'un point doit être défini par l'intersection de deux lignes.

Concernant le langage, l’élève M réemploie bien dans la phase 2 le langage technique géométrique mis en place lors de l’activité 15.1 pour donner le positionnement de l’équerre, toutefois, elle laisse implicite l’angle de l’équerre qu’elle considère : « Prends ton équerre, mets un côté de l’angle contre AB. » L’élève Bm ne le relève pas, elle utilise effectivement l’angle droit de l’équerre ; en revanche, elle est attentive à ne prendre en compte que les objets géométriques énoncés par l’élève M :



276. M : Prends ton équerre, mets un côté de l’angle contre AB
277. *Bm place l’équerre dans la position n°1.*
278. M : et le sommet contre A.
279. *Bm place l’équerre dans la position n°2.*
280. M : contre AB, Bm, je l’ai dit ça !
281. Bm : Oui mais, tu sais ce qu’il faut faire, le moins probable !
// *Elle place l’équerre correctement.*

Le deuxième positionnement de l’équerre proposé par l’élève Bm ne répond pas en effet aux instructions de l’élève M : l’emploi de la conjonction de coordination « et » signifie bien que les deux contraintes « un côté de l’angle contre AB » et « le sommet contre A » doivent être prises en compte simultanément.
Ainsi, la règle de communication instaurée lors de la séance 8, de suivre précisément les instructions de l’émettrice en faisant ce qu’elle n’attend probablement pas, conduit bien les deux élèves à se concentrer sur le langage, à être exigeantes sur la précision des instructions et donc à les améliorer. E intervient parfois lorsque des implicites dans les formulations n’ont pas été repérés. Elle intervient aussi pour réguler les échanges entre les deux élèves lorsqu’elles n’arrivent pas à se mettre d’accord, en les amenant chacune à argumenter et à entendre l’argumentation de l’autre, comme par exemple dans la phase 1 de l’activité 15.2 :

159. M : Oui mais bon, j’peux pas l’faire !
160. Bm : Ben si !
161. M : Parce qu’ils vont faire comment, eux ?
162. E : Dis-en plus. Quel va être le problème ?

213. E : Et toi, Bm, qu’est-ce que tu en dis ?
214. Bm : Mais non, parce que
215. M : Elle m’a dit
216. E : Attends, laisse-la expliquer ce qu’elle comprend

Concernant le dessin à main levée, nous avons vu qu’il ne pouvait pas apporter des rétroactions suffisantes sur la validité d’un programme de tracé aux instruments. Par ailleurs, l’activité 8.2 avait montré que les schémas de l’élève M avec des cercles étaient peu exploitables. De plus, les dessins à main levée réalisés par l’élève M étaient très grands, si bien qu’elle était plutôt gênée par un manque de place. Lors de l’activité 15.2, le contraire se produit, l’élève M réalise des dessins à main levée très petits : l’élève Bm finit d’ailleurs par le lui faire remarquer (324. Bm : « Arrête de faire tout petit, parce qu’à chaque fois tu ... ») Ses schémas offrent en effet peu de lisibilité.

Le schéma 1 ne permettrait pas, par exemple, de faire des tracés lisibles de médianes à l’intérieur du triangle. Ensuite, il n’y aurait eu que peu de place s’il avait fallu mettre le codage d’une égalité de longueurs.

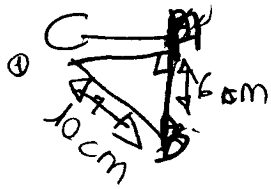


Schéma 1

Le schéma 2 présente les mêmes imprécisions que produit l'élève M lorsqu'elle utilise sa règle pour relier des points. En effet, les extrémités du trait qui représente le segment [BC] ne sont pas bien représentées : elles devraient être chacune à l'intersection d'une demi-droite d'origine A avec le petit trait qui indique le lieu du point. Or, des décalages apparaissent : de 2 mm pour le point B et de 5 mm pour le point C. Ces imprécisions ne proviennent pas d'un défaut de connaissances sémiotiques de l'élève M : lors de la séance 7, elle a déjà exprimé le fait que les petits traits permettent de représenter des points, extrémités d'un segment.

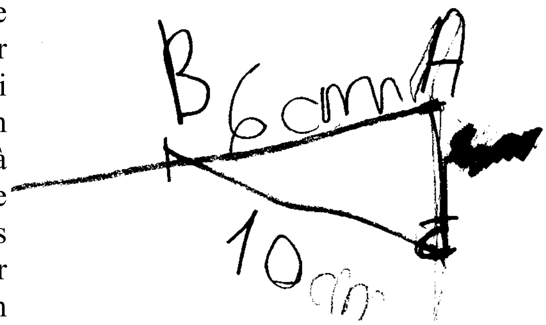


Schéma 2

Ainsi, au vu des insuffisances du dessin à main levée par rapport à l'élaboration de techniques de construction et au vu des difficultés de l'élève M à le rendre exploitable, il nous semble préférable d'abandonner l'idée qu'elle puisse s'en servir en substitution à une construction instrumentée. Nous ne proposerons donc plus d'activité avec des types de tâches de réalisation de schémas à main levée ; en revanche, nous lui laisserons toujours la possibilité d'en effectuer si elle en ressent le besoin.

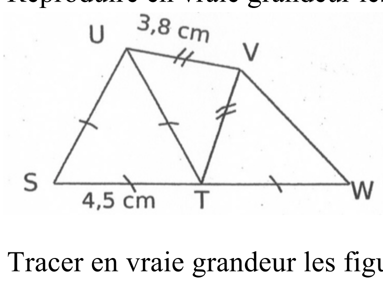
2. Séance 17

Les activités proposées dans la séance 17 sont dans la continuité de la séance 15, sauf une activité non prévue au départ et qui est en lien avec la séance 16. Cette dernière est une séance de remédiation réalisée avec l'enseignante le même jour que la séance 17, une heure plus tôt ; elle ne concerne que quelques élèves de la classe, dont l'élève M.

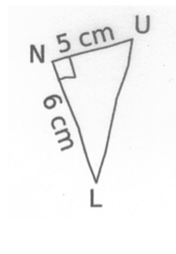
Activité en lien avec la séance 16

Cette séance 16 de remédiation est destinée aux élèves qui ont eu des résultats non satisfaisants à l'interrogation écrite où des constructions instrumentées étaient à réaliser. Le premier exercice est le même que celui de l'interrogation écrite donnée cinq jours avant. Le second prolonge celui de l'interrogation où six schémas à main levée avaient dû être faits à partir d'un texte écrit. Il s'agit dans cette séance de réaliser les figures en vraie grandeur.

Exercice 1 : Reproduire en vraie grandeur les figures suivantes dessinées à main levée.



Les points S, T et W sont alignés.

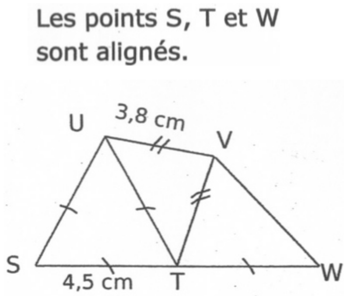


Exercice 2 : Tracer en vraie grandeur les figures suivantes :

un carré ABCD tel que CD = 4 cm
un triangle EFG isocèle en E tel que EF = 3,5 cm et FG = 28 mm
un triangle HIJ rectangle en J tel que JI = 3 cm et dont l'hypoténuse mesure 5,8 cm
un losange KLMN tel que KM = 2,7 cm et LM = 4,1 cm
un triangle équilatéral OPQ tel que OP = 3,6 cm
un rectangle RSTU tel que ST = 3,2 cm et RS = 4 cm

Rappelons que nous avons analysé l'épisode de construction du triangle LNU par l'élève M dans le chapitre 6, II. B. 2. L'élève M avait su utiliser une technique de construction correcte pour tracer ce triangle rectangle dont les dimensions des côtés de l'angle droit étaient données. Ce type de tâches est cependant beaucoup moins complexe que la construction du triangle rectangle ABC dans l'activité 15.2 où les dimensions données étaient celle d'un côté de l'angle droit du triangle et celle de l'hypoténuse. Pour le triangle LNU, l'élève M n'avait rencontré que des problèmes de précision dans ses tracés.

Nous nous intéressons maintenant à la première figure de l'exercice 1. Dans les appréciations de l'enseignante sur l'interrogation écrite portant sur le chapitre « Triangles et quadrilatères », figure la mention suivante : « Les tracés manquent de précision. »



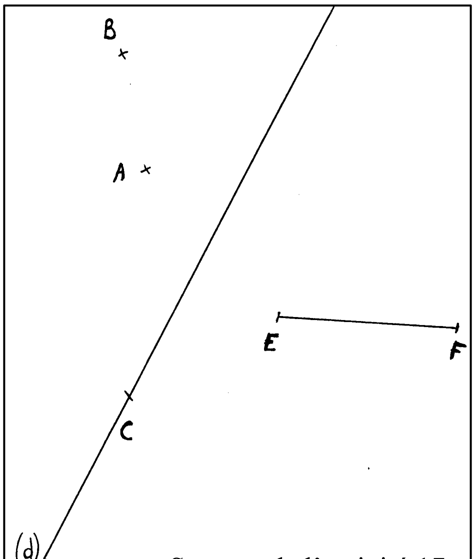
Pour la reproduction en vraie grandeur de la figure ci-contre, des traits de compas aux points U et V attestent d'une technique de construction correcte sur la copie de l'élève M : elle s'est bien placée dans une finalité géométrique pour tracer le triangle équilatéral STU et le triangle isocèle UVT. Par ailleurs les longueurs des côtés de ces triangles sont correctes à 1 mm près.
L'élève M a bien codé l'égalité des longueurs ST et TW, cependant, son segment [TW] a 3 mm de trop. D'autre part, si son point W semble visuellement aligné avec S et T, une vérification à la règle montre qu'il ne l'est pas.
Ainsi, l'erreur se situe au niveau du prolongement du segment [ST] et du placement du point W. Les erreurs de mesurage à la règle graduée sont très fréquentes chez l'élève M : nous les attribuons assez naturellement à ses troubles visuo-spatiaux et/ou praxiques. Le défaut d'alignement des points S, T et W pourrait aussi être dû à une manipulation de la règle non maîtrisée. Cependant, il est possible que l'élève M ait réalisé le prolongement du segment [ST] en orientant la règle horizontalement au jugé et en plaçant la graduation zéro sur le point T. Lorsqu'elle refait cette figure dans la séance 16, l'élève M réalise effectivement le prolongement du segment [ST] en en plaçant la graduation zéro sur le point T, mais elle se sert aussi d'une ligne horizontale de son cahier, ce qui fait qu'elle obtient bien l'alignement.
En fin de séance 17, nous demandons donc à l'élève M de donner des instructions à l'élève Bm pour qu'elle construise cette même figure avec ses instruments sur un support uni. Il apparaît alors clairement que l'élève M effectue ses prolongements de façon visuelle : elle impose à l'élève Bm que la graduation zéro de la règle soit sur le point T pour démarrer le prolongement. Ainsi, l'élève M utilise une formulation en langage technique géométrique correcte : « Trace un segment de 4,5 cm ayant comme extrémité T, prolonge ST de 4,5 cm », seulement, elle n'effectue pas le prolongement de façon correcte : la mesure de la longueur du segment est obtenue de façon instrumentée, tandis que sa direction est prise au jugé.
Nous projetons donc de travailler sur les prolongements de segments lors des séances suivantes, pour qu'au terme « prolonger » soit associé une technique de construction correcte.

Activité 17

Présentation et analyse a priori

L'objectif de l'activité 17 est de travailler l'acquisition du langage technique géométrique, afin que l'élève M puisse le réinvestir au moment venu dans des constructions mettant en jeu des relations de symétrie. Ce langage permet donc d'exprimer des tracés à l'équerre (demi-droite perpendiculaire à une droite passant par un point), des tracés à la règle (prolongement de segment) et des tracés au compas (report de longueur).

Chacune des deux élèves a le support ci-contre au format A4 : une droite (d), deux points A et B situés d'un côté de (d), un segment [EF] situé de l'autre côté de (d) et un point C appartenant à (d) y sont représentés.

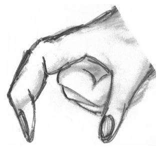


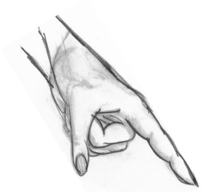
Support de l'activité 17

Pour cette activité, différents types de tâches de mime sont proposés dans le but de mettre en relation les instruments et les objets graphiques, représentant d'objets géométriques :

- des mimes avec instrument pour des positionnements d'équerre et de règle par rapport aux traces graphiques,
- des mimes sans instrument pour des tracés de cercle au compas (le pouce et l'index d'une main représente le compas), ainsi que pour des tracés de ligne droite le long de la règle ou de l'équerre (l'index représente le crayon).

Les gestes de mime de manipulation des instruments et les gestes de tracé avec l'index correspondent à ce que nous avons appelé respectivement dans le chapitre 4 gestes mimétiques et gestes iconiques.


Mime du compas avec la main


Mime du crayon avec la main

Comme nous l'avons développé dans le chapitre 3, nous proposons l'exécution de gestes, en substitution à une action instrumentée effective pour l'élève M, pour l'aide qu'ils peuvent lui apporter, par la suite, à donner du sens aux observations de l'action d'un tiers, guidée par son programme de tracé. Un autre intérêt de cette activité de mime est qu'elle conduit aussi l'élève Bm à employer le langage technique géométrique en tant qu'émettrice, et donc l'élève M à l'entendre et à y être attentive en tant que réceptrice. Cela a été très peu le cas jusque-là : en effet, le fait de remplacer une construction avec instruments par une construction à main levée ne mène pas naturellement à la description de ce qui pourrait être fait avec les instruments.

Le mime a aussi l'avantage de libérer d'une recherche de précision et d'un souci d'ajustement des instruments par rapport aux objets graphiques présents : un positionnement approximatif ne sera pas trahi par une trace graphique imprécise, puisque cette trace graphique n'apparaîtra pas, le tracé n'étant que mimé par le doigt qui représente le crayon. L'élève M devrait ainsi être moins gênée par son handicap pour réaliser des actions avec les instruments. Par ailleurs, les gestes mimétiques et iconiques permettent de travailler les différentes actions instrumentées uniquement dans une visée technico-figurale ou une visée sémiotique. Cependant, cela ne peut fonctionner que s'il n'y a qu'un seul mime de tracé à réaliser : les gestes ne seraient plus suffisants pour une construction complexe, sauf à mémoriser les différents tracés, ce qui semble difficilement réalisable.

Dans cette activité 17, nous prévoyons que les deux élèves réalisent les mêmes types de tâches, simultanément ou à tour de rôle, ce qui a l'avantage de les placer dans une position égale. Cela a de l'importance en soi pour la réussite d'un travail en dyade où chacune s'implique de la même façon, sans sentiment de supériorité ou d'infériorité par rapport à l'autre, face à l'activité mathématique à réaliser.

Dans une première phase, un rappel est fait sur les différentes parties de l'équerre en tant qu'artefact : les deux élèves doivent montrer par des gestes déictiques les parties nommées par E (parcours d'un côté de l'angle droit, pointage du sommet de l'angle droit). Ensuite, trois actions instrumentées à réaliser par gestes sur le support de l'activité 17 sont proposées :

n°1 : Placez : - un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d).
- et l'autre côté sur le point A.
Tracez le long de ce côté, du point A jusqu'à la droite (d) (Schéma n°1).

n°2 : Placez un instrument qui vous permette de prolonger le segment [EF] du côté de E.
Prolongez le segment [EF] du côté de E (Schéma n°2).

n°3 : Prenez l'écartement BA avec votre compas (*mime avec les doigts).*
Tracez un arc de cercle de centre C qui coupe la droite (d) (Schéma n°3).

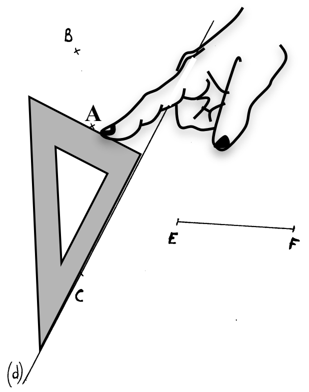


Schéma n°1

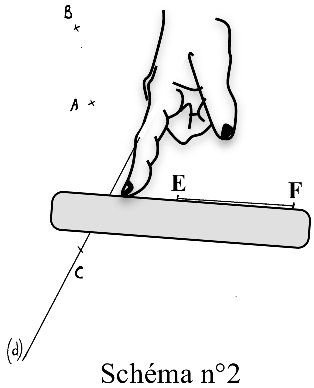


Schéma n°2

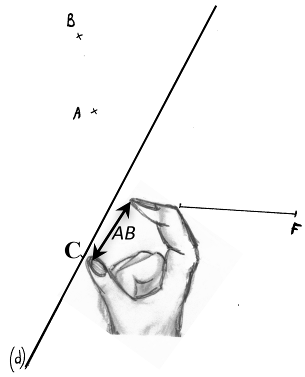


Schéma n°3

Cette première phase permet aux élèves, d'une part d'entendre le langage technique géométrique attendu pour pouvoir le réinvestir dans la phase suivante, d'autre part d'associer des actions instrumentées à ce langage.
Dans une deuxième phase, les cinq tracés suivants sont proposés :

Fig.1

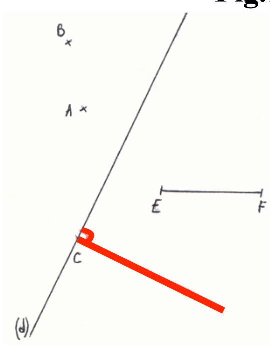


Fig.2

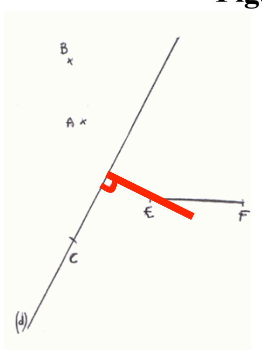


Fig.3

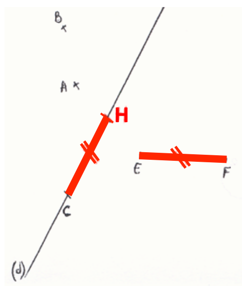


Fig.4

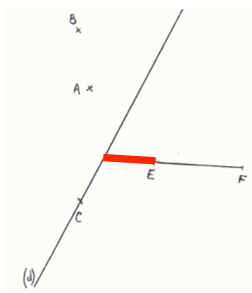
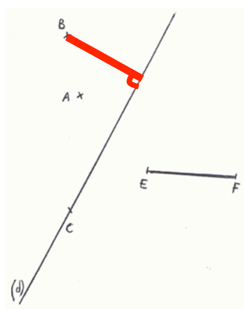


Fig.5



Chaque figure est réalisée à partir du support de l'activité 17. Un tracé est représenté en rouge (en gras sur les figures). Il s'agit alors de donner des instructions pour qu'à partir du support de l'activité 17, le tracé en rouge soit réalisé par mime, c'est-à-dire à l'aide de gestes mimétiques et iconiques.
Des instructions sur les tracés des Fig.1, Fig.2 et Fig.5 permettent de renforcer l'acquisition du langage mis en place dans l'activité 15.1 en lien avec les actions correspondantes avec l'équerre. Dans Fig.1, la demi-droite à tracer, et donc aussi l'équerre, doivent être dans le demi-plan de frontière (d) où se situe le point F. Nous utiliserons, à la place de la formulation géométrique « demi-plan de frontière (d) » inconnue des élèves, le terme de « zone », accompagné d'un geste déictique de la main (main posée à plat sur le demi-plan considéré), avec une formulation du type : « dans cette zone où est le point F ». Nous optons pour un geste déictique plutôt que pour des indications spatiales du type « à gauche / à droite de (d) » parce que la différenciation droite - gauche n'est pas spontanée pour l'élève M au contraire du geste déictique, et aussi parce que nous voulons éviter des références spatiales qui éloigneraient du projet géométrique.
La Fig.3 permet de réinvestir le langage technique géométrique, établi lors des séances 7 et 8, en lien avec les actions à réaliser avec le compas pour reporter une longueur (Fig.3). Et enfin, la Fig.4 permet d'introduire des instructions qui conduisent à la réalisation d'un prolongement à la règle.

Déroulement de l'activité 17

Dans une première phase, E donne des instructions que suivent les deux élèves en même temps par mime avec les instruments sur le support de l'activité 17.
Dans une deuxième phase, l'une reçoit une des cinq figures (Fig.1, Fig.2, Fig.3, Fig.4, Fig.5) que l'autre ne voit pas. Elle doit lui donner des instructions pour qu'elle le réalise par mime sur le support de l'activité 17. Les rôles sont intervertis au fur et à mesure.

Analyse de l'activité 17

L'activité de mime ne pose aucune difficulté aux deux élèves et elle produit les effets attendus pour l'élève M : elle se concentre sur le langage, sur les positionnements d'instruments et sur le lieu des tracés, sans être gênée par des difficultés manipulatoires et sans se préoccuper d'une recherche de précision.
La règle de communication de suivre les instructions de l'émettrice en faisant ce qu'elle n'attend probablement pas contribue toujours à mettre en évidence les imprécisions que peuvent présenter les instructions. D'abord, la première figure donne l'occasion d'introduire un geste déictique permettant de montrer la zone de tracé considérée (420. E : « On va dire que tu as le droit de lui montrer la zone dans laquelle tu veux que soit l'équerre. ») La formulation « la zone où est le point A », condensée en « la zone A » par l'élève M, va par la suite se révéler insuffisante pour être comprise avec la Fig.3 (491. Bm : « La zone A, ça pouvait être aussi ça, hein ! » ; 496. E : « C'est vrai que ce n'est pas précis quand on dit « la zone » ; tout à l'heure on sous-entendait que c'était délimité par la droite, donc tu as le droit de lui montrer la zone que tu veux. ») Ainsi, dans le discours, il ne suffit pas de parler de la zone qui contient le point A, il est aussi nécessaire de mentionner la droite qui la délimite. Ensuite, l'élève M se montre vigilante quant à la précision à apporter sur le côté de l'équerre à placer sur la droite d : elle choisit le côté de l'équerre opposé à l'angle droit pour répondre à l'instruction de l'élève Bm (401. M : « Mets un côté de l'équerre sur la droite d »), puis elle l'informe de l'expression attendue (412) : « Le côté de l'angle droit ! » E intervient aussi pour que l'élève Bm précise le sommet de l'équerre dont elle parle (413. Bm : « Place le sommet de l'équerre contre le point C. ») L'élève Bm aboutit alors à une formulation correcte en langage technique géométrique. L'élève M propose une autre formulation, incomplète au

départ (449. M : « Moi, j'aurais dit trace la perpendiculaire à d. ») Elle l'améliore alors en donnant une instruction correcte dans le langage géométrique, grâce au positionnement de l'équerre que réalise l'élève Bm. Cela permet à E de souligner la différence entre les deux langages possibles, le langage géométrique et le langage technique, et de l'expliciter. Il est important en effet que les élèves différencient ces deux langages et aient conscience du domaine d'usage du langage technique, qui n'est que celui de l'expérimentation.

3. Séance 18 et séance 19

Les séances 18 et 19 ont pour but de travailler des connaissances, repérées dans les séances précédentes comme manquantes aux deux élèves, à savoir :

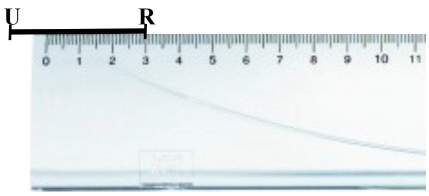
- une connaissance technique relative au prolongement de segments à la règle, associée à une connaissance géométrique sur le concept de droite,
- une connaissance technique relative au report de longueur au compas sur une droite à partir d'un point, associée à une connaissance géométrique relative à la caractérisation d'un point comme intersection de deux lignes : dans le cas du report de longueur au compas, le point doit être défini par l'intersection d'une droite et d'un arc de cercle.

Nous présentons et analysons d'abord les activités concernant le prolongement de segments à la règle (activités 18.1 et 19.1), puis celles concernant le report de longueur au compas (activités 18.2 et 18.3), ainsi que l'activité 19.2 qui met en jeu prolongement de segment et report de longueur. Nous terminons par des observations à propos des traces graphiques.

Prolongement

Activité 18.1

L'activité 18.1 permet de revenir sur la technique de prolongement d'un segment. Il est tout d'abord demandé à l'élève M de prolonger le segment [UR] de 7 cm à partir du point R, sans écrire mais en faisant des gestes avec les instruments (geste mimétique avec la règle et geste iconique de tracé). L'élève Bm doit dire alors si elle est d'accord ou non avec la proposition de l'élève M. Ensuite, les deux élèves doivent se prononcer sur la validité des deux positionnements de règle suivants, repris sur la vidéo de ce qu'elles avaient fait à la fin de la séance 17.



Positionnement 1

Positionnement 2

L'objectif est d'invalider le positionnement 2 que l'élève M avait choisi dans la séance 17 et de conduire les deux élèves à associer au prolongement d'un segment la signification de ligne droite. Le positionnement 2 est incorrect dans une finalité géométrique si l'on considère que le segment [UR] et le bord gradué de la règle n'ont que le point R en commun, puisque la direction de la règle n'est pas nécessairement celle du segment [UR], tandis qu'il est correct s'ils ont au moins deux points communs distincts. Dans une finalité graphique, même si l'on considère que le segment [UR] et le bord de la règle ont au moins deux points distincts communs, s'ils sont trop proches, ils ne permettent pas concrètement de donner à la règle la même direction que le segment : une partie suffisante de la règle doit donc être placée le long du segment à prolonger. Une fois le prolongement effectué, la règle doit en effet pouvoir être alignée sur l'ensemble du segment [UR] et de son prolongement. La trace graphique représente ainsi une droite matérialisée par le bord droit de la règle.

Activité 19.1

L'élève M reçoit ce texte : « P est sur la demi-droite [AB) à 10 cm du point B », tandis que l'élève Bm a une feuille avec un segment [AB] représenté : le segment a une direction oblique sur le support et a une longueur de 5 cm. L'élève M doit donner des instructions à l'élève Bm pour qu'elle place le point P avec ses instruments, par mime. Elle n'a pas le droit de se contenter de lui lire le texte. Le texte est formulé en langage géométrique et l'élève M doit donner le programme de tracé correspondant. Il pourrait être, avec l'utilisation de la règle graduée :

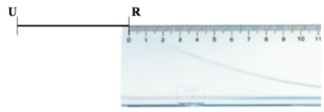
1. Prolonger le segment [AB] du côté de B.
2. Sur la demi-droite [AB), mesurer 10 cm à partir de B et placer le point P.

L'objectif de l'activité est de réinvestir ce qui a été vu sur le prolongement d'un segment dans l'activité 18.1 : aussi, nous demanderons à l'élève M de préciser les actions élémentaires à effectuer pour réaliser le prolongement si jamais elle ne le fait pas. Nous ne l'exigerons plus par la suite lorsque cela semblera acquis. Pour prolonger le segment [AB], il faut donc :

(a) Prendre la règle.
(b) Placer la règle sur le segment [AB] (en laissant une partie de la règle du côté de B).
(c) Tracer le long de la règle à partir du point B.

Analyse des activités de prolongement

Positionnement 2



Dans l'activité 18.1, l'élève M choisit de positionner sa règle dans le positionnement 2. Ni elle, ni l'élève Bm, ne voient pourquoi cela ne convient pas.
Pour l'élève M, prolonger le segment [UR] de 7 cm en procédant ainsi est préférable car les calculs sont évités, de même que les éventuelles erreurs de calcul :

> 8. M : La première elle est fausse, euh non, elle est bonne parce qu'il part de 3 mais c'est plus compliqué, 0 on sait tout de suite que c'est à 7, là, il faut calculer.
>
> 18. M : Ben si on a mal calculé, au lieu d'aller à 10, on va à 11.
> Moi, j'dis qu'celui-là (*montre le deuxième)* c'est mieux qu'celui-là *(montre le premier).*

Les deux élèves donnent le terme de « agrandir » pour définir ce que signifie « prolonger » un segment. E précise que lorsque l'on prolonge un segment, on veut obtenir une ligne droite, ce que l'élève M traduit alors par : « comme ça (*positionnement 1 de la règle),* on prolonge bien comme il faut et pas en travers » (22). Deux techniques sans calcul de prolongement d'un segment d'une longueur donnée sont ensuite proposées par chacune d'entre elles, avec l'action de prolongement à la règle distincte de l'action de report de longueur (fait au compas ou avec les graduations de la règle).
E intervient à deux reprises pour rectifier les positionnements de règle que l'élève M propose pour prolonger :

> 25. M : On coulisse, on garde un tout petit peu *// Elle coulisse la règle.*
> 26. E : Plus tu gardes peu, plus tu as des chances de ...
> 27. Bm : de rater
>
> 28. M : [...] je prends la règle et je prolonge // *Elle place la règle.*
> 29. E : Oui, mais en faisant attention de prendre suffisamment // *Elle décale la règle.*

L'activité 19.1 nous permet de voir ce que l'élève M a retenu de cette action de prolonger. Après avoir employé spontanément le terme « continuer » de la langue courante, elle utilise le terme « prolonger » de la langue technique en demandant de « prolonger le segment [AB] qui va devenir une demi-droite » (134). L'élève Bm la questionne pour qu'elle complète sa demande : le prolongement peut en effet se faire à partir du point A, pour obtenir une représentation de la demi-droite [BA) d'origine B, ou à partir du point B, pour obtenir [AB) d'origine A. Ensuite, l'élève M donne des instructions sur la manière de placer la règle :

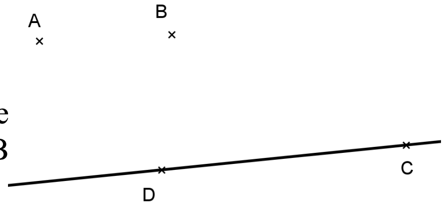
141. M : Tu laisses un petit bout de ta règle sur le segment [AB].
142. Bm *place la graduation 0 sur B.*
143. M : Le plus possible de bout, hein, et après tu prolonges.
Un petit bout Bm, faut qu'ce soit gradué, hein !
144. Bm : Ben c'est un petit bout !

Ainsi, l'élève M a bien intégré le fait que le positionnement 2 de la règle ne convenait pas et qu'il fallait une partie suffisante de la règle sur le segment, mais le groupe nominal « un petit bout de la règle » ne permet pas d'exprimer cette idée.

Report de longueur

Activité 18.2

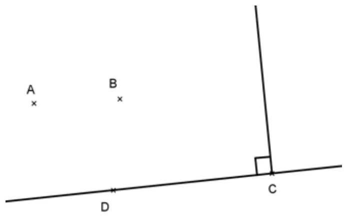
Dans l'activité 18.2, chacune des deux élèves reçoit une feuille de format A5 avec la droite (DC) et les points A et B représentés comme dans la figure ci-contre.



Dans une première phase, elles doivent toutes deux suivre les instructions de E en réalisant des gestes pour aboutir à la construction du triangle DCE rectangle en C : gestes déictiques pour montrer des parties d'instruments et des objets graphiques, gestes mimétiques pour les positionnements d'instrument sur le support et gestes iconiques pour les tracés produisant des représentations d'objets géométriques. Des feuilles avec les tracés leur sont données au fur et à mesure qu'ils sont réalisés par le geste. Dans une deuxième phase, l'exercice est refait, mais cette fois, c'est l'élève M qui donne les instructions à l'élève Bm qui les exécute par gestes. Les instructions données par E dans la première phase sont les suivantes et les figures sont celles qui sont données à la fin de chaque étape :

Étape a :
- Prenez l'équerre.
- Montrez un côté de l'angle droit de l'équerre : *le parcourir.*
- Montrez la droite (CD) : *la parcourir.*
- Le tracé sera dans la zone limitée par la droite (CD) et qui contient le point A : mettez la main sur cette zone.
- Placez un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (DC) et le sommet de l'angle droit de l'équerre sur le point C.
- Tracez la demi-droite d'origine C le long du deuxième côté de l'angle droit : *le parcourir.*

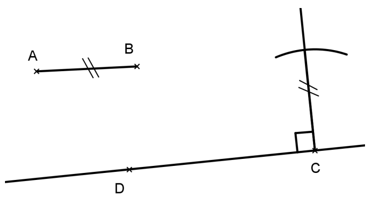
Les élèves reçoivent la figure « Étape a ».



Étape a

Étape c :
- Prenez le compas : mime avec les doigts.
- Prenez l'écartement AB.
- Tracez un arc de cercle de centre C qui coupe la demi-droite que vous venez de tracer.

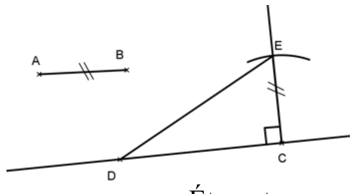
Les élèves reçoivent la figure « Étape c ».



Étape c

Étape t :
- On nomme E le point d'intersection de la demi-droite d'origine C et de l'arc de cercle de centre C.
- Tracez le segment [DE].

On obtient un triangle DEC rectangle en C.



Étape t

Cette activité permet enfin de travailler la technique de report de longueur sur une demi-droite. Dans des constructions de ce type, réalisées lors de la séance 15 (carré à partir d'un côté, rectangle à partir de deux côtés consécutifs), une fois l'arc de cercle de centre C tracé et l'équerre placée, l'élève M demandait à chaque fois, pour terminer, un tracé « du point C à un point de l'arc ». L'élève Bm a procédé de la même manière lorsqu'elle a réalisé la construction du triangle ABC avec sa propre technique à la fin de l'activité 15.2. L'objectif est donc ici de représenter un point d'intersection d'une demi-droite et d'un arc de cercle comme le croisement de deux lignes : le trait représentant la demi-droite doit aller de part et d'autre de l'arc. Il est aussi de signaler la nécessité de réaliser des traits de construction.
Ce travail permet également d'introduire, dans l'*étape a*, une formulation plus précise que celle utilisée dans l'activité 17 pour indiquer la zone de tracé : « Le tracé sera dans la zone limitée par la droite (CD) et qui contient le point A ». Un geste déictique pourra renforcer cette formulation orale sans toutefois être indispensable.

Activité 18.3

Dans l'activité 18.3 l'élève Bm reçoit une feuille avec un segment [AB] tracé et l'élève M reçoit le texte : « ABCD est un carré ». Elle doit donner des instructions à l'élève Bm pour qu'elle construise le carré avec ses instruments. Seuls la règle non graduée, l'équerre et le compas sont autorisés. Cette activité doit conduire l'élève M à réinvestir ce qui a été travaillé dans l'activité 18.2. Le point C peut être construit comme le point E l'a été avec l'*étape a* suivie de l'*étape c* ; le point D peut l'être de la même manière et il ne reste plus qu'à tracer le segment [CD] pour finir.

Activité 19.2 : Prolongement et report de longueur

L'activité 19.2 se déroule comme la précédente avec le texte suivant : « C est tel que B soit le milieu de [AC] ». Le point C est à construire à partir d'un segment [AB] déjà tracé. Il s'agit donc, avec la règle non graduée et le compas de :

1. Prolonger le segment [AB] du côté de B pour obtenir une demi-droite [Bx).
   (a) Prendre la règle.
   (b) Placer la règle sur le segment [AB] (en laissant une partie de la règle du côté de B)
   (c) Tracer le long de la règle à partir du point B.

2. Reporter la longueur AB sur la demi-droite [Bx) à partir de B.
   (a) Prendre le compas.
   (b) Prendre l'écartement AB, placer la pointe sur B.
   (c) Tracer un arc qui coupe la demi-droite [Bx)
   et nommer C le point d'intersection de l'arc avec la demi-droite

Analyse des activités de report de longueur

Dans l'activité 18.3 de tracé du carré ABCD à partir d'un segment [AB], l'élève M ne réinvestit pas la technique de construction de report de longueur sur une demi-perpendiculaire travaillée dans l'activité précédente, pour construire le carré ABCD à partir

du côté [AB], mais elle reprend exactement la même technique que celle qu'elle avait utilisée lors de la séance 15 : elle commence par donner l'instruction du tracé d'un arc de cercle de centre B et de rayon AB, plutôt que celle du tracé d'une demi-droite d'origine B perpendiculaire à [AB]. Cette inversion de l'ordre est possible, mais elle nécessite une anticipation de la zone où il faudra tracer l'arc de cercle. Comme elle n'est pas facile à décrire, E propose à l'élève M de montrer la zone où l'arc doit se situer. L'élève M n'est pas performante dans ce type d'anticipation, surtout lorsque les côtés du rectangle ou du carré à construire ne sont pas verticaux ni horizontaux. Elle s'est, par exemple, montrée incapable de construire à main levée un rectangle de côté [AC] à partir d'un carré ABCD en position prototypique. Quoiqu'il en soit, si l'arc de cercle n'est pas tracé au bon endroit, il est toujours possible d'en faire un prolongement une fois la demi-perpendiculaire tracée.
Dans l'activité 19.2, l'élève M commence aussi par demander un report de longueur avant le prolongement du segment. À l'élève Bm qui ne trace pas l'arc où elle l'attend, elle demande d'« essayer de le faire en ligne de B » (158). C'est en fait le point C à construire qui doit être aligné avec les points A et B. Il serait donc plus judicieux de commencer par le prolongement pour n'avoir pas à imaginer la ligne droite sur laquelle doit se faire le report de longueur.
Les remarques de E à propos des traits de construction dans les deux activités précédentes n'ont pas été suffisantes (34. E : « Les traits de construction, cela ne dérange pas, on ne les gomme pas » / 63. E : « Et pour faire ce triangle, voyez que j'ai des traits de construction, que je laisse ») : l'élève M cherche toujours à les éviter. En effet, elle continue à demander des tracés de segments qui vont d'un point à un arc de cercle. C'est le cas à deux reprises dans l'activité 18.3 :

88. M : Tu traces B à l'arc de cercle.
89. E : Qu'est-ce qu'elle trace ?
90. M : Un segment // Bm *trace un peu plus loin que l'arc.*
91. E : Stop !
92. M : Un segment Bm ! Ah la la la la !
93. E : On ne s'arrête pas à l'arc, on peut aller plus loin, on a droit au trait de construction.

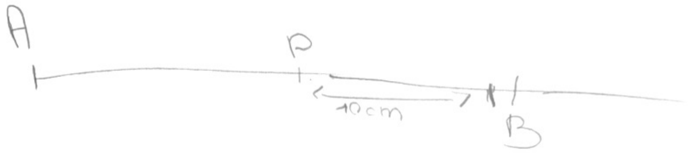
112. M : Tu traces jusqu'à l'arc de cercle.
113. E : Non ! Qu'est-ce qu'elle trace ?
114. M : Un segment
115. E : Non
116. Bm : Une droite, une demi-droite !
117. M : Bien Bm
118. E : Où ?
119. M : un segment
120. E : Non mais, « où » avec un accent. Où ça ?
121. M : Jusqu'à l'arc de cercle
122. E : Mais non, trait de construction, on va plus loin, montre lui avec ton doigt
Voilà, là c'était, on disait tout à l'heure demi-droite d'origine A

C'est le cas également dans l'activité 19.2 : une fois l'arc de cercle tracé, l'élève M demande de relier « l'arc de cercle à B » (160) sans préciser le point de l'arc de cercle considéré : celui qui est aligné avec A et B.

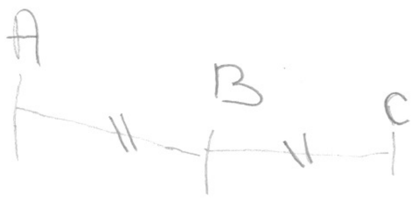
Traces graphiques

Le besoin de s'appuyer sur une trace graphique s'est manifesté à deux reprises pour l'élève M au cours de la séance 19. Dans les activités 19.1 et 19.2, elle devait donner des instructions à l'élève Bm pour qu'elle mime les actions instrumentées permettant de représenter les objets

géométriques dont une description est donnée. Lors de la séance 19, nous avons alterné ces activités avec d'autres en intervertissant à chaque fois les rôles des deux élèves. Finalement, l'élève M a procédé par mime avec les instruments, mais pas l'élève Bm, vu les difficultés de l'élève M : 151. M : « J'préfère qu'elle le fasse au crayon de papier, moi j'arrive pas bien à me repérer. »
Dans ces mêmes activités, l'élève M a également manifesté le besoin de faire un schéma à main levée. Pour l'activité 19.1, elle commence par faire un segment [AB] et une flèche allant de A à plus loin que B en indiquant 10 cm en dessous. Elle le barre puis refait le schéma suivant :



Il ne correspond pas à ce qu'elle devra obtenir car le segment [AB] tracé a 5 cm de longueur. L'élève M n'a pas cette information sur la longueur, mais elle peut voir le segment [AB]. Il se peut que son estimation visuelle des longueurs soit défaillante ou alors qu'elle ne se soit pas posé la question de la position relative des points. Ses instructions vont mener malgré tout à une figure correcte.
Pour l'activité 19.2, elle réalise le schéma ci-contre : l'alignement des points n'apparaît pas visuellement car la ligne qui va de A à C est discontinue. Il semble qu'il en aurait été de même si l'élève M avait utilisé ses instruments.



En effet, elle donne des instructions à l'élève Bm pour qu'elle reporte la longueur AB au compas, à partir du point B, sur une ligne qu'elle ne lui a pas demandé de tracer (164. M : « Tu prends ton compas, tu mesures AB, la longueur AB voilà, après tu piques sur B et tu reportes la mesure. Euh, tu gardes la mesure, mais tu peux essayer de le faire en ligne de B.») Puis elle termine en demandant de « relier l'arc de cercle à B ».

166. M : Voilà. Tu relies l'arc de cercle à B, avec l'équerre
167. E à Bm : Tu fais le moins probable
168. *Bm incline l'équerre.*
169. M : Si possible droit

L'élève M finit par donner l'instruction du prolongement du segment [AB], avec l'aide de l'élève Bm.

La deuxième série de séances hors classe avec la dyade élève M - élève Bm a donc permis la mise en place et l'appropriation d'un langage technique géométrique permettant de donner des instructions pour :

- tracer des angles droits à l'équerre,
- réaliser des prolongements de segments à la règle,
- reporter des longueurs sur une demi-droite au compas.

Toutes ces actions instrumentées pourront être réinvesties dans les constructions géométriques où intervient la symétrie axiale.

III. Symétrie axiale

Nous démarrons cette partie en présentant les enjeux d'apprentissage lié au concept de symétrie axiale, puis en récapitulant, à partir de travaux didactiques, les difficultés et conceptions erronées des élèves qui les mènent à des erreurs dans les types de tâches qui leur sont proposés en CM2 et en sixième. Nous présentons ensuite nos observations en classe et le travail hors classe réalisés sur la symétrie axiale.

A. Enseignement de la symétrie axiale

1. Programmes d'enseignement à l'école primaire et en sixième

Dans les programmes de l'école primaire de 2008[50], la symétrie axiale apparaît à partir du CE1 avec des activités de perception et de reconnaissance d'axe de symétrie. Même si cela n'est pas mentionné explicitement dans les programmes, des activités de reconnaissance visuelle et d'expérimentations peuvent déjà être pratiquées dès la maternelle où une approche « naïve » de la symétrie commence à être développée. Il s'agira de percevoir la régularité et l'harmonie de la symétrie bilatérale dans l'environnement quotidien, que ce soit dans la nature ou dans les activités humaines (architecture, peinture, etc.) Les activités de puzzle ou d'encastrement permettront la rencontre de formes superposables avec leurs retournées.
En fin de cycle 3, les élèves doivent être capables de percevoir un axe de symétrie, de reconnaître le(s) axe(s) de symétrie d'une figure, de tracer le symétrique d'une figure sur papier quadrillé, de compléter une figure par symétrie. Il est précisé que les activités s'appuient sur un travail expérimental utilisant le pliage ou le papier calque. Ainsi, la symétrie axiale peut être définie grâce à des actions sur un objet technique (une feuille de papier) en lien avec des objets graphiques représentant des objets géométriques. Ces actions sont le pliage de la feuille de papier ou le retournement du calque :

- Une figure symétrique pliée sur son axe de symétrie, se partage en deux parties qui coïncident exactement, côté sur côté, sommet sur sommet.
- Une figure décalquée puis retournée qui coïncide avec la figure initiale est symétrique : elle a un axe de symétrie.

En sixième, la progression consiste à faire évoluer les conceptions de l'élève en le faisant passer d'un travail expérimental portant sur des objets de l'espace sensible à des constructions à l'aide des instruments usuels (règle, équerre et compas) fondées sur la mise en œuvre de propriétés portant sur des lignes et des points. La symétrie axiale est ainsi appréhendée comme une transformation ponctuelle. Dans les commentaires du programme de sixième[51] apparaît une volonté de continuité avec le travail entrepris à l'école élémentaire conduisant à dégager les propriétés de « conservation » de la symétrie axiale (distances, alignement, angles et aires) à partir d'un inventaire de figures simples obtenu par pliage ou par utilisation de papier calque. En fin de sixième, l'élève doit être capable de construire le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'un cercle (que l'axe de symétrie coupe ou non la figure) et plus généralement le symétrique d'une figure donnée, en utilisant ses instruments. Le rôle de la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment est mis en évidence mais cette notion n'est exigible pour le socle qu'en classe de cinquième.
À l'école primaire et au collège, les élèves rencontrent deux aspects différents du concept de symétrie. En effet, les problèmes de reconnaissance et de construction mettent en jeu soit une figure symétrique, soit deux figures symétriques l'une de l'autre. Dans le cas d'une figure symétrique dont le(s) axe(s) sont à reconnaître ou qui est à compléter, la symétrie est vue

[50] B.O. N°3 du 19 juin 2008
[51] BO spécial n°6 du 28 août 2008

comme une propriété de la figure ; dans le cas de deux figures symétriques, l'une est considérée comme l'image de l'autre par symétrie en tant que transformation géométrique.

2. Erreurs des élèves

Différentes recherches en didactique ont mis en évidence des difficultés et des conceptions erronées des élèves qui les mènent à des erreurs.

Erreurs dans la technique de construction

Grenier et Laborde (1987) ont montré que les élèves ne réinvestissaient pas nécessairement leurs connaissances sur la construction du symétrique d'un point pour construire le symétrique de n'importe quelle figure. Elles ont notamment observé un procédé de construction « semi-ponctuel » du symétrique d'un segment, très répandu chez les élèves, consistant à tracer un segment dans une orientation choisie à partir de l'image d'une extrémité du segment-objet. Un autre phénomène repéré dans les travaux de Gobert (2001) est la perception syncrétique des objets : dans la construction d'un segment par symétrie, les élèves prennent en compte globalement la longueur et la direction du « trait » qu'ils tracent, ils ne dissocient pas la construction d'une ligne du report de longueur sur celle-ci. Ils restent ainsi dans une attitude de rapport pratique aux objets et n'entrent pas dans l'attitude géométrique attendue par l'usage des instruments, qui demande en effet de voir les points comme intersection de droites ou cercles.

Erreurs issues de conceptions erronées

Conceptions erronées en lien avec la matérialisation de la symétrie axiale

Les différentes matérialisations de la symétrie axiale (pliage, retournement du calque, visualisation du reflet) favorisent la construction d'images mentales, dont certaines induisent aussi des conceptions erronées.
Dans son aspect dynamique, le pliage d'une feuille de papier selon l'axe de symétrie présente la symétrie comme transformation d'un demi-plan délimité par l'axe dans l'autre demi-plan et dans un seul sens, il en est de même pour le miroir car on ne peut visualiser le symétrique que d'un demi-plan à la fois, or la symétrie axiale est une transformation du plan dans le plan. Cela conduira à des productions erronées lorsqu'il s'agira de construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe qui traverse cette figure. On pourra obtenir des constructions incomplètes, souvent les élèves ne construisent que le symétrique d'une partie de la figure située d'un même côté de l'axe. Dans son aspect statique, le pliage caractérise la notion de symétrie comme étant une ressemblance de deux parties séparées par l'axe de symétrie, ce qui favorise la conception erronée suivante :

> La figure symétrique est une figure de même forme et de même dimension, située de l'autre côté et à la même « distance » de l'axe de symétrie. Cette distance est perçue globalement, comme une position d'équilibre.
>
> (Grenier, 1988, p.21)

Une autre conception erronée émergeant des activités expérimentales introductives à la symétrie axiale a été mise en évidence par Bautier (1986) : il s'agit d'une conception hétérogène du plan dans les représentations des élèves, qui va à l'encontre de la définition théorique de la symétrie axiale. Les élèves considèrent en effet que la symétrie opère seulement sur les figures tandis que le plan qui les contient reste indifférent à la transformation.

Conceptions erronées en lien avec les cas particuliers des axes horizontaux et verticaux

Les situations de construction de symétriques avec axe horizontal ou vertical favorisent des conceptions sur la symétrie axiale qui auront un domaine de validité restreint. L'utilisation de supports quadrillés renforce ces conceptions. Différentes erreurs émergeront alors dans des situations où l'axe est oblique du fait d'applications de théorèmes en acte incorrects. Des expérimentations menées par Grenier et Laborde (1987) ont permis d'observer différentes règles d'action erronées que se sont forgées les élèves et qui peuvent s'avérer résistantes. Dans les problèmes de construction, elles ont mis en évidence :

- des procédures de « rappel horizontal » ou « rappel vertical » qui donnent pour point-image un point situé sur une même horizontale ou une même verticale que le point-objet.
- des procédures de « rappel par prolongement » qui donne pour image d'un point, un point situé dans le prolongement d'une direction matérialisée par la figure-objet.

Chesnais (2009) résume ces conceptions au fait que les élèves ont intégré que le symétrique d'un objet est « en face », c'est-à-dire de l'autre côté de l'axe, suivant une direction horizontale ou verticale qui n'est pas associée à une direction perpendiculaire à l'axe.

Confusions avec d'autres transformations géométriques

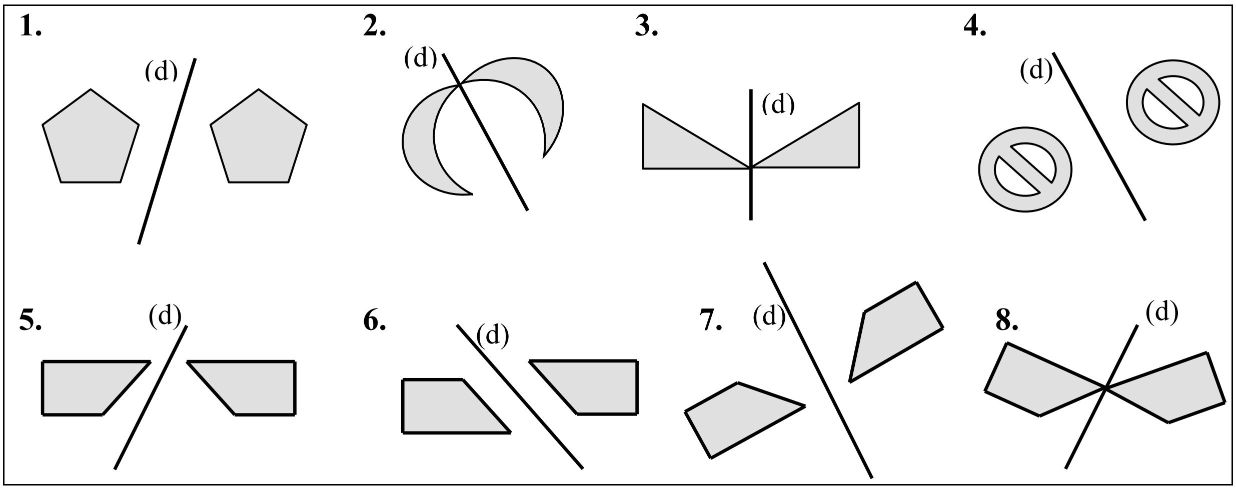
Lorsque les élèves s'appuient sur les conceptions erronées suivantes : « Le segment-objet et son image sont parallèles et de même longueur » ; « le symétrique d'une figure est une figure « égale » située de l'autre côté de l'axe » (Grenier, 1988), ils peuvent confondre la symétrie axiale avec d'autres transformations géométriques : la translation et la symétrie centrale. Dans les deux cas, il manque le retournement de la figure.

B. Troisième période d'observation : début de la séquence sur la symétrie axiale

1. Présentation des séances

Séance 20 (40 min)

La première séance sur la « Symétrie axiale » démarre par l'observation d'une peinture qui conduit à donner la définition de deux figures symétriques en lien avec le pliage. Les élèves doivent ensuite déterminer si deux figures (deux silhouettes de chat) sont symétriques par rapport à une droite à l'aide d'un calque. Puis des exercices analogues sont réalisés sur les huit figures suivantes, visuellement et avec le calque si besoin.



Séance 21 (15 min)

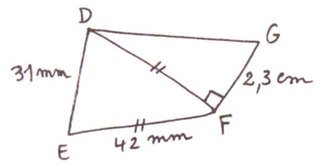
L'enseignante a construit le point A', symétrique d'un point A par rapport à une droite (BC) avec l'outil « Symétrie » du logiciel GeoGebra. La figure est vidéo projetée au tableau. Les élèves doivent trouver comment construire le point A' s'ils n'ont ni calque, ni quadrillage pour les aider. Cette activité se conclut par la définition de la médiatrice d'un segment.

Séance 22 (50 min)

Un devoir de synthèse sur tout ce qui a été appris depuis le début de l'année est réalisé. Ce devoir ne contient pas d'exercice sur la symétrie axiale. Deux constructions en vraie grandeur sont à effectuer, l'une à partir d'un schéma à main levée et l'autre à partir d'un texte.

Construis en vraie grandeur les figures suivantes.

a)



b) un triangle ABC tel que AB = 6 cm, $\widehat{CAB} = 40°$ et $\widehat{CBA} = 32°$.

Séance 23 (50 min)

Exercice : 1) a. Trace un segment [AB] tel que AB = 9 cm.
b. Place le point M sur le segment [AB] à 4 cm du point A.
2) a. Construis la droite (d_1), médiatrice du segment [AM].
b. Construis la droite (d_2), médiatrice du segment [MB].
3) Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_2) ? Justifie.

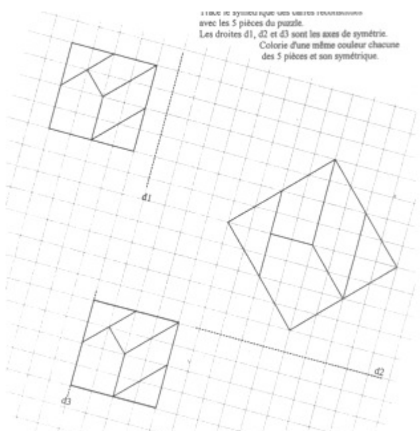
Exercice :

Trace le symétrique des carrés reconstitués avec les cinq pièces du puzzle.

Les droites d1, d2 et d3 sont les axes de symétrie.

Colorie d'un même couleur chacune des 5 pièces et son symétrique.

Support réel : format A5

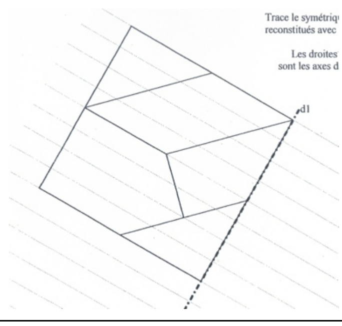


Séance 24 (50 min)

La technique de construction du symétrique d'un point avec la règle graduée et l'équerre est présentée au tableau, puis les élèves réalisent l'exercice suivant :

Exercice :

Tracé du symétrique du puzzle par rapport à l'axe d_1.

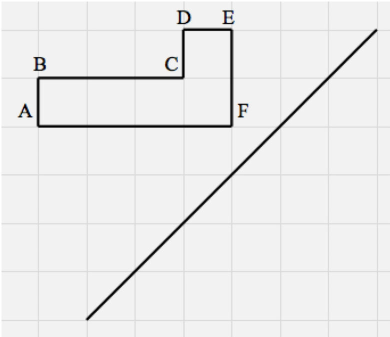


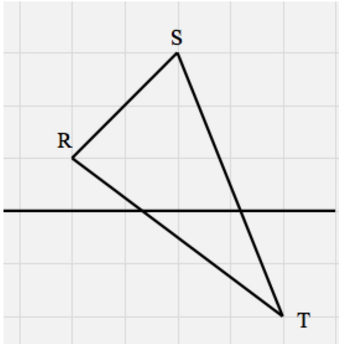
Les élèves observent ensuite ce qui se passe avec deux points symétriques A et A’ par rapport à une droite, représentés avec le logiciel GeoGebra, lorsqu’on déplace A jusqu’à la droite.

Séance 25 (40 min)

Une partie de cours est réalisée sur le symétrique d’un point qui appartient à l’axe de symétrie, puis sur le symétrique d’un polygone. Les élèves font ensuite l’exercice suivant :

Exercice : Construction de symétriques de polygones sur quadrillage





Séance 26 (50 min)

Le devoir de synthèse réalisé pendant la séance 22 est corrigé lors de cette séance.

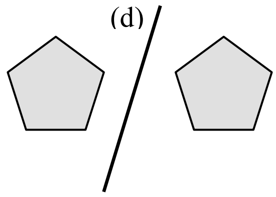
2. Observations

Dans cette troisième période d’observation, les difficultés organisationnelles de l’élève M semblent décuplées. Lors de la séance 20, elle prend du temps pour trouver un crayon, le tailler, découper la feuille de calque et la plier pour la première activité de vérification de la symétrie des deux silhouettes de chat. Elle est alors en retard dans la copie de la leçon, elle essaie d’écrire vite, elle secoue sa main pour détendre son poignet, tant et si bien qu’elle asperge son cahier et sa table de gouttes d’encre. Pendant que l’enseignante donne les consignes sur les exercices, l’élève M se donne la tâche de faire disparaître l’encre (« J’ai mis de l’encre partout moi, j’ai pas d’effaceur s’il te plaît Bm, donc je me débrouille avec ce que j’ai ! // *Elle étale l’encre et l’efface avec ses doigts* »). Elle ne consacre alors que très peu temps pour faire les exercices. Lors de la séance 21, elle met plus de quinze minutes pour réussir à enlever son manteau dont la fermeture est coincée. Tandis qu’elle s’active et s’épuise à se libérer de ce vêtement, qui devient camisole de force alors qu’elle a suivi le conseil de l’enseignante de « l’enlever comme on enlève un pull », elle manque toute la correction au tableau des exercices préparés à la maison.
La séance 22 est consacrée à un devoir de synthèse. L’élève M se trouve confrontée à ses problèmes habituels, avec tension et angoisse en plus : elle met beaucoup de temps à trouver son matériel de géométrie en faisant de nombreux aller-retour de la table à son sac ; sa table est encombrée de sa trousse, d’un cahier de brouillon et d’une pochette qui gênent ses tracés ; elle écrit de façon désorganisée dans son cahier de brouillon si bien qu’elle ne retrouve pas ce qu’elle a écrit au moment où elle en a besoin, et enfin, elle rencontre des problèmes importants de taille de crayon avec une mine qu’elle n’arrive pas à décoincer. Tous ces embarras la conduisent finalement à travailler au bord des larmes. Le temps supplémentaire qui lui est accordé, pris sur celui de la récréation, n’est pas suffisant pour lui permettre de terminer son devoir sereinement. Ses différentes tentatives pour enlever la mine de son taille-crayon ont laissé des traces sur sa copie, de même que ses tracés plusieurs fois gommés, ce qui contribue d’une part à la perte du point accordé à la présentation de la copie et d’autre part à l’appréciation « La copie n’est pas propre ».

Les difficultés organisationnelles et manipulatoires classiques continuent d'exister dans les séances suivantes avec leurs conséquences négatives sur l'activité géométrique de l'élève M.

L'élève M éprouve aussi des difficultés pour réaliser les différents exercices proposés et destinés à réactiver les connaissances sur la symétrie travaillées à l'école primaire. Elle ne réussit pas les exercices de reconnaissance visuelle de symétrie effectués lors de la séance 20, ce qui n'a rien de surprenant, vu ses troubles visuo-spatiaux, et donc sa perception défaillante de l'orientation des lignes et en particulier celle des obliques.

Interrogée pour expliquer pourquoi les deux figures ci-contre ne sont pas symétriques, elle décrit ainsi ce qu'elle perçoit : « Elle est un peu plus penchée que l'autre, elle est penchée d'un côté, alors que l'autre, elle est quand même plus droite, y'en a une qui est penchée un peu plus par là. »



L'enseignante invalide cette réponse et lui propose de faire une vérification avec le papier calque. L'élève M écrit alors en correction sur son cahier « mauvaise explication », puis utilise le calque. Elle décalque les figures et l'axe (d) à main levée, trace un cadre autour de l'ensemble, puis découpe le long du cadre. Elle essaie de plier ensuite le long de la droite (d). Elle constate alors la non superposition attendue. Cette technique de vérification par pliage serait peu opérationnelle pour constater la symétrie de figures vu la précision de son pliage. Dans cet exercice de reconnaissance visuelle, six de ses réponses sur les huit sont incorrectes.

L'élève M éprouve également des difficultés à réaliser les constructions de symétriques sur quadrillage (séances 23 et 25), ce qui n'est pas non plus surprenant puisqu'étaient déjà apparues comme difficiles les reproductions de figures sur quadrillage en début d'année (séance 5). Dans la séance 23, le support très petit lui rend la tâche d'exploration visuelle encore plus complexe que si elle pouvait bénéficier d'un support agrandi. Dans les constructions de symétriques de polygones sur quadrillage de la séance 25, elle passe beaucoup de temps à reproduire les deux figures initiales sur son cahier si bien que lorsqu'elle est prête à construire les symétriques, la correction est déjà présentée au tableau et il ne lui reste plus qu'à poursuivre son activité de reproduction sur quadrillage. Et enfin, dans l'exercice de la séance 24, elle commet beaucoup d'erreurs de mesure en utilisant les graduations de sa règle, elle gomme et recommence de nombreuses fois les tracés : elle ne peut malheureusement pas suivre le conseil donné par l'enseignante d'utiliser son compas car elle l'a oublié.

C. Séances de travail hors classe avec l'élève M : séance 27 et séance 28

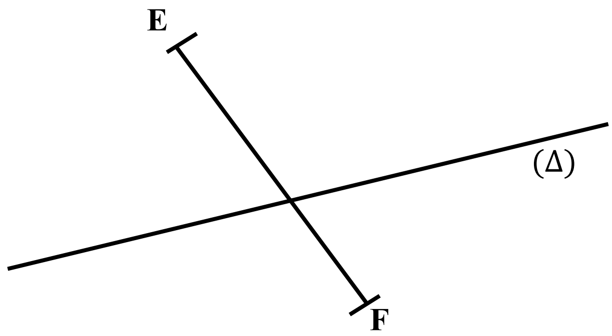
L'élève M est absente durant un mois après les vacances de février. Elle manque donc la fin de la séquence sur la symétrie axiale. Nous la voyons alors seule durant deux séances espacées d'une semaine, à son retour au collège. Lors de la séance 27, elle vient avec des exercices que les autres élèves ont faits en classe et qu'elle a faits en autonomie à la maison : il s'agit de constructions de symétriques de points, de droites et de segments par rapport à une droite. Nous lui demandons d'expliquer comment elle a procédé pour réaliser ses constructions et l'amenons à prendre conscience du fait que sa technique de construction ne convient pas : « J'crois bien que j'ai mesuré la longueur, mais j'ai pas pris l'équerre, j'ai pu pensé à l'équerre.»

Nous proposons ensuite différentes constructions de symétriques de figures que nous réalisons avec les instruments en suivant ses instructions : cercle, segment et droite lors de la séance 27, point, droite et triangle lors de la séance 28. Nous en analyserons deux : l'activité 27 et l'activité 28. Les transcriptions sont en annexe 11 (A11. Séance 27 et séance 28).

1. Présentation des activités et analyse a priori

Activité 27

Dans l'activité 27, il s'agit de construire le symétrique du segment [EF] par rapport à la droite (Δ).
Le segment [EF] traverse l'axe de symétrie. La droite (Δ) et le segment [EF] ne sont pas perpendiculaires. Nous nommons O le point d'intersection de [EF] et de (Δ).



Pour construire le symétrique du segment [EF] par rapport à la droite (Δ), plusieurs techniques sont possibles. En voici deux :

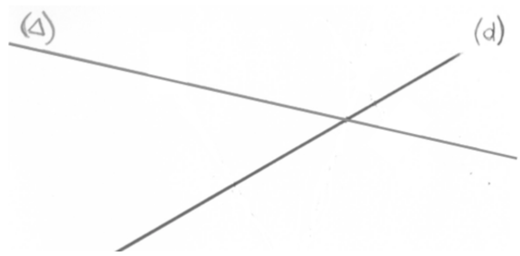
- la première consiste à construire E' et F', les points symétriques des points E et F, puis à tracer le segment symétrique [E'F'] ;
- la deuxième consiste à construire E', à tracer la demi-droite [E'O), puis à reporter la longueur EF à partir de E' sur cette demi-droite, pour obtenir le point F'.

Seule la première technique a été travaillée en classe, avec l'utilisation de l'équerre et du compas ou de la règle graduée pour construire le symétrique d'un point. Pour construire le symétrique du point E :

- l'équerre permet de tracer la perpendiculaire à l'axe de symétrie passant par le point E
- le compas ou la règle graduée permet un report de la longueur EP_E sur la perpendiculaire, à partir du point P_E pour que P_E soit le milieu de [EE'].

Activité 28

Dans l'activité 28, il s'agit de construire (Δ′), la droite symétrique de la droite (Δ) par rapport à la droite (d). La droite (Δ) est sécante à la droite (d) et le point d'intersection est représenté. Une activité analogue a été proposée lors de la séance 27, mais le point d'intersection des deux droites n'était pas représenté.



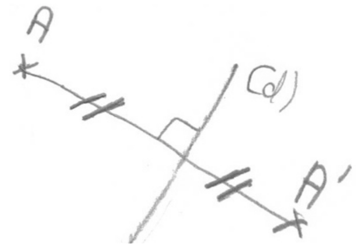
Pour construire la droite (Δ′), il suffit de construire les points symétriques de deux points de la droite (Δ). Un point est déjà présent : le point d'intersection des droites (Δ) et (d), qui est confondu avec son symétrique. Il reste donc à choisir un autre point de (Δ) et à construire son symétrique.

2. Analyse

Analyse de l'activité 27

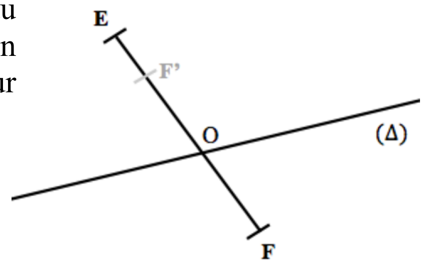
Avant de commencer l'activité 27, E demande à l'élève M de rappeler tout ce qui a été travaillé en classe sur la symétrie axiale lorsqu'elle était présente. L'élève M évoque l'activité d'introduction de la symétrie avec l'utilisation du calque, puis elle explique comment construire le symétrique d'un point : « On prend la règle, on mesure l'espace entre la droite et le point, on fait des petits pointillés, on continue les petits pointillés à la même longueur et là, on met A'. » Un questionnement de E amène l'élève M à s'apercevoir que la règle ne doit pas « être mise n'importe comment » : sa direction doit être perpendiculaire à l'axe de symétrie.

Un schéma de la construction du point A', symétrique d'un point A par rapport à une droite (d), permet ensuite à l'élève M de récapituler les deux propriétés à prendre en compte : la perpendicularité et l'égalité de longueurs.



L'élève M remarque alors qu'elle a omis d'utiliser l'équerre dans toutes ses constructions de symétriques, réalisées en autonomie pendant sa période d'absence.

Dans l'activité 27, elle recommence pourtant la construction du symétrique du point F sans rien changer de sa technique, en faisant un report de la longueur OF sur le segment [OE] pour placer le point F' :



15. E : Oui, mais pourquoi c'est le symétrique [du point F] ?
Pourquoi c'est bien le symétrique ?
16. M : Ben parce que j'ai pris la même longueur ici // *Elle parcourt [OF'],* que là // *Elle parcourt [OF].*

Selon l'élève M, il n'est pas possible de faire un angle droit ou de placer l'équerre dans ce cas de figure, vu les orientations de la droite (Δ) et du segment [EF] (38. M : [...] « ce sera jamais comme il faut, parce que ça // *elle pointe [EF]*, c'est en diagonale et ça // *elle pointe l'axe* c'est pas droit. C'est pas droit, c'est pas, euh, un trait bien droit, tout droit. ») Et même en ayant formulé l'objet géométrique à tracer, à savoir la perpendiculaire à la droite (Δ) passant par le point F, l'impossibilité du placement de l'équerre demeure :

73. E : Oui, c'est ça que tu dois faire [tracer la perpendiculaire à la droite (Δ) passant par F], alors je te passe l'équerre.
74. M : Voilà, mais sauf que le problème là, je pourrai jamais être sur le, pour que ça fasse un angle droit, j'pourrai jamais être sur le point F.

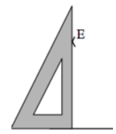
En fait, l'élève M n'arrive pas à faire abstraction du segment [EF] déjà tracé, et visiblement, il ne suffit pas de lui dire de ne pas en tenir compte pour qu'elle y parvienne :

75. E : Pour tracer la perpendiculaire, alors attends, peut-être parce que ça, tu mets le point F en couleur. *Elle lui donne un fluo. L'élève M repasse sur le point F.* Le point c'est ça, tu ne regardes plus que ça. Enfin, tu regardes aussi l'axe de symétrie, mais le segment, tu ne t'en occupes plus.
76. M : Oui, mais malheureusement ...

C'est un surlignage en rose de l'axe de symétrie et du point F qui lui permet de réussir le positionnement de l'équerre, qu'elle décrit alors dans un langage technique géométrique complété par des gestes déictiques de parcours (82. M : « Ben, j'ai mis un côté de l'angle sur la droite // *elle parcourt le côté de l'angle droit de l'équerre situé sur la droite*, et l'autre côté de l'angle sur le point F // *elle parcourt l'autre côté de l'angle droit l'équerre.* ») L'élève M continue ensuite la construction en traçant le long du côté de l'angle droit de l'équerre, du point F jusque la droite (Δ), tracé qu'elle prolonge sans aller suffisamment loin. Elle le prolonge de nouveau, après le tracé d'un arc au compas permettant le report de longueur, mais elle s'arrête juste à l'arc, comme elle le faisait lors des séances 18 et 19. E lui rappelle alors qu'elle doit prolonger en allant plus loin que l'arc (95. E : « Hm, et tu vois, là il faut aller un petit peu plus loin, tu n'es pas obligée de tomber exactement, parce que c'est l'intersection que tu veux avoir. ») L'instruction donnée par l'élève M dans l'activité 28, pour cette même étape de tracé, montre qu'elle a bien intégré la remarque de E :

152. E : Et dis-moi comment je fais pour le prolonger [le segment]
153. M : On prend l'équerre, on prend le plus qu'on peut de B à d et faut faire plus loin que l'arc de cercle. *E réalise le tracé.* Voilà. Et on le nomme B'.
154. E : Où ?
155. M : À l'intersection de l'arc et de la droite.

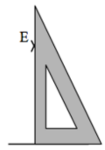
L'élève M réinvestit bien aussi ce qui avait été travaillé lors de la séance 18 sur l'utilisation de la règle pour prolonger un segment : la plus grande partie possible de la règle doit être placée sur le segment. Pour le point E, elle place immédiatement l'équerre de façon correcte (*Position 1*), cependant, elle rencontre des difficultés manipulatoires pour son tracé le long de l'équerre du point E à l'axe de symétrie : elle ne parvient pas à tracer de la main gauche tout en maintenant l'équerre de la main droite car ses mains doivent se croiser. Elle change alors le positionnement de l'équerre pour résoudre ce problème.



Position 1

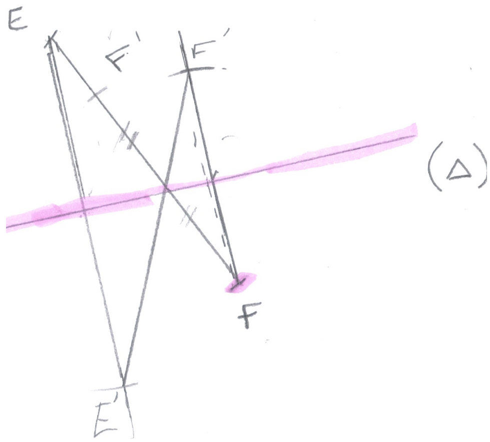
98. M : J'vais mettre dans l'autre sens. (*Position 2)*
99. E : Là, tu fais quoi ?
100. M : Je mets dans, oh mais non mais ça va pas !
101. E : Pourquoi ça ne va pas ?
102. M : J'ai fait une bêtise, faut qu'je mette comme ça *(Position 3)*, c'est parce que j'arrivais pas à tracer

Position 2



Position 3

L'élève M connaît donc bien le positionnement théorique de l'équerre pour démarrer le tracé du symétrique d'un point par rapport à une droite, mais ses difficultés de perception visuelle (comme pour le point F) ou ses difficultés manipulatoires (comme pour le point E) peuvent la conduire à finalement ne pas choisir ce positionnement dans l'action. Cela conforte l'idée de l'intérêt qu'il peut y avoir à ce qu'elle ne manipule pas elle-même les instruments.
Dans l'activité 27, E a laissé l'élève M utiliser elle-même les instruments pour faire les tracés, à sa demande (2. M : « J'préfère le faire, en fait »). L'élève M réalise malgré tout qu'elle n'arrive pas obtenir un résultat satisfaisant (« C'est mieux qu'je l'fasse, mais après, c'est mal fait »).



Pour construire le symétrique du point F, son premier tracé le long de l'équerre est imprécis, elle le reprend en réajustant l'équerre sur la droite (Δ).
Pour la deuxième extrémité du segment [EF], son tracé analogue passe un peu à côté du point, mais E l'empêche de le recommencer (108. E : « Ce n'est pas grave, c'était ça le principe. »)
Elle ne réussit pas non plus à maintenir l'équerre pendant qu'elle trace le prolongement : son tracé présente alors une ligne dédoublée.

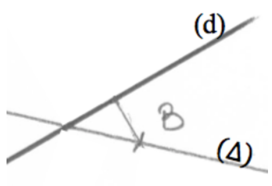
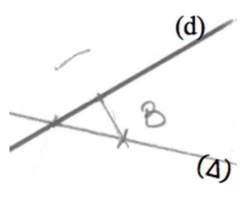
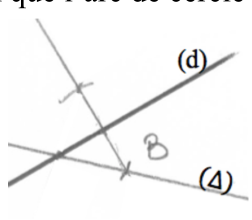
Finalement, E apporte une aide manipulatoire à l'élève M pour le deuxième report de longueur, alors qu'elle peine à piquer son compas précisément là où elle le souhaite :

109. M : Il faut qu'je prolonge, *elle dérape,* roh ! *Elle prend ensuite l'écartement au compas.*
110. E : Et ensuite, dis-moi ce que je dois faire, je vais le faire // *Elle lui prend le compas.*
111. M : Ben la mesure là // *pouce-index de E à delta* la reporter là // *pouce-index de delta à E'.*

Analyse de l'activité 28

Dans l'activité 28, E ne laisse plus la possibilité à l'élève M d'utiliser elle-même les instruments. Cette dernière éprouve le besoin de faire un schéma avant de donner ses instructions (122. M : « Est-ce que je peux faire un croquis ? Euh, pour voir à peu près comment je vais faire. ») Elle place deux points et oriente son choix en s'appuyant sur ce qui a été vu lors de la séance 27 : les points ne doivent pas être pris aux extrémités du trait qui représentent la droite.
L'élève M demande d'abord à E de « placer des points sur la droite ». Après avoir obtenu le nom de la droite considérée, E lui demande de montrer où les points doivent être placés sur cette droite, même si, sur son schéma, l'élève M a bien placé deux points sur la droite (Δ). L'élève M se place dans une finalité géométrique lorsqu'elle répond que les points peuvent être « placés partout » (136. M : « Parce qu'en fait, on peut en placer partout [sur (Δ)] »), toutefois E souhaite savoir, sans influencer l'élève M par une demande explicite, si définitivement elle ne choisira pas le point d'intersection des droites (d) et (Δ).
Laisser à l'élève M le choix de l'emplacement des points sur la droite (Δ) a cependant d'autres conséquences : cela empêche E de se placer dans une finalité graphique en choisissant les points pour réaliser aisément le tracé. Le choix d'un point B très proche du point d'intersection des deux droites rend en effet très difficile la manipulation du compas pour le report de longueur, l'élève M s'en aperçoit au moment venu : (148) « Ça va être tout petit hein ! », « C'est tout petit, c'est ça que c'est difficile ».
Il n'est donc finalement pas pertinent de laisser à l'élève M le choix de la localisation graphique des points sur la droite, puisqu'elle n'anticipe pas les contraintes matérielles et qu'il n'est pas nécessaire qu'elle le fasse. En effet, il n'y a pas d'intérêt au niveau de ses apprentissages géométriques à ce qu'elle soit capable de cette anticipation, dans le contexte d'un travail en dyade où elle ne manipule pas les instruments.

Pour construire le symétrique du point B, l'élève M donne des instructions en langage technique géométrique pour réaliser les étapes suivantes (P_B est le projeté orthogonal de B sur la droite (d)) :

1. Étape a	*2. Étape c*	*3. Étape t_p*
Tracé du segment $[BP_B]$ perpendiculaire à (d) en B 	Tracé d'un arc de cercle de centre P_B et de rayon BP_B 	Prolongement du segment $[BP_B]$ plus loin que l'arc de cercle 

L'élève M demande le report de longueur (*étape c*) avant le prolongement (*étape t_p)*, comme elle le faisait dans les séances 18 et 19, alors que dans l'activité 27, elle avait reporté la longueur sur le tracé de la perpendiculaire. Les deux ordres permettent d'aboutir à une construction correcte en trois étapes si, lorsque le tracé de l'arc est premier, on anticipe sur le lieu du prolongement pour savoir où tracer l'arc, ou si, lorsque le prolongement est premier, on anticipe sur le lieu de l'arc pour savoir où arrêter le prolongement.

E va amener l'élève M à changer l'ordre des étapes pour la construction de A', pour tenir compte d'une contrainte matérielle :

154. M : Maintenant, on prend notre équerre, on met un côté de l'angle droit sur la droite d, et l'autre côté de l'angle droit doit passer par A. On relie A à la droite d.
Euh, jusqu'à la droite d, *pointe,* c'est pas assez précis
155. E : On n'est pas obligé.
156. M : Pourquoi ?
157. E : Enfin, ça dépend, oui, si, avec ta méthode on est obligé. Mais si tu te souviens [*E s'apprête à rappeler le conseil pratique donné par l'enseignante en classe à propos des tracés à arrêter avant le sommet de l'angle droit de l'équerre*], ben, parce que c'est pas facile, enfin, c'est pas pour ça qu'on n'est pas obligé, mais
158. M : Oui, c'est pour ça qu'faut un p'tit peu prolonger.

Il est difficile de tracer le long de l'équerre et de s'arrêter précisément au sommet de l'angle droit, si bien que E, imaginant que l'élève M va lui demander un prolongement juste après, ne réalise pas complètement le tracé qui lui a été demandé. L'élève M s'en aperçoit puisqu'elle veut utiliser le point P_B qui n'est pas représenté (« C'est pas assez précis »). E lui rappelle les explications déjà données par l'enseignante en classe sur la façon d'utiliser une équerre à « coin arrondi » au niveau de l'angle droit (l'élève M possède ce modèle d'équerre). Lors de la séance 24, l'enseignante a en effet donné ce conseil aux élèves alors qu'elle commentait la technique de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite : « On ne cherche pas à aller jusque dans l'angle de l'équerre, ça donne jamais quelque chose de propre, on finit par déraper ou ça finit par être arrondi, c'est plus très bien, et après on peut prolonger, soit avec l'équerre, soit avec la règle.» Ces remarques, destinées à l'obtention d'un dessin précis et soigné, constituent non seulement une aide manipulatoire, mais aussi une aide technico-figurale que l'élève M se montre capable de réinvestir en précisant qu'il faut prolonger, alors qu'un segment vient d'être tracé par E : « Oui, c'est pour ça qu'faut un p'tit peu prolonger ». Elle met ainsi en œuvre dans ses instructions la connaissance suivante : quand on connaît un segment, on connaît toute la droite qui le porte.

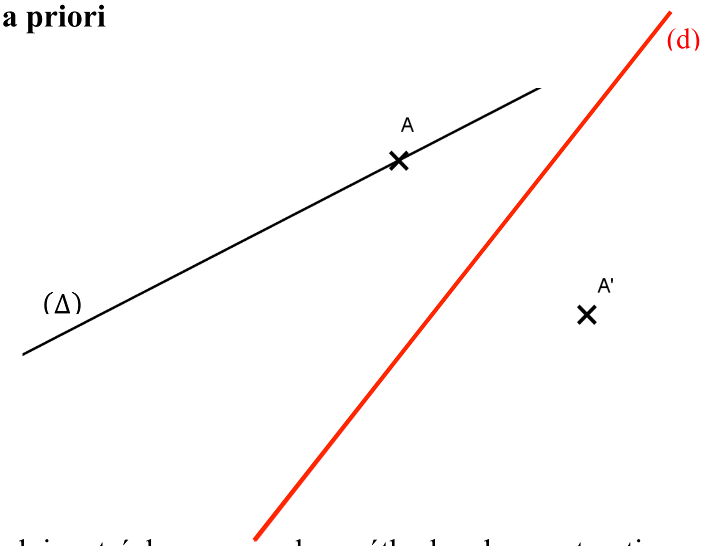
Les deux séances 27 et 28 de travail hors classe ont donc principalement permis à l'élève M de rectifier sa technique erronée de construction du symétrique d'un point, ce qu'elle n'a pas eu l'opportunité de faire en classe, étant donnée son absence. Ces séances lui ont aussi donné l'occasion de réinvestir le langage technique géométrique relatif aux constructions de perpendiculaires à l'équerre et aux reports de longueur au compas. Par ailleurs, la technique de construction exploitant l'utilisation d'un point invariant de l'axe de symétrie n'a pas été utilisée par l'élève M. Ainsi, la troisième et dernière série de séances hors classe avec la dyade deux mois plus tard en fin d'année scolaire a pour but de mettre en œuvre cette technique, non abordée en classe.

D. Troisième série de séances hors classe avec la dyade

La troisième série de séances hors classe avec la dyade est constituée des séances 29 et 33, qui ont lieu à une semaine d'intervalle. La quatrième période d'observation en classe a lieu entre ces deux séances, elle porte sur les axes de symétrie des figures usuelles. Nous la présenterons dans la partie E.

1. Séance 29

Présentation de l'activité 29 et analyse a priori



Une droite (d) est représentée en rouge. Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d). La droite (Δ) est sécante à la droite (d), elle passe par le point A. Le point d'intersection des deux droites (d) et (Δ) n'est pas représenté mais il peut l'être sur le support. Nous nommerons ce point O par la suite.
Il s'agit de construire la droite (Δ′), symétrique de la droite (Δ) par rapport à l'axe de symétrie (d). Aucune contrainte n'est donnée sur les instruments.
Dans un premier temps, les deux élèves doivent échanger sur les méthodes de construction qu'elles envisagent et se mettre d'accord pour en choisir une. Ensuite, l'une donne des instructions pour que l'autre réalise la construction. Nous prévoyons que l'élève Bm réalise la construction dans l'environnement papier-crayon, en suivant les instructions de l'élève M, et que les rôles soient intervertis ensuite pour une construction analogue dans l'environnement numérique avec GeoGebra.
Dans chacune des séances 27 et 28, l'élève M a déjà réalisé la construction du symétrique d'une droite (Δ) par rapport à une droite (d) qui lui est sécante. Elle a toujours utilisé la même technique, celle qui consiste à construire deux points symétriques à deux points de la droite (Δ), mais sans utiliser le point particulier O, point d'intersection des deux droites. Le but de l'activité 29 est donc d'utiliser la propriété d'invariance des points de l'axe de symétrie. Dans cette activité, cela conduit à la technique de construction la moins coûteuse en tracé. Il suffit en effet de prolonger la droite (Δ) pour obtenir par intersection avec la droite (d) le point O, puis de tracer la droite (OA'), qui est la droite (Δ′) demandée. Sinon, il est nécessaire de construire le symétrique d'un point B distinct de O appartenant à la droite (Δ).
Nous n'avons prévu aucune contrainte sur les instruments pour voir quelle technique va spontanément proposer chacune des deux élèves. Si la technique de prolongement n'apparaît pas, nous redonnerons la même construction avec la contrainte de n'utiliser que la règle non graduée comme instrument.

Analyse de l'activité 29

Dès le départ, l'élève Bm propose de prolonger la droite (Δ) pour obtenir son point O d'intersection avec l'axe de symétrie afin de tracer (OA'), tandis que l'élève M propose de faire le symétrique d'un deuxième point de la droite (Δ), B', pour tracer la droite (A'B'). L'élève Bm est d'accord avec la technique de l'élève M, l'élève M pense que la technique de l'élève Bm est fausse. E va les amener à argumenter pour valider ou invalider cette technique de prolongement. Une quarantaine de minutes est nécessaire pour aboutir à la validation de cette technique. Nous découpons ce temps en différents épisodes :

- Épisode 1 : L'élève M et l'élève Bm donnent chacune leur technique de construction puis échangent sur leur validité. L'élève M conteste la technique de prolongement proposée par l'élève Bm : elle pense que la droite (OA') ne peut pas convenir telle qu'elle est définie.

- Épisode 2 : L'élève M donne des instructions à l'élève Bm pour qu'elle trace sur papier la droite (A'B') à l'équerre et au compas. L'élève Bm conteste le programme de tracé et la production obtenue. Une imprécision de la part de l'élève M sur l'axe de symétrie à considérer a conduit, en effet, à un mauvais positionnement de l'équerre.

- Épisode 3 : L'élève Bm donne des instructions à l'élève M pour qu'elle trace la droite (OA') avec le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra. Visuellement, la production obtenue à l'écran renforce l'idée de l'élève M sur la non validité de la technique de prolongement.

- Épisode 4 : L'élève M donne des instructions à l'élève Bm pour qu'elle trace la droite (OA') sur papier. Elles effectuent différents contrôles instrumentés, mais ne se mettent pas d'accord sur l'interprétation des résultats obtenus.

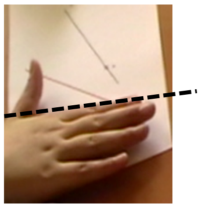
- Épisode 5 : L'élève Bm donne des instructions à l'élève M pour qu'elle trace la droite (A'B') sur la feuille où la droite (OA') vient d'être tracée. Les imprécisions produites dans ses tracés ne permettent pas de voir que les points O, A' et B' sont alignés.

- Épisode 6 : La consultation du cours ne permet pas aux deux élèves de se mettre d'accord.

- Épisode 7 : L'élève M donne des instructions à l'élève Bm pour qu'elle trace la droite (A'B') avec le logiciel GeoGebra. Elle constate alors que la droite tracée passe par le point O. E intervient pour apporter la propriété qui permet de justifier cela.

Dans leurs échanges durant l'épisode 1, les deux élèves réalisent de nombreux gestes sur le support, ces gestes accompagnant leur discours peuvent être redondants ou non avec ce qu'elles expriment verbalement :

- des gestes iconiques statiques permettent de représenter la droite à tracer (représentée en pointillés ci-contre), avec la tranche de la main sur le lieu où se trouve la droite évoquée, la main étant posée verticalement ou à plat sur le support ;



- des gestes iconiques dynamiques permettent aussi de représenter des droites : parcours avec l'index du tracé qu'il faudra effectuer pour obtenir la droite symétrique ou parcours du prolongement de la droite (Δ) jusqu'à l'axe de symétrie ;
- des gestes déictiques localisent des points : pointage d'un point B sur la droite (Δ), pointage du point d'intersection de (d) et de (Δ).

Lorsqu'elle explique sa technique, l'élève Bm précise bien, verbalement et par gestes, que la droite (Δ') passera par le point d'intersection de (Δ) avec l'axe de symétrie, mais pour le point A', elle ne le fait que par un geste iconique dynamique avec l'index en faisant passer son tracé par le point A'. L'élève M conteste alors sa proposition en lui montrant, par des gestes iconiques avec la tranche de sa main, qu'elle peut faire plusieurs droites qui passent par le point O et que toutes ne conviennent pas, si l'on regarde les deux points « au bout de la droite » (27). Dans sa deuxième tentative d'explication, l'élève Bm exprime plus clairement le fait que la droite (Δ') doit aussi passer par le point A' (elle montre le point A' par un geste déictique de pointage, même si en même temps elle le nomme A au lieu de A') :

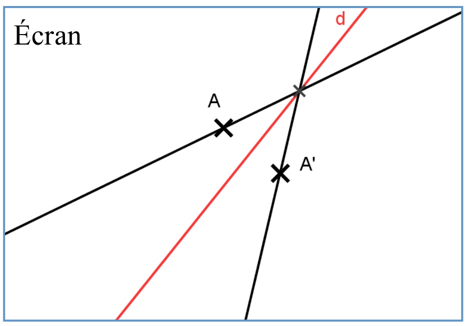
30. Bm : Ben, si on prolonge la droite là, ça fait un point d'intersection // *Elle parcourt le prolongement.* On va être obligé de passer par, *elle parcourt du point O à A'.* Ben faut qu'on passe par le point A // *Elle pointe A'*, M ça va faire, c'est pas, y'a pas trente-six mille façons !
31. M : Ben si, tu peux la tourner un p'tit peu. Tu vois comme ça // *Avec sa main, elle montre différentes droites qui passent par O.*
32. Bm : Parce que toi, on peut pas tourner ?
33. M : Non, moi, j'ai mes deux points, *elle pointe B et B' puis parcourt la droite (A'B') avec la tranche de sa main //* ffuit
34. Bm : Oui, mais si tu fais mal le point !

L'élève Bm interprète l'objection de l'élève M dans une finalité graphique : on peut avoir plusieurs droites (OA') ou (A'B') si les tracés ne sont pas précis (« Oui mais si tu fais mal le point »). Elle n'exprime pas verbalement le fait qu'elle aussi utilise deux points pour justifier qu'elle n'obtiendra qu'une seule droite, comme l'élève M, dans une finalité géométrique (« Y'a pas trente-six mille façons ! ») Selon l'élève M, la méthode ne convient toujours pas car plusieurs droites passent par le point d'intersection O et par le point A'. Elle le confirme explicitement dans l'épisode 4 :

301. E : Tu veux dire qu'on peut tracer une autre droite
302. M : Oui
303. E : qui vérifie les mêmes conditions que Bm a données,
304. M : Oui
305. E : c'est-à-dire, c'est quoi les conditions qu'elle a données ?
306. M : C'est A' // *elle pointe A',* passant par le point d'intersection // *elle pointe O* de la droite (Δ) *// elle parcourt la droite.*
307. E : Donc, tu peux en trouver une autre ?
308. M : Oui

L'élève M trace cette deuxième droite en question et n'accepte pas l'explication graphique avancée par l'élève Bm à propos de l'épaisseur des tracés à prendre en compte. La droite (d) et les branches de la croix qui représentent le point A' ont en effet un millimètre d'épaisseur : nous les avions ainsi épaissies pour en faciliter la perception pour l'élève M. Cette épaisseur avait déjà interrogé l'élève Bm au moment où elle avait dû tracer la droite (OA') dans l'épisode 4 (198. Bm : « Par contre, j'ai une question, vu qu'la droite-là // *elle pointe (d)*, elle est épaisse, le point d'intersection, il va être où ? Au milieu ? »)
La construction avec le logiciel GeoGebra permet d'évacuer ces imprécisions graphiques puisqu'une et une seule droite est obtenue avec l'outil « Droite passant par deux points » si l'on sélectionne le point d'intersection des droites (d) et (Δ) puis le point A'. Dans la phase 3, l'élève M réalise cette construction en suivant les instructions de l'élève Bm.

La production obtenue avec GeoGebra, conforte l'élève M dans son idée que cette technique d'obtention de la droite symétrique ne convient pas :



168. M : Je vois bien que l'écart qui est là // *elle déplace le pointeur d'un point de* (Δ) *à un point de (d),* n'est pas le même qui est là // *elle déplace le pointeur d'un point de (d) à un point de* (Δ').
169. E : Remontre voir l'écart, mets voir avec ton doigt, parce que ce n'était pas clair.

170. M : Là // *elle parcourt l'écart représenté par la flèche en pointillé sur la photo 1*, c'est pas l'même que c'ui-là // *elle parcourt l'écart représenté sur la photo 2 par la flèche en pointillé.*
Celui-là, il est tout petit (*écart pouce-index)* par rapport à celui-là (*écart pouce-index).*

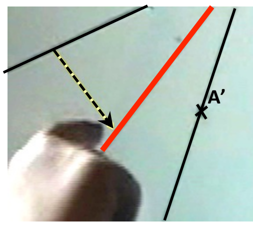


Photo 1

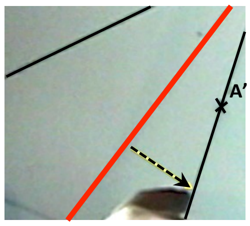
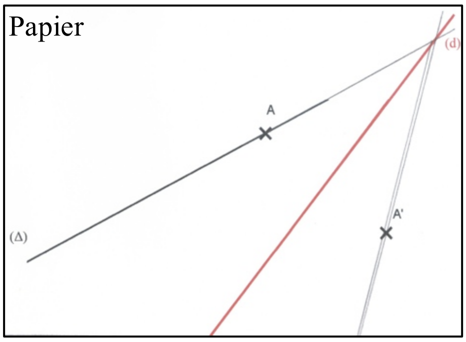


Photo 2

Les deux traits qui représentent (OA) et (OA') ne sont pas symétriques à l'écran si l'on n'en imagine pas le prolongement au-delà des limites de l'écran. Il en est de même sur la feuille de papier, et là encore, l'élève M s'appuie sur sa perception visuelle pour invalider la construction réalisée dans l'épisode 4 : (331) « Là en fait, y'a qu'le haut qu'est symétrique, et le bas, il est pas symétrique. »

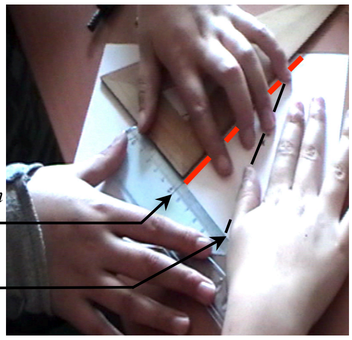


Les contrôles instrumentés que l'élève M souhaiterait réaliser avec le logiciel GeoGebra, avec l'outil « Symétrie » ou l'outil « Distance ou longueur », ne sont pas possibles car le logiciel n'a pas été configuré avec ces outils (nous voulions en empêcher l'utilisation dans la phase de construction de la droite symétrique et n'avons pas voulu perdre de temps à les réactiver). L'élève Bm propose alors un contrôle instrumenté sur papier. Elle place tout d'abord la règle en ajustant le trait de la graduation 5 sur l'axe de symétrie, dans une direction prise au jugé. Elle la place ensuite perpendiculairement à la droite (d) grâce à l'équerre, suite à la question de E (246. E : « Comment tu la places là, ta règle ? ») en plaçant la graduation zéro sur la droite (Δ). Elle relève alors des mesures, que l'élève M interprète de façon erronée :

271. M : Si c'est 10,5 et qu'y'a 5,3, y'a deux millimètres d'écart !
272. Bm : Mais non, parce que 5,3 multiplié par 2 ça fait 10,6
Là c'est 10,5 donc il y a un millimètre d'écart !
273. M : Si je te dis 5,3
274. Bm : Mais, c'est avec l'épaisseur !
275. M : Bm, 3 et 5
276. Bm : Regarde, l'épaisseur, elle fait un millimètre.
277. M : Sauf que tu t'es trompée de 2 mm Bm.
Y'a des millimètres qui trompent pas !

Graduation 5,3

Graduation 10,5



L'élève M ne compare pas les bonnes mesures, elle se focalise sur la différence de deux millimètres qu'elle a calculée, sans prendre en compte les remarques pertinentes de l'élève Bm. L'imprécision obtenue continue de la convaincre que la technique de construction ne convient pas. Les deux millimètres sont pour elle sans appel, elle se réfère à la règle donnée par l'enseignante, en rappelant qu'une telle construction en classe ne serait pas validée : « Excusez-moi, mais il manque deux millimètres et un milli, la faute normalement, c'est que de un millimètre Bm, un millimètre, et là y'en a deux, donc tu aurais un exercice, t'aurais faux ! » (360) En fait, la conviction de l'élève M se base surtout sur la méthode vue dans son cours (347. M : « Mais en fait, i faut déjà mettre deux points, c'est marqué dans la l'çon » / 351. M : « Parce que sur la l'çon c'est bien marqué qu'faut mettre deux points sur la droite pour en avoir une très, bien symétrique. ») La consultation du cours la conforte dans son idée :

447. *L'élève M lit sur son cahier de cours :* « Propriété : le symétrique d'une droite est une droite. Cela signifie que des points » *Elle se tourne vers Bm* des, des des des. *Elle continue à lire :* « des points alignés ont pour symétrique des points alignés, on dit que la symétrie axiale
448. M et Bm : conserve l'alignement »
449. M : Et tu vois bien que là, il y a deux points.
450. Bm : Oui, mais il y a plusieurs méthodes.
À côté de la propriété, figure le schéma ci-contre.

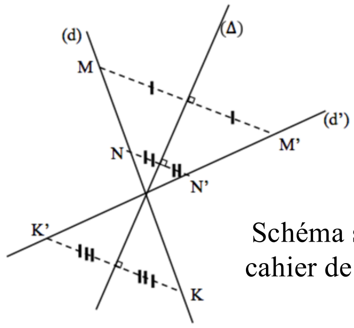


Schéma sur le cahier de cours

L'élève M estime que l'élève Bm n'utilise qu'un point dans la méthode de prolongement qu'elle propose. Elle ne considère pas le point d'intersection de la droite donnée avec l'axe de symétrie. Ce point particulier passe probablement inaperçu dans l'illustration de la propriété du cours car il n'est pas nommé, contrairement aux trois autres points K, M et N de la droite (d) :

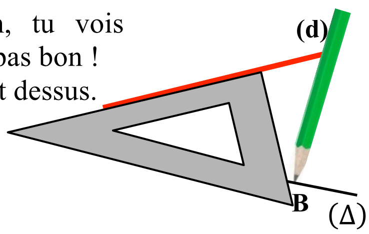
453. E : Là, tu dis « Nous avons deux points »
454. M : Oui, euh trois même !
à Bm : Une, deux, trois // *Elle les pointe*. Si tu sais pu compter, je t'aide !

L'élève Bm, à aucun moment des échanges, ne précise que dans sa technique, elle utilise aussi deux points. Pour les deux élèves, « deux points » de la droite dont il faut tracer la droite symétrique signifie implicitement « deux points non particuliers ». Ainsi, elles ne considèrent pas le point d'intersection comme un point des deux droites. Ce point, contrairement aux autres points de la droite (Δ) qui ont besoin d'être marqués par un petit trait sur la droite, existe dès que les deux traits qui représentent les droites sont suffisamment prolongés.
Dans l'épisode 5, E propose que la technique de l'élève M soit réalisée sur la feuille où l'élève Bm vient de tracer la droite (OA'). Cela aurait pu permettre de constater que le point B' appartenait bien à la droite (OA') dans une finalité graphique ; cependant l'élève M s'est attribué le rôle de celle qui construit avec les instruments et les tracés qu'elle obtient ne permettent pas le constat attendu. L'élève Bm, chargée de lui donner les instructions permettant d'obtenir le point B', lui apporte aussi spontanément de nombreuses aides, provoquées par les manipulations défaillantes du compas et de l'équerre de l'élève M, mais surtout motivées par le fait qu'une validation dans une finalité graphique est en jeu pour savoir si le point B' appartiendra ou non sur la droite (OA') :

- des aides techniques à finalité graphique sous forme de rétroactions lorsque la pointe du compas n'est pas piquée exactement sur le point voulu (382. Bm : « Non, déjà là, t'es pas sur B, alors » / 390. Bm : « Si tu changes tout le temps de point, on est mal barré ! ») ou lorsque l'équerre n'est pas bien ajustée, par exemple pour le tracé du point B jusqu'à l'axe de symétrie (d) le long de l'équerre :

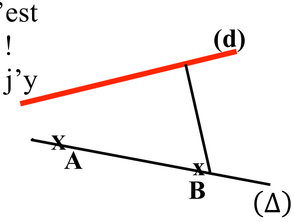
Échanges à propos de la mine du crayon par rapport à la croix qui représente le point B :

416. Bm : Non, tu vois bien qu'là c'est pas bon !
417. M : Si, c'est dessus.
Bm : Non.



Échanges à propos de la ligne tracée le long de l'équerre :

418. Bm : Regarde ! C'est même pas sur le point B !
419. M : Oui, mais j'y peux rien !



L'élève Bm fait des remarques également sur le tracé imprécis du prolongement qui suit (424. Bm : « Regarde, mais regarde-le ! // *Elle parcourt la ligne non rectiligne tracée lors de la tentative de prolongement.*»)

- des aides manipulatoires sous forme langagière pour indiquer que la pointe du compas doit rester fixe (384. Bm : « Bouge plus ! ») et sous forme d'action en ajustant l'équerre, en la maintenant avec l'élève M et en retraçant le prolongement.

Les tracés obtenus sont peu lisibles puisque les tracés incorrects n'ont pas été gommés. Il est probablement impossible pour l'élève M de faire abstraction du prolongement incorrect :

430. M : Y'en a deux hein d'points d'intersection hein, j'veux pas dire // *Elle les pointe.*
431. Bm : Oui ben eh ! C'est pas moi qui ai mal tracé !

Ainsi, la construction clairement imprécise, et en conséquence le point B' obtenu à 3 mm de la droite (OA'), empêchent toute exploitation de la construction dans une finalité graphique. Une construction analogue avec GeoGebra dans l'épisode 7 permet enfin de constater que les points O, A' et B' sont alignés. E apporte alors la propriété utilisée – deux droites symétriques sécantes se coupent sur leur axe de symétrie – et fait le lien avec la propriété du cours invoquée par l'élève M (L'élève Bm a bien utilisé deux points : A' et le point particulier O, point d'intersection de la droite (Δ) avec l'axe de symétrie (d)).

Juste avant la réalisation de l'activité 29, alors qu'elles étaient interrogées sur ce qu'elles savaient de leur cours sur la symétrie axiale, les deux avaient évoqué ces cas particuliers de points invariants, introduits par l'enseignante lors de la séance 24 avec le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra :

M : Si on les rapproche de plus en plus de la droite axiale
Bm : l'axe de symétrie
M : L'axe de symétrie, et ben, à un moment, ils se superposent car ils sont symétriques
Bm : Elle nous avait montré sur GeoGebra, elle mettait un axe de symétrie, elle mettait un point, elle cliquait pour que l'autre point soit symétrique à ce point, et quand elle cliquait sur le point, il se rapprochait de la droite et l'autre aussi, donc ben c'est à peu près le même, fin
M : C'est l'même point, si ils sont sur une même droite, c'est le même
E : Ils sont sur quelle droite ?
M : sur l'axe de symétrie

L'activité 29 a donc montré que le résultat de l'invariance des points de l'axe de symétrie était connu des deux élèves, mais qu'il était seulement disponible dans l'action pour l'élève Bm, et pas du tout pour l'élève M.

2. Séance 33

La séance 33 est la dernière séance avec la dyade élève M - élève Bm. Elle se situe à l'issue de la quatrième période d'observation en classe (séances 30, 31 et 32). À l'issue du travail réalisé hors classe durant l'année scolaire, et à partir de ce que les deux élèves en ont retenu, ont été récapitulés :

1. les attendus au niveau d'une construction géométrique avec instruments,
2. les règles de fonctionnement du travail en dyade, avec une explicitation :

- du rôle de celui qui donne des instructions et du rôle de celui qui construit avec les instruments,
- des modalités de communication.

Pour arriver à ce bilan, nous avons aussi pris appui sur le visionnement de l'extrait de la vidéo de l'épisode 2 de l'activité 29, où l'élève M donne des instructions à l'élève Bm pour qu'elle construise le symétrique d'un point de la droite (Δ) par rapport à la droite (d). Cela nous a permis de souligner, d'une part ce qui est à conserver, d'autre part ce qui est à améliorer, pour que la communication fonctionne.
Au niveau des constructions géométriques, il a tout d'abord été précisé que le tâtonnement n'était pas admis et qu'il n'était pas possible, par exemple, de tracer une perpendiculaire à une droite en orientant perceptivement la règle ou en en demandant une orientation horizontale, verticale ou « en diagonale » sur le support : pour tracer une droite, et donc pour placer sa règle, il faut en effet avoir deux points, ou un point et une direction. Nous en avons profité pour rappeler que l'orientation d'une figure sur le papier n'avait pas d'importance et qu'elle ne devait donc pas être imposée par des instructions verbales, ni même gestuelles.

Nous avons repéré ensuite différents implicites à éviter dans le langage, à partir de la vidéo :
- la formulation « Tu mets un point dans cette zone-là », même complétée d'un geste déictique, n'est pas suffisante : il manque l'objet géométrique considéré sur lequel doit être placé le point, à savoir la droite (Δ) ;
- la formulation « Tu colles un côté de l'angle droit sur la droite et l'autre côté de l'angle droit doit passer par le point B » ne permet pas de savoir de quelle droite on parle quand deux droites (d) et (Δ) sont représentées : cela explique le mauvais positionnement de l'équerre réalisé par l'élève Bm ;
- la formulation « Tu traces le segment » n'est pas suffisante pour savoir de quel segment il s'agit.

Ensuite, concernant les traits de construction, il a été rappelé qu'ils pouvaient être nécessaires et qu'il ne fallait pas les gommer. L'extrait suivant a permis d'illustrer les traits de construction à laisser apparents pour représenter un point d'intersection d'une droite et d'un arc de cercle :

74. Bm *trace un arc de cercle en s'arrêtant à la droite tracée.* Comme ça ? *(Tracé n°1)*
75. M : Tu peux prolonger un p'tit peu hein, ça n'f'ra pas d'mal !
76. *Bm prolonge l'arc pour qu'il coupe la droite. (Tracé n°2)*
77. M : Voilà, le point d'intersection, tu l'nommes B prime.

Tracé n°1

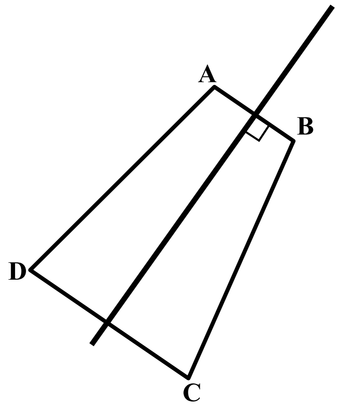
Tracé n°2

L'intérêt de nommer les points pour faciliter les instructions a été souligné et également la possibilité d'annoncer l'objet géométrique à construire avant d'en donner un programme de tracé précis ainsi que l'avait fait l'élève M : « Bon alors, nous allons commencer à faire le symétrique de ce point. » (39)

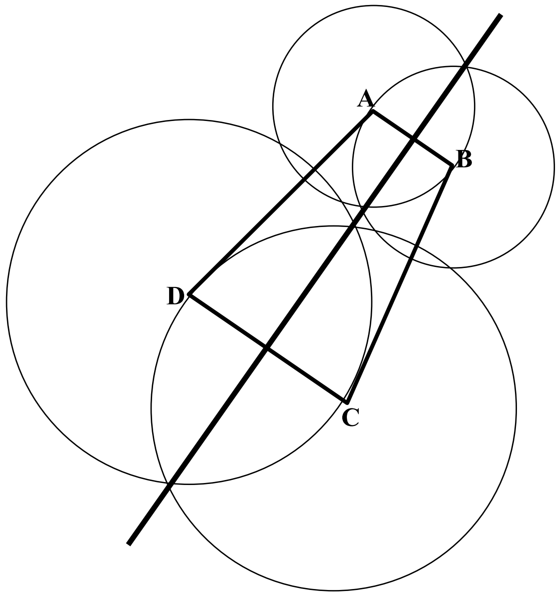
La séance 33 s'est terminée par la construction de l'axe de symétrie d'un trapèze isocèle par différentes techniques et justifications de ces techniques.

Technique à la règle graduée et à l'équerre
Les élèves avaient le choix des instruments au départ. L'élève M commence alors par proposer de tracer la droite passant par les milieux respectifs des segments [AB] et [DC]. L'élève Bm suit

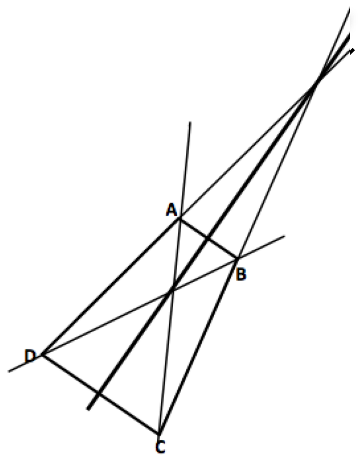
ses instructions en plaçant le milieu de [AB] à l'aide de la règle graduée, mais trouve ensuite qu'il est « trop dur » de trouver la moitié de 5,5 correspondant à la mesure de [DC] en cm pour placer le milieu de [DC]. L'élève M suggère donc d'utiliser le compas, mais change d'avis immédiatement et à raison (« Oui mais le compas, ça va pas, on pourra pas prendre la moitié exacte »). Elle propose alors de tracer avec l'équerre la perpendiculaire du segment [AB] en son milieu. L'élève M justifie ensuite de façon correcte sa construction : la droite tracée est bien axe de symétrie du trapèze puisqu'elle a été construite comme médiatrice du segment [AB], A et B étant deux sommets symétriques du trapèze.



Technique à la règle non graduée et au compas
L'élève M n'a pas d'idée de comment réaliser la construction avec les instruments imposés, contrairement à l'élève Bm. Cette dernière trace le cercle de centre A et de rayon AB, le cercle de centre B et de rayon AB, le cercle de centre D et de rayon DC, ainsi que le cercle de centre C et de rayon DC. Elle repère ensuite qu'elle a construit quatre points de l'axe de symétrie, et que deux auraient suffi. Les deux élèves savent que les points d'intersection des cercles de rayon AB et de centre respectifs A et B sont sur la médiatrice du segment [AB] mais ne réussissent pas à l'expliquer. L'explication est alors donnée avec l'aide de E : les points d'intersection des deux cercles sont à la même distance AB des points A et B.



Technique à la règle non graduée
L'élève M demande d'abord à l'élève Bm de tracer les diagonales du trapèze isocèle. Ensuite, pour les aider à trouver un autre point, E fait référence à la technique de construction proposée par l'élève Bm dans l'activité 29 et la propriété mise en œuvre dans la construction est alors rappelée : deux droites symétriques sécantes se coupent sur l'axe de symétrie.



Ce type de tâches de construction d'un axe de symétrie à la règle non graduée n'a pas été rencontré en classe par les élèves. Il n'a donc été travaillé qu'au cours de la séance 33, en application des connaissances géométriques institutionnalisées lors de l'activité 29 (tracé de l'axe de symétrie de deux droites sécantes symétrique à la règle non graduée).

E. Quatrième période d'observation : axes de symétrie des figures usuelles

1. Présentation des séances

Le chapitre « Axes de symétrie des figures usuelles » est réalisé en fin d'année scolaire. Dans une première séance que nous n'avons pas observée, il a été vu que la médiatrice d'un segment était un axe de symétrie de ce segment ; la propriété sur la médiatrice d'un segment comme ensemble de points équidistants de ses extrémités a été donnée, puis mise en lien avec la construction au compas de la médiatrice d'un segment.

Séance 30 (45 min)

La séance commence par la correction de l'exercice 1, puis les élèves réalisent les exercices suivants.

Exercice 1 : Placer deux points A et R. Placer un troisième point K tel que KA = KR.
Y a-t-il plusieurs emplacements possibles pour le point K ? Préciser.

Exercice 2 : Tracer, au compas, les médiatrices des segments suivants (sans déborder du cadre)
[AB] est horizontal, [CD] est oblique, [EF] est oblique et est situé en bas à droite du cadre.

Exercice 3 : *Trois points A, B et C non alignés sont représentés.*
1. Trace (d) la médiatrice du segment [AB].
2. Trace (d') la médiatrice du segment [BC].
3. On nomme I le point d'intersection des droites (d) et (d').
   a. Démontre que IA = IB en complétant le texte ci-dessous.

On sait que la droite (d) est la .... du segment ....et que le point I est sur (d).
Or, si un point ....
On en déduit que : IA = ...
   b. Démontre que IB = IC en complétant le texte ci-dessous.
On sait que (d') est .... et que I est sur (d').
D'après la propriété citée dans la question a) on peut déduire que ....
   c. Trace le cercle de centre I passant par A. Explique pourquoi il passe aussi par B et C.

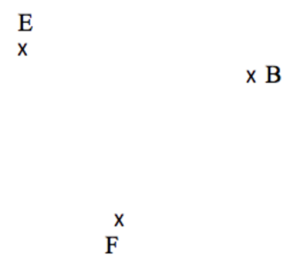
Séance 31 (45 min)

Après la correction de l'exercice 3, une partie du cours « Axes de symétrie des figures usuelles » est réalisée, portant sur l'axe de symétrie d'un angle.

Séance 32 (45 min)

L'exercice 4 est corrigé collectivement, puis une partie de cours est faite sur le(s) axe(s) de symétrie d'un triangle isocèle, d'un triangle équilatéral et d'un trapèze isocèle.

Exercice 4 :
1) Placer un point M tel que :
   - M est équidistant de E et de F
   - M est à 2,5 cm de B.
2) Compléter le texte :
   M est équidistant de E et de F donc M se trouve sur ....
   M est à 2,5 cm de B donc M se trouve sur ....
3) Combien y-a-t-il de solutions au problème ? ......
   Place-les sur la figure.

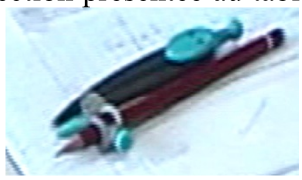


2. Observations

Difficultés de l'élève M en lien avec son handicap

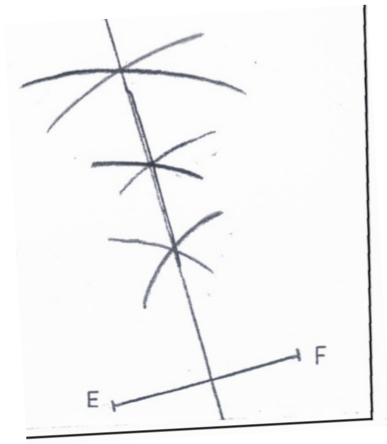
En cette fin de son année scolaire de sixième, l'élève M est toujours confrontée aux mêmes difficultés organisationnelles et manipulatoires en classe. Nous l'illustrons par deux exemples.

Lors de la séance 30, elle ne trouve pas son compas dans son sac : après avoir mené tout d'abord une recherche durant plusieurs minutes, elle en emprunte un. Ce compas possède à la fois un porte-mine et une bague universelle permettant de fixer un crayon. L'élève M passe alors beaucoup de temps à tenter de le rendre opérationnel en ne gardant qu'un seul des deux accessoires, vissant et dévissant des pièces, sans parvenir à ses fins. Tout le temps passé à l'apprêt du compas fait qu'elle n'a plus qu'à s'appuyer sur la correction présentée au tableau pour savoir quelle technique de construction utiliser.



Elle effectue finalement ses tracés avec le compas tel qu'il est ci-contre, gênée par le porte-mine tant au niveau visuel que manipulatoire. Cela contribue à ce que ses tracés d'arcs de cercle soient imprécis.

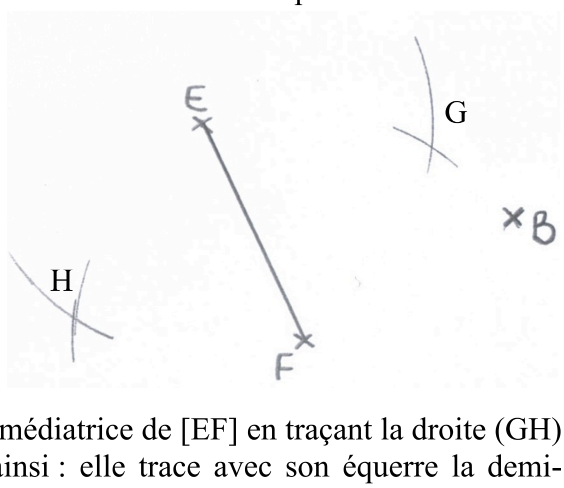
L'enseignante valide les tracés de l'élève M dans une finalité géométrique, mais pas dans une finalité graphique : « La méthode, elle est bonne, mais, tes points sont quand même assez proches l'un de l'autre. Si t'avais placé un autre point encore plus loin, ça aurait été un petit peu plus précis. Maintenant, n'oublie pas de tracer encore tes deux médiatrices là. Mais attends voir, y'a quand même quelque chose qui me semble bizarre là, ça n'a pas l'air tellement de passer par le milieu. Mets voir un troisième point là qui est encore à la même distance des extrémités. » L'élève M gomme et refait alors de nombreuses fois ses tracés, ne constatant jamais l'alignement des trois points. Elle finit par l'obtenir avec l'aide de l'enseignante.



Exercice 2, séance 30

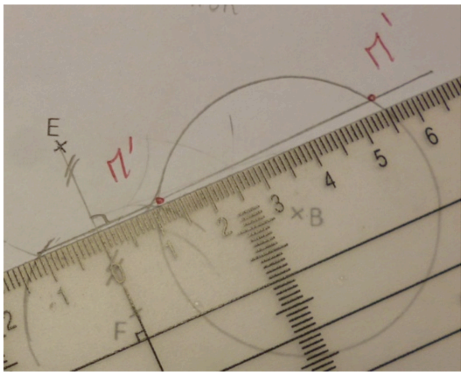
Lors de la séance 32, l'élève M a oublié la feuille sur laquelle elle avait fait l'exercice 4 préparé à la maison. Elle refait la construction durant la correction réalisée au tableau et ne bénéficie donc pas des explications données par l'enseignante à la classe. Cette fois, l'élève M a bien son compas mais c'est un manque d'anticipation qui va tout d'abord rendre ses tracés d'arcs de cercle coûteux en temps. Elle commence en effet par prendre un écartement de compas trop petit pour que les arcs de centre E et de centre F aient un point d'intersection. Elle va s'en rendre compte au bout de quatre prolongements successifs de chacun des deux arcs, ceux-ci étant presque tangents.

Après avoir gommé les deux arcs, elle prend un écartement de compas plus grand et construit deux points de part et d'autre du segment [EF], équidistants des extrémités E et F du segment (voir figure ci-contre). Nous nommons G et H les deux points. La construction réalisée est correcte dans une finalité géométrique et également dans une finalité graphique.



L'élève M pourrait terminer sa construction de la médiatrice de [EF] en traçant la droite (GH) à l'aide de la règle, mais, elle ne procède pas ainsi : elle trace avec son équerre la demi-perpendiculaire à (EF) passant par G et la demi-perpendiculaire à (EF) passant par H. Peut-être utilise-t-elle l'équerre parce que sur la figure du tableau elle voit un angle droit codé formé par le segment [EF] et la droite (HG) ? Cette technique de construction est correcte dans une finalité géométrique et doit mener à l'obtention de la droite (HG) ; cependant, l'élève M n'obtient pas cette droite. Elle efface tous ses tracés après avoir regardé la production de son voisin, puis elle retrace deux nouveaux points avec son compas. L'imprécision provenait d'un mauvais ajustement de l'équerre, mais l'élève M n'a pas la possibilité de s'en rendre compte vu la non fiabilité de ses contrôles instrumentés.

Les deux nouveaux points tracés au compas sont proches du segment [EF], ce qui permet de limiter les imprécisions dues à un mauvais ajustement de l'équerre : les deux demi-perpendiculaires cette fois forment bien une droite. Par contre, cela favorise une imprécision dans le prolongement de cette droite et c'est ce qui se produit (voir ci-contre) : la figure obtenue est correcte dans une finalité géométrique, mais pas dans une finalité graphique.

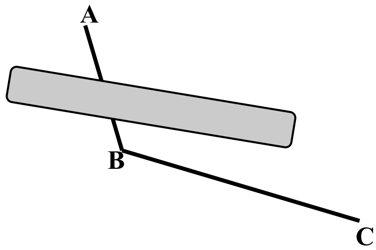


Techniques de construction utilisées par l'élève M

Nous ne pouvons savoir si la technique de construction au compas dans l'exercice 2 aurait été à l'initiative de l'élève M, puisqu'elle a utilisé le temps de recherche laissé par l'enseignante à résoudre des problèmes matériels et n'a pu commencer sa construction qu'après la correction présentée au tableau.

Dans l'exercice 3, l'élève M utilise une technique de construction non valide, dans une finalité géométrique, à la règle graduée : elle place le milieu du segment [AB] en mesurant avec sa règle, puis elle l'oriente au jugé pour tracer la médiatrice de ce segment. Elle procède de même pour le segment [BC]. L'enseignante revient sur la technique de construction avec l'élève M alors que cette dernière lui montre comment elle a placé sa règle :

P : Si j'avais placé ma règle comme ça (*dessin ci-contre*), est-ce que ça aurait été bon ?



M : Ben non, là, la droite, elle serait de travers, alors que là c'est bon, parce que si par exemple euh ... parce que sinon, elles seraient pas croisées, ah si elles seraient croisées, mais euh, ce serait pas le milieu, parce que là, faut que ce soit le milieu dans toute sa longueur.

P : Mais là, elle passe bien par le milieu si tu mets ta règle comme ça. Ce que tu veux, c'est qu'elle soit perpendiculaire au segment.

M : Oui

P : Alors, qu'est-ce qu'on utilise comme instrument normalement ?

M *prend l'équerre.*

P : On ne fait pas comme ça à l'œil hein, si tu veux que ce soit précis, il faut que tu utilises ton équerre. Donc, là, tu as eu de la chance, ça a l'air d'être perpendiculaire. Ton milieu, je ne sais pas si il est vraiment bien au milieu, ils n'ont pas l'air très bien placés. Regarde // *Elle place les graduations de l'équerre sur le segment [AB].*

L'élève M a construit chacune des deux médiatrices en s'appuyant sur son appréhension perceptive des relations spatiales. Elle l'exprime par des indicateurs spatiaux : « de travers », « le milieu dans toute sa longueur ». Elle n'a pris en compte qu'une seule contrainte

instrumentée, celle de placer le bord de la règle au milieu du segment [AB], même si elle a fait une erreur de mesure, tandis que la direction de la droite a été prise au jugé, sans l'utilisation de l'équerre.
Enfin, dans l'exercice 4, le fait qu'elle prenne l'équerre pour tracer les deux demi-perpendiculaires au segment [EF], l'une en G et l'autre en H, montre qu'elle n'est pas sûre d'obtenir l'angle droit en joignant les deux points G et H. Elle semble donc ne pas avoir compris l'équivalence entre les deux définitions de la médiatrice.

Dans cette quatrième période d'observation en classe en fin d'année scolaire, il apparaît que les difficultés organisationnelles, manipulatoires et perceptives de l'élève M sont toujours bien présentes et qu'elles continuent à faire obstacle à son activité géométrique : l'élève M oublie encore ses instruments de géométrie ou ne les trouve pas rapidement, elle passe du temps à les apprêter ; par ailleurs, elle les manipule maladroitement et sans précision, elle obtient donc des tracés imprécis. En conséquence, elle passe toujours beaucoup de temps sur des questions graphiques et spatiales : elle refait de nombreuses fois ses tracés, sans beaucoup d'amélioration toutefois.
Nous avons peu d'observations sur une activité autonome de l'élève M du point de vue de la mise en œuvre de connaissances géométriques dans ses actions instrumentées puisqu'elle est souvent en décalage par rapport aux élèves de sa classe pour démarrer les activités. Ainsi, quand elle commence ses constructions, la correction en est déjà présentée au tableau. Seul l'exercice 3 a été l'occasion d'une construction autonome. Il a mis en évidence qu'il arrive encore que l'élève M se place dans une finalité graphique en orientant sa règle au jugé lorsqu'elle cherche à représenter des droites perpendiculaires.

Conclusion

Nous avons observé l'élève M en classe de sixième lors de séances de géométrie durant quatre périodes : la première en novembre lors du chapitre sur le cercle, la deuxième en décembre lors du chapitre sur les triangles et quadrilatères, la troisième en février lors du chapitre sur la symétrie axiale et la quatrième en juin lors du chapitre sur les axes de symétrie des figures usuelles. Nous n'avons constaté aucun progrès de l'élève M tant au niveau organisationnel que manipulatoire et perceptif. Il apparaît que ses difficultés persistantes la handicapent dans les activités géométriques qu'elle réalise en classe et que les nombreuses aides reçues sous forme de conseils pratiques n'ont aucune efficacité à long terme.
Dans les séances de travail en dyade hors classe, nous avons tenté de contourner les difficultés de l'élève M rencontrées dans la réalisation d'actions avec les instruments afin d'augmenter son activité géométrique effective. Un langage technique géométrique a donc été instauré pour formuler des programmes de tracé avec des instruments :

- le compas pour la construction de cercles ou d'arcs de cercle,
- l'équerre pour la construction de perpendiculaires,
- la règle pour des prolongements de segments ou de demi-droites.

Une attention particulière a été accordée à l'obtention d'une précision dans l'emploi de ce langage pour qu'il mène à la réalisation de constructions géométriques par un tiers, tout en mettant en jeu des propriétés géométriques autrement qu'en acte. Les règles de fonctionnement du travail en dyade mises en place ont contribué à cela, et en particulier la règle consistant à « faire le moins probable ».
Agir avec les instruments en suivant précisément les instructions de l'émetteur, mais en cherchant à faire ce qu'il n'attend probablement pas, présente différents intérêts pour un travail géométrique entre pairs. D'abord, cela apporte des rétroactions à l'émetteur pour qu'il

améliore ses instructions, en levant des implicites tels l'oubli d'une contrainte ou un manque de précision sur la partie de l'instrument à utiliser. Un langage technique géométrique précis et efficace a été ainsi progressivement élaboré. Ensuite, cela permet aussi à celui qui donne les instructions de prendre conscience de ses techniques de construction non valides dans une finalité géométrique, le cas échéant, d'une part à cause de la difficulté qu'il rencontre à donner des instructions précises, et d'autre part grâce aux rétroactions où les positionnements d'instrument ne répondent jamais exactement à ses attendus. Enfin, ce fonctionnement évite deux dérives d'une telle répartition des tâches entre celui qui donne des instructions et celui qui réalise les tracés avec les instruments : l'une est que celui qui a la charge de construire ne participe aucunement à l'activité géométrique en ne restant qu'un simple exécutant, l'autre est qu'inversement il en fasse plus que ce qui lui est demandé en prenant ainsi finalement à sa charge toute la conception de la construction. Ainsi, cette règle de « faire le moins probable » centre la recherche de précision non plus sur la manipulation, mais sur le langage : les deux élèves peuvent alors chacune prendre une part active à l'activité géométrique.
Dans le travail en dyade, une alternance des rôles était indispensable, d'abord pour que chacune des élèves puisse remplir les deux fonctions dans la communication, à savoir celle de l'émetteur d'instructions qui doit les concevoir et savoir transmettre ses intentions d'agir, et celle du récepteur qui doit les interpréter et en renvoyer une validation. Par ailleurs, cette alternance des rôles était indispensable aussi pour installer un travail en dyade où les deux élèves soient dans une position égale, afin de ne pas instaurer une relation d'« aidant - aidé » qui conduirait immanquablement l'élève aidé à se désengager de l'activité géométrique.
Pour mettre en place cette alternance, avec la contrainte que l'élève M ne soit pas amenée à exécuter elle-même les tracés en manipulant les instruments, nous avons d'abord essayé de remplacer, pour l'élève M, le tracé instrumenté par un tracé à main levée. Cela ne s'est pas avéré concluant : d'une part la difficulté de réussite d'un tracé à main levée s'est révélée être la même que celle d'un tracé instrumenté (ce fait est d'ailleurs en cohérence avec les résultats faibles de l'élève M au test neuropsychologique « Copie de figures » réalisé dans la phase pré expérimentale) ; d'autre part, le dessin à main levée ne renvoie pas les rétroactions apportées par les instruments pour informer de contraintes qui n'auraient pas été prises en compte par le discours. Nous avons donc abandonné l'exploitation du dessin à main levée dans le travail en dyade, en le laissant toutefois possible s'il pouvait aider l'élève M dans l'élaboration de ses programmes de tracé. Elle en a parfois fait usage et même si ses schémas n'étaient pas conformes aux tracés qui devaient être réalisés, cela a paru l'aider.
Pour remplacer l'exécution des tracés aux instruments, nous avons donc ensuite testé l'utilisation de gestes : des gestes mimétiques avec ou sans instrument pour en réaliser des positionnements approximatifs, des gestes iconiques représentant des objets géométriques et des gestes déictiques pour pointer ou parcourir des objets graphiques représentant d'objets géométriques ainsi que des parties d'objets techniques. Cela a bien fonctionné, d'une part pour lever les difficultés manipulatoires de l'élève M et lui permettre ainsi de se concentrer uniquement sur la tâche géométrique, d'autre part pour permettre l'alternance des rôles. Cette utilisation de gestes a cependant ses limites puisqu'elle ne peut s'appliquer qu'à une étape de tracé, et non à un enchaînement d'étapes : les traces graphiques réalisées par les gestes iconiques ne sont pas matérialisées une fois le geste fait. Dans une construction à deux étapes, l'élève M, dans le rôle de celui qui donne les instructions, a d'ailleurs manifesté le besoin de voir la trace graphique issue de la première étape pour enchaîner sur la deuxième. Cette utilisation de gestes permet donc plutôt un travail centré sur des aspects géométriques problématiques particuliers.
Au niveau géométrique, des difficultés semblent avoir été au moins partiellement résolues. Un premier point de difficulté, qui s'est manifesté dès les activités pré expérimentales et qui a été récurrent ensuite en classe tout comme hors classe, concerne le tracé d'angle droit ou de

droites perpendiculaires. Il est arrivé très souvent, en effet, que l'élève M prenne en compte l'orientation d'une droite perpendiculaire à une autre en orientant sa règle au jugé, ou en donnant des instructions avec des indicateurs spatiaux conduisant à un placement « à l'œil » (vertical, horizontal, penché), et donc sans faire usage de l'équerre. Ce type d'utilisation de la règle au jugé n'est pas spécifique à la dyspraxie : l'élève Bm d'ailleurs utilisait aussi cette technique au départ. Cependant, il semble que cette dernière ait davantage progressé en abandonnant cette technique erronée, par rapport à l'élève M qui continue à accorder de l'importance aux informations de nature spatiale. Est-ce parce que l'élève M a du mal à s'orienter dans l'espace qu'elle en accorde ainsi autant ? Notons aussi que l'orientation de la règle au jugé est encouragée lorsque plusieurs contraintes sont à prendre en compte : à celle de la direction perpendiculaire s'ajoute celle de passer par un point donné, et celle aussi de tracer un segment d'une longueur donnée. Lorsque la mesure est possible, la recherche d'une économie gestuelle entraîne assez facilement une orientation de la règle graduée au jugé en focalisant l'attention sur la mesure. Enfin, deux autres points de difficulté, non spécifiques à la dyspraxie, semblent avoir été résolus durant l'expérimentation : l'un concerne les prolongements de segments, qui, eux aussi, étaient réalisés de façon erronée, notamment lorsque la longueur du prolongement devait être obtenue par la mesure ; l'autre concerne les constructions de points d'intersection de deux lignes.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons l'état des acquisitions de l'élève M au niveau géométrique à partir d'une évaluation post expérimentale. Nous évaluerons également les effets du dispositif de travail en dyade mis en place lors de l'expérimentation.

Chapitre 12

Analyses post-expérimentales

Dans ce chapitre, nous évaluons l'expérimentation réalisée avec l'élève M et l'élève Bm lors de séances de travail hors classe, durant leur année scolaire de sixième, en nous intéressant aux acquisitions géométriques de l'élève M, ainsi qu'aux effets des séances de travail en dyade. Dans ce but, nous avons conçu un test que nous avons fait passer à l'élève M avec l'aide d'une Auxiliaire de Vie Scolaire. Nous l'avons aussi fait passer par écrit à l'élève Bm et aux autres élèves de la classe, afin de pouvoir comparer les résultats obtenus entre les élèves de la classe.

Dans une première partie, nous récapitulons les objectifs du travail hors classe réalisé durant l'année avec la dyade élève M - élève Bm. Nous définissons ensuite la fonction que nous attendons d'un Auxiliaire de Vie Scolaire relativement à l'aide apportée à un élève dyspraxique visuo-spatial dans une activité de construction géométrique. Nous présentons alors les modalités choisies pour la passation du test, ainsi que les questions du test conçu pour cette évaluation.

Dans une deuxième partie, nous présentons, pour chacune des questions du test, une analyse a priori des tâches proposées, suivie d'une analyse des productions des élèves, en étudiant plus particulièrement celles de l'élève M et de l'élève Bm.

Dans une troisième et dernière partie, nous réalisons un bilan de l'expérimentation. Pour cela, nous nous appuyons sur les résultats du test, ainsi que sur une évaluation post-expérimentale passée par l'élève M et nous émettons des hypothèses sur les résultats obtenus par l'élève M comparativement aux autres élèves de sa classe.

Sommaire du chapitre 12

I. Test d'évaluation de l'expérimentation

A. Travail en dyade

Nous décrivons d'abord succinctement l'expérimentation telle qu'elle a été réalisée avant le test d'évaluation, dans un travail en dyade entre pairs (élève dyspraxique - élève non dyspraxique), puis nous définissons les modalités de l'évaluation dans un travail en dyade de l'élève dyspraxique avec l'AVS.
Dans l'expérimentation, douze séances chacune d'une durée de 45 min ou de 90 min ont été réalisées. La première a été consacrée à une évaluation diagnostique (séance 4) et la dernière à un bilan et à une passation de consignes en vue de l'évaluation finale (séance 34). Les dix autres séances ont permis d'installer puis d'entraîner la pratique d'un langage technique géométrique dans un travail en dyade, où chacun des deux membres a pu exercer ses connaissances géométriques. Ces séances ont été réparties sur l'année scolaire, par série de deux séances espacées d'une semaine, en décembre (séance 7, séance 8), en janvier (séance 15, séance 17), en février (séance 18, séance 19), en avril (séance 27, séance 28) et en juin (séance 29, séance 33).
L'expérimentation a la particularité de se dérouler hors classe mais les activités proposées ont été en lien étroit avec celles faites en classe, si bien que les deux élèves ont pu exercer des connaissances travaillées avec l'enseignante lors des cours de mathématiques. En revanche, les modalités de travail à deux n'ont pas été réinvesties en classe, ni l'usage du langage technique géométrique. Il nous a semblé en effet difficile d'obtenir l'adhésion de l'enseignante pour encourager l'usage du langage technique géométrique dans sa classe, l'utilisation de ce langage n'étant pas explicitée dans les programmes (seul l'usage du langage géométrique l'est), ni conforme aux normes partagées par les enseignants.
Le travail géométrique en dyade, tel que nous l'avons conçu, a donc été pratiqué seulement pendant dix séances, dont le but était de permettre à l'élève M et à l'élève Bm de s'approprier un langage qui puisse être réinvesti pour résoudre des problèmes géométriques qui mettent en jeu des propriétés de la symétrie axiale. Ainsi, les deux élèves ont pu s'approprier un langage technique géométrique, éventuellement renforcé par une production de gestes, relatif :

- à la perpendicularité ou à l'angle droit avec l'utilisation de l'équerre,
- au prolongement d'un segment ou d'une demi-droite à la règle,
- au report de longueur sur une droite avec le compas ou la règle graduée.

Nous avons alors proposé, en fin d'expérimentation, des problèmes de construction mettant en jeu des propriétés de la symétrie dans un test destiné à évaluer l'intérêt, pour un élève dyspraxique, d'utiliser le langage technique géométrique en substitution à ses actions instrumentées effectives, pour résoudre un problème géométrique.
Lors de l'expérimentation, il nous a paru important que le travail en dyade entre pairs permette à chaque membre de progresser dans ses apprentissages géométriques, dans une relation égale face au savoir, plutôt que dans une relation de tutorat risquant d'amoindrir l'implication de « celui qui est aidé », prêt à s'en remettre aux arguments du tuteur sous prétexte qu'il est « celui qui sait ». Les modalités de travail en dyade entre pairs que nous avons adoptées nous semblent adaptées pour conduire n'importe quel élève à des apprentissages géométriques et pourraient tout à fait être étendues à une classe entière.
En revanche, pour évaluer les apprentissages propres à l'élève dyspraxique, un travail en dyade entre pairs n'est pas adapté, car il ne permet pas facilement d'attribuer ce qui revient à chacun des deux élèves dans leur travail commun. Pour la passation du test, nous avons donc prévu un travail géométrique en autonomie pour l'élève dyspraxique, au niveau des composantes sémiotique et technico-figurale de l'action instrumentée, avec un apport d'aides non mathématiques, compensatoires à son handicap, données par un tiers autre qu'un pair.

Nous considérerons alors que les modalités de fonctionnement de travail en dyade ont de l'intérêt si elles permettent à l'élève dyspraxique d'activer de façon autonome ses connaissances géométriques pour résoudre un problème dans une finalité géométrique.
L'apport d'aides non mathématiques entre dans les fonctions d'accompagnement aux apprentissages attribuées aux Auxiliaires de Vie Scolaire. Lorsque l'élève dyspraxique bénéficie en classe d'un tel accompagnement, il est donc envisageable qu'il réalise les activités géométriques proposées par l'enseignant en dyade avec l'AVS, en situation d'évaluation, mais aussi en situation d'apprentissage.
À partir de nos observations de l'élève M, réalisées tout au long de l'année scolaire, en classe et hors classe, nous avons récapitulé les différents types d'aide qu'un Auxiliaire de Vie Scolaire devrait pouvoir apporter, selon nous, à un élève dyspraxique visuo-spatial dans le cadre d'une activité de construction géométrique. Nous les présentons dans l'encadré suivant :

Consignes à l'Auxiliaire de Vie Scolaire (AVS) pour l'aide apportée à un élève dyspraxique visuo-spatial dans le cadre d'une activité de construction géométrique

Principes généraux

L'aide apportée par l'AVS doit contribuer à compenser les troubles visuo-spatiaux de l'élève, ainsi que ses difficultés à organiser ses actions et à les exécuter.
L'AVS prend à sa charge toute la partie non mathématique de l'activité qui pose problème à l'élève. « Prend à sa charge » signifie qu'il a l'initiative des actions à effectuer et qu'il les exécute, sans chercher à en expliquer à l'élève les raisons, ni chercher à terme à ce qu'il soit capable de les réaliser en autonomie.
Par ailleurs, l'AVS doit être attentif à n'apporter aucune aide au niveau des mathématiques. Il doit donc être capable de distinguer ce qui, dans un type de tâches de construction instrumentée, relève de connaissances géométriques et techniques, de ce qui relève de connaissances pratiques.
Le présent document explicite les différentes aides du ressort de l'AVS, de même que ce que l'élève peut attendre ou non de l'AVS.

Aides non mathématiques relatives aux actions périphériques

L'AVS prend à sa charge tout ce qui est de l'ordre de l'organisation matérielle. Il ne demande pas à l'élève de contribuer à cette organisation, sauf en cas de nécessité (l'élève peut par exemple transmettre des informations qu'il aurait sur son matériel et que l'AVS n'aurait pas).

L'AVS fait en sorte que l'élève soit bien installé à sa table, que celle-ci ne soit pas encombrée, qu'il voie bien le support de travail, qu'il puisse disposer rapidement du matériel dont il a besoin. Il veille à éviter toute distraction et envie de manipulation d'objets parasites à l'activité. Il apprête les instruments de géométrie (crayon taillé, compas sorti de sa boîte avec crayon vissé, etc.), met à disposition de l'élève des feuilles de brouillon et crayon si besoin. Tout cela doit être préparé avant que l'élève ne démarre l'activité.

Les documents de travail de l'élève sont agrandis et aérés par rapport à ce qui est proposé habituellement aux élèves standards. L'AVS lui donne les documents au fur et à mesure : l'énoncé de la deuxième activité est donné une fois la première terminée, etc.

En situation d'évaluation, les activités se réalisent au rythme de l'élève. L'élève dyspraxique bénéficie en général d'un tiers temps pour compenser sa lenteur de travail par rapport aux élèves standards. A priori, l'AVS n'intervient pas dans la gestion du temps sauf cas extrêmes :

- rassurer l'élève s'il est stressé par la peur de manquer de temps ou d'être en retard par rapport aux autres,
- remettre l'élève dans l'activité s'il s'occupe de tout autre chose.

Lorsqu'un énoncé est donné sous forme écrite, l'AVS lit à l'élève la consigne telle qu'elle est écrite, il peut la lire plusieurs fois si besoin, mais il ne la reformule pas. L'élève doit pouvoir l'avoir lue au préalable s'il le souhaite.

Si une réponse écrite doit être rédigée, l'élève donne sa réponse à l'oral à l'AVS qui l'écrit. L'AVS relit ensuite ce qu'il a écrit et l'élève y apporte des modifications s'il le souhaite jusqu'à obtenir la version définitive.

Aides non mathématiques relatives aux actions instrumentées principales

L'AVS prend à sa charge tous les aspects pratiques de la manipulation qui conduiront à la production précise et soignée évidemment exigée.

Par exemple, il anticipe l'épaisseur de la mine du crayon lors du tracé à la règle d'une droite passant par deux points, il pense à placer un support sous la feuille de tracé pour ne pas « glisser » avec la pointe du compas, etc.

Si, pour des raisons matérielles, des choix imposés par l'élève conduisent à une production imprécise, l'AVS pourra demander à l'élève d'effectuer un autre choix.

Par exemple, si l'élève fait construire deux points trop proches et demande de placer la règle sur ces deux points pour tracer une droite, l'AVS signalera à l'élève que ses choix ne lui permettent pas de faire un tracé précis parce que les points sont trop proches et il lui demandera de faire un autre choix de points qui convient.

L'AVS effectue la manipulation des instruments de géométrie en suivant les instructions données par l'élève. Ces instructions devraient être d'ordre technique, c'est-à-dire relatives à ce qui, dans l'utilisation des instruments, met en jeu des connaissances géométriques. Ainsi, elles portent sur quel instrument prendre, sur comment et où le positionner, avec l'expression des liens entre les parties d'instruments et les objets géométriques ou graphiques ; elles portent également sur où tracer. L'AVS demande à l'élève d'apporter ces précisions s'il ne les apporte pas, lorsque l'élève est en cours d'acquisition des notions géométriques.

Par exemple, si l'élève demande de tracer « la perpendiculaire à la droite d passant par A », ou de tracer « un trait en angle droit qui passe par A », l'AVS lui demandera quel instrument il doit prendre, comment le positionner, où tracer. Ce type de demande ne sera pas nécessaire pour le tracé d'un segment si la notion est acquise.

Selon le moment où l'élève en est dans ses apprentissages, il fait précéder ses instructions d'une formulation géométrique, mais cela n'est pas exigé.

Les instructions de l'élève sont données sous forme verbale et peuvent être accompagnées de gestes. Il faut être cependant attentif à ce que les gestes ne se substituent pas aux mots et solliciter une formulation verbale si tel était le cas.

Si par exemple le discours de l'élève se restreint à des « ça, là, ici », l'AVS pourra renvoyer à l'élève ses termes sous forme interrogative : « Ça ? » pour l'inciter à formuler ce dont il parle.

L'AVS exécute ce que l'élève lui demande de faire avec les instruments, que cela conduise à une production correcte ou non. Il ne valide pas, ni ne répond aux demandes éventuelles de validation de l'élève. Il s'assure à chaque fois que ses actions (positionnement d'instrument, tracés à effectuer) correspondent bien à l'intention de l'élève.
Il faut être attentif à ce que les instructions ne se transforment pas en guidage du type « encore, encore, plus vers la droite, stop ». Si tel est le cas, l'AVS enlève l'instrument du support de tracé et demande à l'élève des instructions précises.

L'AVS répond aux demandes de l'élève portant sur des prélèvements d'informations graphiques et veille à bien préciser dans la réponse : « Sur le dessin, … »

Par exemple, il peut donner des mesures de longueurs (quelle est la longueur de ce segment ?) ou d'angles (voit-on que l'angle est droit lorsqu'on vérifie avec l'équerre ?), des relations d'incidence (les deux droites se coupent-elles sur telle droite ? Le point est-il sur la droite ?)

L'AVS surligne au fluo tel ou tel objet (une droite, un point, etc.) à la demande de l'élève s'il souhaite mieux les visualiser.

L'AVS doit être attentif à n'exécuter que ce qui lui est explicitement demandé. S'il y a des implicites dans les instructions de l'élève :

1. il peut le questionner dans des cas d'ambiguïté.
   Par exemple si l'élève demande de placer un point sur la droite et qu'il y a plusieurs droites possibles, l'AVS demandera laquelle. L'élève pourra la nommer ou la montrer.
2. il peut choisir de faire ce qui est le moins probable et le moins efficace parmi tous les choix possibles lorsqu'il manque une information, dans le but de l'inciter à préciser ses consignes.
   Par exemple :

- Si, pour obtenir la perpendiculaire à d passant par A, l'élève demande de placer un côté de l'angle droit de l'équerre contre la droite d, l'AVS choisira de ne pas faire passer l'autre côté de l'angle droit par A, voire de placer l'équerre du côté de la droite qui ne contient pas A.
- Si l'élève demande de placer l'équerre sur la droite d, l'AVS placera par exemple le côté opposé à l'angle droit de l'équerre sur la droite d.

L'élève est informé de ce qu'il peut attendre ou ne pas attendre de la part de l'AVS :

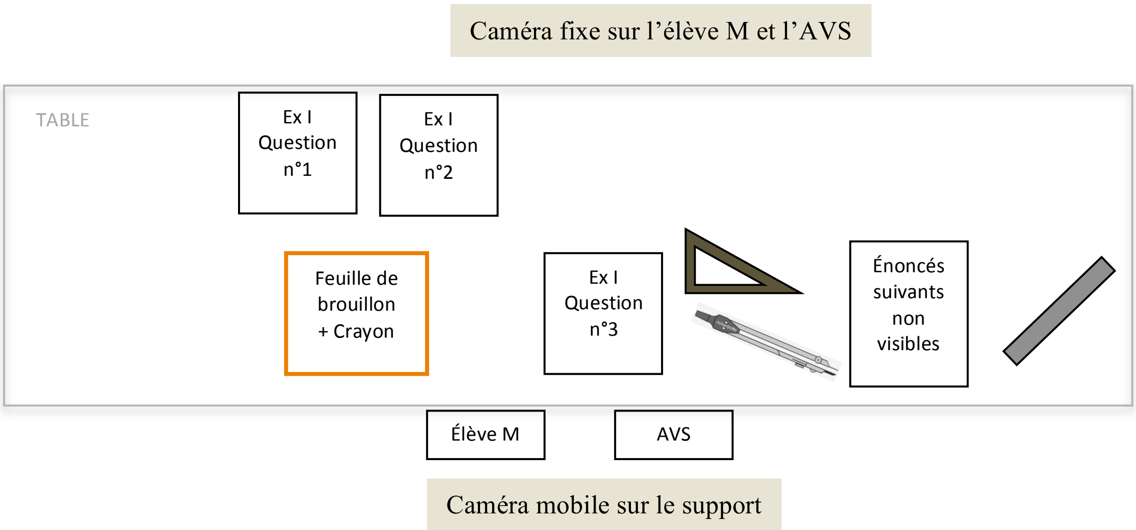
L'élève donne des instructions que suit l'AVS en manipulant les instruments ou en écrivant ce qu'il dicte comme réponse.
L'élève peut demander à l'AVS de surligner en fluo des parties de figures.
L'élève peut annoncer ce qu'il souhaite tracer, en langage géométrique, et il doit donner des instructions en langage technique géométrique pour permettre à l'AVS de réaliser les tracés avec les instruments. Il doit être précis dans ses instructions et peut les accompagner de gestes (mais pas les remplacer).
L'élève ne doit pas attendre de la part de l'AVS une quelconque validation, ni attendre une aide d'ordre mathématique.
L'élève doit considérer que les tracés effectués par l'AVS sont précis, il ne cherche donc pas à faire des contrôles de précision.

Même si l'AVS ne doit apporter que des aides non mathématiques à l'élève dyspraxique, il nous semble donc important qu'il ait un minimum de connaissances géométriques, et cela pour plusieurs raisons. Premièrement, l'AVS doit savoir interpréter le langage technique géométrique en le convertissant en exécution d'actions. Il doit donc en particulier avoir des connaissances sémiotiques pour associer le nom d'un objet géométrique à sa représentation graphique. Il doit par exemple savoir que tel objet graphique correspond à un point si l'élève lui demande de placer la pointe du compas sur le point A. Il doit aussi avoir des connaissances techniques, en étant par exemple capable d'identifier un côté de l'angle droit de l'équerre. Deuxièmement, quand les instructions données par l'élève ne sont pas complètes, il doit le repérer en agissant de façon la moins probable. Cela suppose donc qu'il anticipe sur ce qui est attendu au niveau géométrique. Troisièmement, il doit être capable d'identifier les aides mathématiques pour ne pas les donner. Parfois ces aides n'apparaissent pas de prime abord comme telles parce qu'elles répondent aussi à des visées manipulatoire et organisationnelle, comme par exemple donner une équerre à l'élève avant qu'il n'ait eu l'intention de l'utiliser.
En fin d'année scolaire, suite aux séances de travail hors classe avec la dyade élève M - élève Bm, nous avons fait passer à l'élève M un test avec l'aide d'une Auxiliaire de Vie Scolaire, à qui nous avons transmis oralement le rôle qu'elle aurait à tenir dans le travail en dyade, en nous appuyant sur le texte précédent.

B. Modalités de passation du test

Le test destiné à évaluer l'expérimentation est composé d'exercices où des connaissances géométriques doivent être activées dans des constructions instrumentées à réaliser. Afin d'avoir des éléments de comparaison avec des performances d'élèves non dyspraxiques de sixième, nous avons également fait passer ce test aux élèves de la classe de l'élève M. Un élève de cette classe présentait des difficultés importantes de graphisme avec une écriture illisible et des tracés géométriques peu soignés. Des problèmes de dysgraphie ont depuis été diagnostiqués. Nous aurons donc aussi des éléments de comparaison avec la performance d'un élève qui présente les mêmes symptômes qu'un élève dyspraxique et qui a passé le test sans adaptation particulière.
La classe de sixième de l'élève M a un effectif de 25 élèves dont une élève malvoyante et deux élèves dyslexiques dont un bénéficie en classe de l'aide d'une AVS. C'est à cette AVS que nous avons demandé d'intervenir auprès de l'élève M pour la passation du test. Non seulement elle pouvait se rendre disponible, mais aussi, elle avait assisté à tous les cours de mathématiques de la classe durant l'année scolaire. En outre, nous savions qu'elle possédait bien les connaissances géométriques que nous souhaitions car nous avions eu l'opportunité de les évaluer alors qu'étudiante en première année de master, elle préparait le concours de professeurs des écoles.
La durée de passation du test accordée à la classe est de 45 min et à l'élève M de 60 min. Nous avions au préalable fait passer ce test à trois élèves de sixième, qui l'avaient tous réalisé en moins de 40 min.
Nous avons fait passer le test aux 23 élèves de la classe présents le jour de l'évaluation, en donnant des supports agrandis, avec une question par page, pour l'élève malvoyante et pour les élèves dyslexiques, tandis que l'AVS faisait passer le test à l'élève M, hors classe, dans le lieu habituel des séances de travail de l'expérimentation. Nous avions prévu de remplacer nous-même l'AVS comme lectrice - secrétaire auprès de l'élève dyslexique, mais nous ne l'avons que très peu fait, du fait de la sollicitation fréquente des autres élèves (questions, résolutions de problèmes matériels). Nous n'avons donné aucune indication en réponse aux

sollicitations des élèves, mais avons par exemple confirmé que seul tel ou tel instrument était autorisé ou encore avons relu un énoncé.
Nous avons transmis à l'AVS le déroulement de la passation du test tel que nous le souhaitions, en détaillant par écrit la façon dont elle devait donner les consignes à l'élève M (lecture de l'énoncé accompagnée de gestes déictiques) et en décrivant son rôle, ainsi que celui de l'élève (Annexe 12.1). Nous avons complété ces explications à l'oral, la veille du jour de la passation du test.
La séance de travail de la dyade élève M - AVS a été filmée avec une caméra fixe en face de l'élève M et de l'AVS et une caméra mobile sur le support de travail.



C. Présentation du test

Le test est composé de quatre exercices exigeant la réalisation de constructions instrumentées (Annexe 12.2). L'élève n'a pas le choix des instruments à utiliser : ceux-ci sont imposés dans chacune des questions, pour bloquer ou pour provoquer certaines techniques, afin de conduire à l'utilisation en acte de telle ou telle propriété. Équerre non graduée, règle non graduée et compas peuvent être autorisés.
Sur la première page du test, il est demandé explicitement de ne pas se servir des graduations de l'équerre ou de la règle. Faire de la géométrie sans mesure permet en effet de ne pas focaliser l'attention de l'élève sur une recherche de précision dans le mesurage. Cela permet aussi d'évacuer les erreurs potentielles dues à la non prise en compte d'un décalage entre la graduation zéro et le bord de la règle ou de l'équerre ou dues à une mauvaise lecture des graduations. Par ailleurs, préciser à l'élève qu'il ne peut pas se servir des graduations rend illicite une instrumentalisation de la règle qui consisterait à utiliser en guise d'équerre l'angle droit formé d'un trait de graduation avec le bord de la règle. L'angle droit ne peut être obtenu qu'avec l'équerre. Cela limite aussi une utilisation de la règle au jugé pour des mesures de distance entre un point et une droite. Le report de longueur ne peut donc se faire qu'au compas.
Dans les consignes générales, il est également noté que les traits de construction (droites, arcs de cercle) doivent rester apparents et donc ne pas être gommés. Un commentaire oral de cette consigne précisant aux élèves que les constructions par tâtonnement ne sont pas admises permet de renforcer l'idée que les constructions doivent être réalisées dans une finalité géométrique.
Pour chaque question, les instruments autorisés sont précisés à l'écrit, mais aussi par le dessin, pour éviter que des élèves n'utilisent pas les instruments imposés pour raison de lecture trop rapide de l'énoncé.

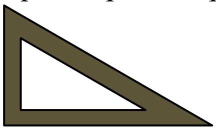
1. Exercice I

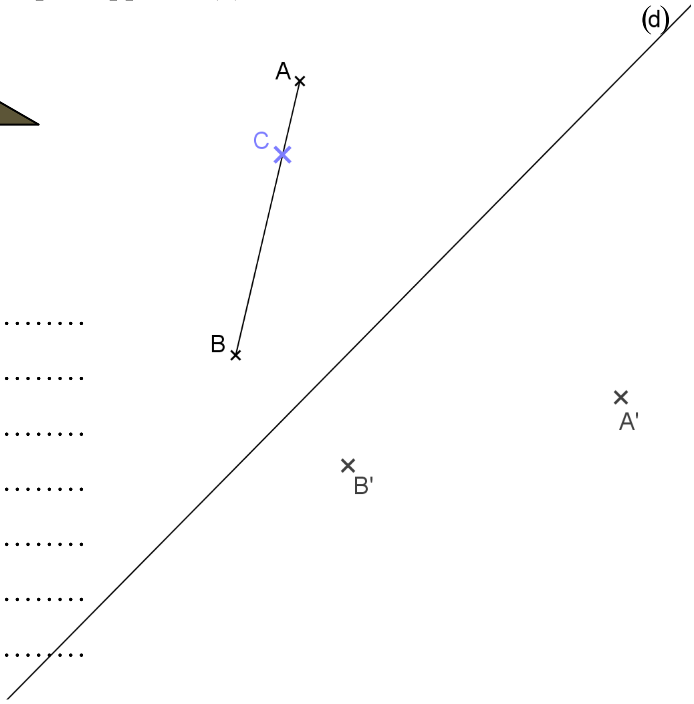
Énoncé de l’exercice I

Le point A’ est le symétrique du point A par rapport à la droite (d).
Le point B’ est le symétrique du point B par rapport à la droite (d).
Le point C appartient au segment [AB].

Question n°1

Construire le point C’, symétrique du point C par rapport à (d), avec l’équerre <u>non</u> graduée.





Explique pourquoi tu es certain(e) que ta construction est valable.

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

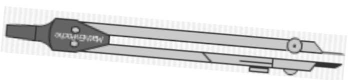
………………………………………………………

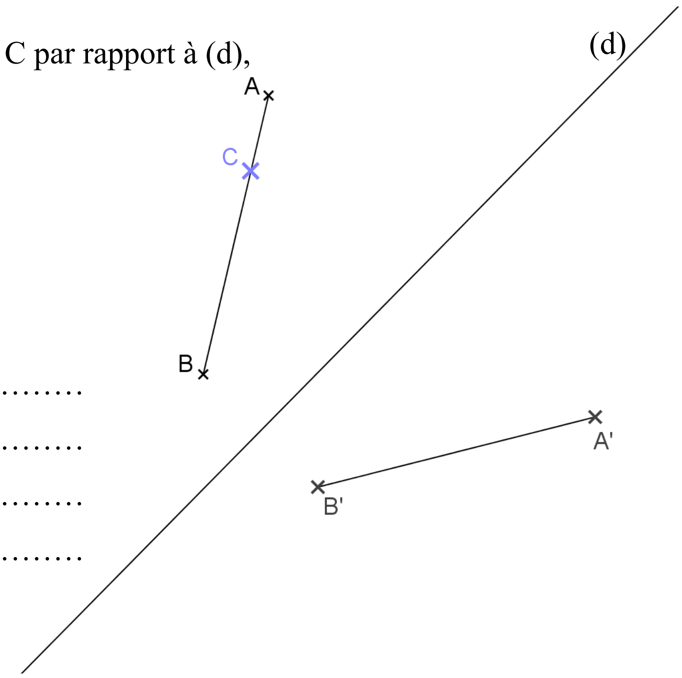
………………………………………………………

………………………………………………………

Question n°2

Construire le point C’, symétrique du point C par rapport à (d), avec le compas.





Explique pourquoi tu es certain(e) que ta construction est valable.

………………………………………………………

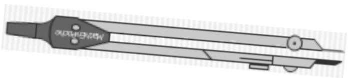
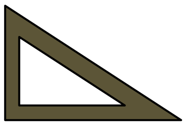
………………………………………………………

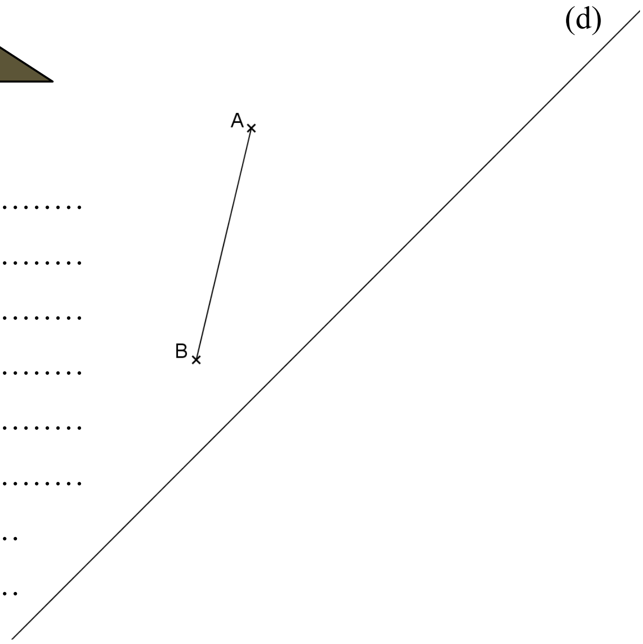
………………………………………………………

………………………………………………………

Question n°3

Construire le point A’ symétrique du point A par rapport à la droite (d) avec le compas et l’équerre non graduée.

 **ET** 

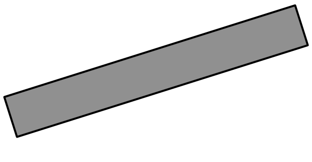


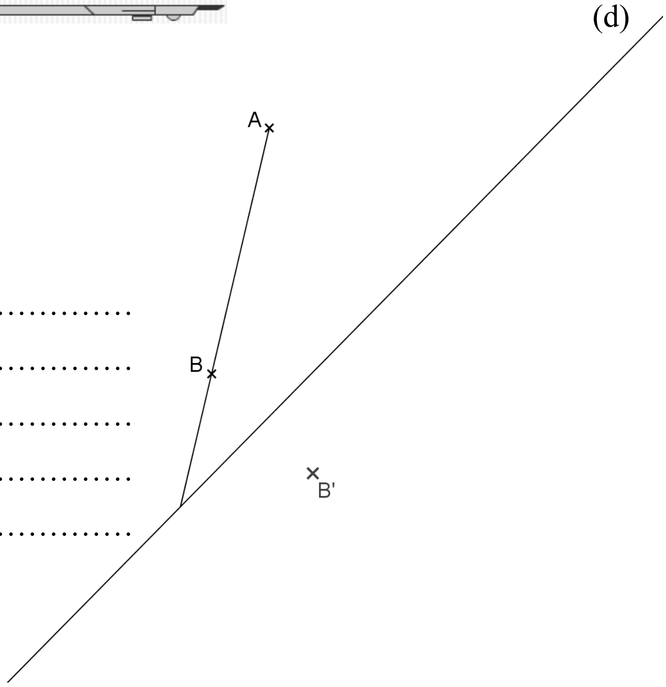
Décrire les étapes de la construction.

…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
……………………………………………
……………………………………………
…………………………………………………

Question n°4

Le point B’ est le symétrique du point B par rapport à la droite (d).
Construire le point A’ symétrique du point A par rapport à la droite (d) avec règle non graduée et le compas.

 **ET** 

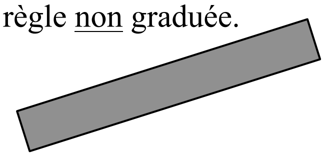


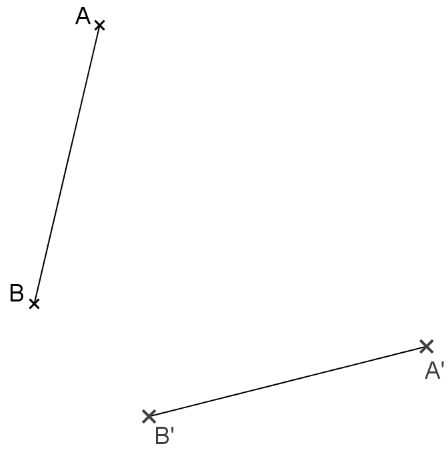
Décrire les étapes de la construction.

…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
…………………………………………………
……………………………………

Question n°5

Construire un point P appartenant à
l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B']
avec la règle <u>non</u> graduée.





Explique pourquoi tu es sûr(e) que le point P
appartient bien à l'axe de symétrie des deux segments.

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

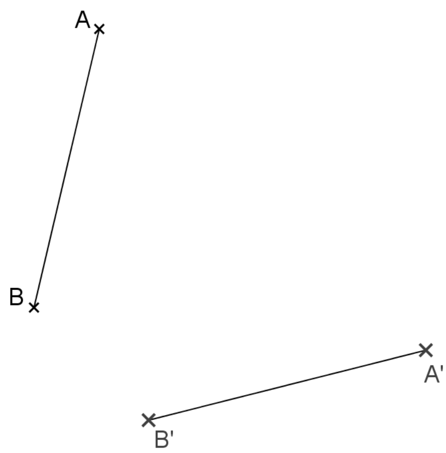
…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

Question n°6

Construire un point M appartenant à
l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B']
avec le compas.



Explique pourquoi tu es sûr(e) que le point M
appartient bien à l'axe de symétrie des deux segments.

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

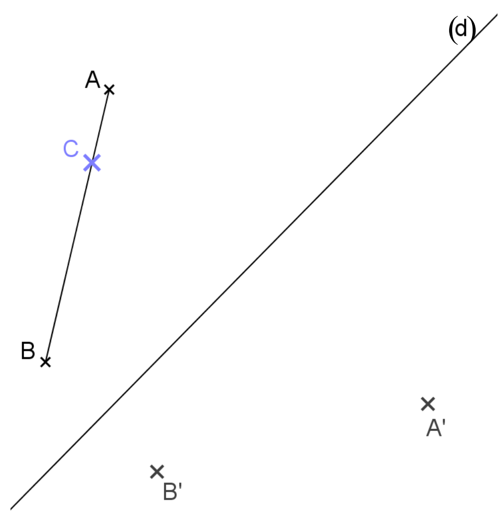
…………………………………………………

L'exercice I a pour but d'évaluer la capacité des élèves à utiliser différentes techniques de construction qui mettent en jeu la définition du symétrique d'un point par rapport à un axe (l'axe de symétrie est la médiatrice du segment d'extrémités le point et son symétrique) ou des propriétés de la symétrie axiale (conservation de l'alignement, conservation des longueurs, invariance des points de l'axe de symétrie).
Il est composé de six questions construites autour d'une même configuration : une droite (d) et deux segments [AB] et [A'B'] symétriques par rapport à la droite (d). Cette configuration est à chaque fois reproduite avec des éléments qui peuvent être manquants ou ajoutés (point C sur le segment [AB], prolongement du segment [AB]). Au début de l'exercice, les points A', B' et C sont introduits de la façon suivante : le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d), le point B' est le symétrique du point B par rapport à la droite (d), le point C appartient au segment [AB].
Dans les quatre premières questions, il s'agit de construire le symétrique d'un point par rapport à la droite (d) en suivant les contraintes données sur les instruments, et dans les deux dernières, de construire un point de l'axe de symétrie (d). Des explications ou descriptions sont également demandées dans chacune des six questions.
Nous avons fait le choix d'une figure la plus simple possible, qui permette à l'élève de réinvestir les propriétés de la symétrie axiale étudiées en sixième. Il s'agit du segment [AB], non parallèle à l'axe de symétrie, pour permettre des constructions avec prolongement du segment et intersection avec l'axe de symétrie.
L'axe de symétrie (d) est orienté de façon oblique sur le support pour empêcher la réussite de constructions spontanées effectuées au jugé. Un axe vertical favoriserait cela, avec l'utilisation d'un côté de l'équerre comme règle, placé horizontalement de façon perceptive, dans le cas où l'équerre fait partie des instruments autorisés. Cela rend aussi moins immédiats les contrôles perceptifs visuels. Néanmoins, l'élève a la possibilité de valider perceptivement ses constructions dans les quatre dernières questions, car, dans la question n°2, l'axe (d) et les segments [AB] et [A'B'] sont représentés. Cela informe donc l'élève de la zone où doit se situer le point A' pour les questions n°3 et n°4 et de la zone où doit se situer l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B'] pour les questions n°5 et n°6.

Constructions

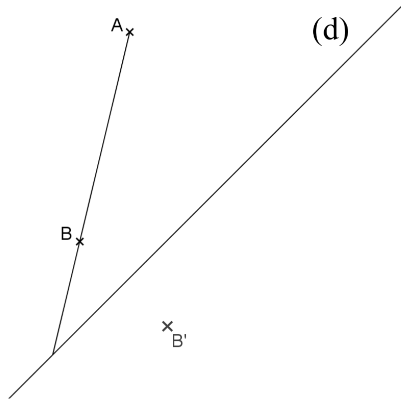
Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite (d)

Dans les questions n°1 et n°2, il s'agit de construire le symétrique d'un point C appartenant au segment [AB], ce point C n'étant visuellement pas situé au milieu du segment. La figure proposée est constituée du segment [AB], du point C placé sur ce segment, du point A', du point B' et de la droite (d) (voir figure ci-contre). Dans la question n°1, seule l'équerre non graduée est autorisée ; dans la question n°2, le segment [A'B'] est aussi tracé et seul le compas est autorisé. Dans les deux questions, il est demandé de construire le point C', symétrique du point C par rapport à (d) et d'expliquer pourquoi la construction est valable de façon certaine.



Dans la question n°1, le segment [A'B'] n'est pas tracé pour rendre volontaire, mais aussi visible, l'utilisation de la conservation de l'alignement par symétrie. En revanche, le segment [A'B'] est tracé dans la question n°2 : s'il ne l'était pas, il aurait fallu autoriser la règle ; or si cette dernière l'était, un élève pourrait l'utiliser en l'orientant au jugé pour tracer la perpendiculaire à (d). Ensuite, le point C n'est pas placé au milieu du segment [AB] pour imposer un report de longueur où les extrémités A et B et leurs symétriques ont à être distinguées si ces points sont utilisés. Enfin, la même construction en faisant varier l'instrument permet de donner une rétroaction à l'élève : il doit dans les deux figures obtenir le point C' au même endroit.

Dans les questions n°3 et n°4, il s'agit de construire le symétrique du point A, extrémité du segment [AB].
Dans la question n°3, la figure proposée est constituée du segment [AB] et de la droite (d) ; l'équerre non graduée et le compas doivent être utilisés.
Dans la question n°4, le segment [AB] est prolongé jusqu'à l'axe de symétrie, le point B', symétrique de B par rapport à (d), est présent (voir figure ci-contre), et la règle non graduée et le compas sont autorisés.
Dans les deux questions, il est demandé aussi de décrire les étapes de construction.



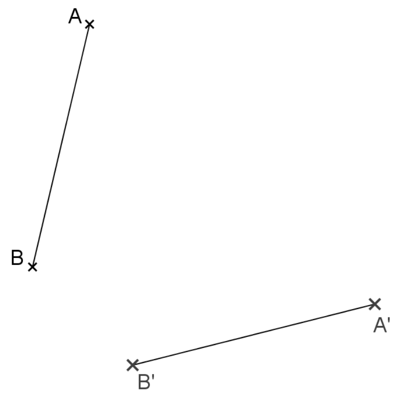
Dans la question n°3, nous souhaitons que l'élève effectue un tracé de perpendiculaire à l'équerre et un report de longueur au compas pour construire le symétrique du point A par rapport à la droite (d). Nous insistons donc sur l'obligation d'utiliser les deux instruments, « compas **ET** équerre », car, l'élève pourrait se contenter de tracer deux arcs de cercle en exploitant des égalités de longueur obtenues par symétrie s'il n'utilisait que le compas. Le segment [AB] est tracé comme dans toutes les questions de l'exercice I : ce n'est pas utile pour la construction, mais cela donne ainsi à l'élève un moyen de la contrôler visuellement s'il se réfère à l'énoncé de la question n°2 pour voir où se situe spatialement le point A'. Nous avons choisi de ne pas demander la construction du symétrique du segment [AB] en dépit du fait qu'il soit tracé car sinon l'élève pourrait répondre aux contraintes instrumentales sans faire appel à la propriété de perpendicularité, en construisant chacun des deux points A' et B' par l'intersection de deux arcs de cercle et en utilisant l'équerre comme règle pour tracer le segment [A'B']. En outre, construire le symétrique du segment conduit à faire la construction du symétrique d'un point, puis répéter cette construction pour l'autre point, ce qui prend du temps et n'apporte pas d'information supplémentaire par rapport à ce que nous évaluons dans ces questions.

Dans la question n°4, nous avons effectué le prolongement du segment [AB] pour rendre visible le point d'intersection entre la droite (AB) et l'axe (d) et suggérer son utilisation. Les élèves de la classe n'ont cependant pas utilisé cette technique de construction en classe. Les deux instruments règle et compas sont imposés pour écarter, comme dans la question n°3, une technique avec deux arcs de cercle. Remarquons que dans la question n°3, les élèves peuvent mettre en œuvre la technique de prolongement attendue dans la question n°4 s'ils utilisent l'équerre comme règle. L'ordre choisi pour la présentation des questions, et suggéré pour les traiter, devrait permettre de l'éviter.
Enfin, demander la construction du même point pour le même graphique en faisant varier les instruments dans les questions n°3 et n°4 permet de donner un moyen de rétroaction à

l'élève : il doit, dans les deux figures, obtenir le point A' au même endroit, tout comme dans les questions n°1 et n°2.

Construction d'un point appartenant à l'axe de symétrie de [AB] et de [A'B']

Dans les questions n°5 et n°6, il s'agit de construire un point appartenant à l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B'] : ce point est nommé P dans la question n°5 et M dans la question n°6. La figure proposée est constituée des deux segments [AB] et [A'B'] (voir figure ci-contre). Dans la question n°5, seule la règle non graduée est autorisée et dans la question n°6, seul le compas l'est. Dans les deux questions, il est demandé aussi d'expliquer pourquoi le point construit appartient à l'axe de symétrie de façon sûre.



Les segments [AB] et [A'B'] sont les mêmes que ceux des questions précédentes. Les deux segments et l'axe de symétrie sont représentés dans l'énoncé de la question n°2, ce qui constitue une première aide pour localiser spatialement l'axe de symétrie dans les questions n°5 et n°6. La construction n°4, si l'élève la réussit, constitue aussi une aide dans la question n°5 pour penser à utiliser le point d'intersection de (AB) et de (A'B').
On ne demande pas de tracer l'axe de symétrie pour ne pas provoquer de tracés au jugé avec la règle. Cette procédure erronée peut malgré tout survenir si l'élève trace cet axe au jugé, puis place un point dessus. La demande d'explication peut contribuer à ce qu'un élève qui aurait tracé (d) au jugé en prenne conscience.

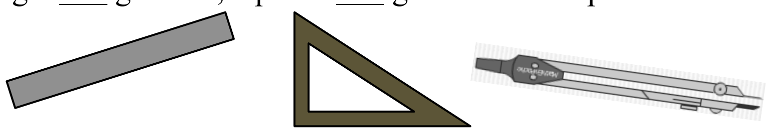
Explications ou descriptions

Dans les questions n°1, n°2, n°5 et n°6, l'élève doit expliquer pourquoi il est certain que sa construction est valable. Cela contribue à faire en sorte qu'il se place bien dans une finalité géométrique et permet d'évaluer s'il est capable d'identifier et de formuler les propriétés qu'il utilise dans ses constructions avec les instruments. Ce type de demande, « Explique pourquoi tu es certain(e) que ta construction est valable », n'est pas habituel pour les élèves de la classe. Souvent, ils ont été aidés dans la rédaction de leur démonstration par des textes à compléter où les propriétés étaient demandées explicitement. Il se peut donc que leurs explications se ramènent à une description de leurs constructions.
Dans les questions n°3 et n°4, l'élève doit décrire les étapes de sa construction. Tout d'abord, cela permet d'avoir des informations sur ce qui n'est pas visible dans les traits de construction ; il n'est notamment pas toujours possible de savoir si l'équerre a été bien positionnée ou non. La description devrait en effet donner des éléments sur ce qui aura pu être fait avec les instruments. Cela ne peut être recueilli autrement puisqu'il nous est impossible d'observer chaque élève de la classe dans ses actions au moment de la passation du test. Ensuite, cela nous permet de voir quel langage les élèves utilisent dans leur description. Ils devraient a priori penser qu'un langage géométrique est attendu, conformément au contrat didactique de la classe, mais peut-être utiliseront-ils plutôt le langage courant ou encore un langage technique géométrique. Nous pourrons faire des comparaisons avec le langage utilisé par l'élève M à l'oral, et par l'élève Bm à l'écrit, pour voir si nous repérons des différences notables qui pourraient être attribuées au travail sur le langage réalisé hors classe.
Dans les consignes générales est rappelée aux élèves la possibilité de nommer les points ou les droites pour faciliter descriptions et explications.

2. Exercice II

Énoncé de l'exercice II

Instruments autorisés : règle <u>non</u> graduée, équerre <u>non</u> graduée et compas



1) Construire le plus possible de points équidistants des points E et F.

2) Construire le plus possible de points situés à la distance FH du point E.

3) R est un point équidistant de E et de F
et R est à la distance FH du point E.

Nombre de points R possibles : ....
Explique ta réponse.

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

L'exercice II est analogue à l'exercice 4 de la séance 32 corrigé en classe une semaine avant le test, en ce que le problème de recherche est identique : il s'agit de trouver les points à la fois équidistants de deux points donnés et situés à une distance donnée d'un point donné. Les constructions à réaliser sont donc celle de la médiatrice d'un segment et celle d'un cercle de centre et de rayon donnés. Les formulations des questions du test diffèrent quelque peu de celles de l'exercice 4, notamment parce que l'interdiction d'utiliser les graduations des instruments empêche la donnée d'une mesure pour le rayon du cercle.
Trois points non alignés E, F et H sont représentés. Dans II. 1), il est demandé de construire le plus possible de points équidistants des points E et F. Cela permet d'évaluer la connaissance qu'ont les élèves sur la propriété de la médiatrice d'un segment abordée en classe dans le chapitre « Axes de symétrie des figures usuelles » :

Propriété :

- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités du segment.
- Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors ce point appartient à la médiatrice du segment.

Dans II. 2), il est demandé de construire le plus possible de points situés à la distance FH du point E. La connaissance sur la caractérisation d'un cercle comme ensemble de points équidistants de son centre est ainsi évaluée. La définition suivante du cercle a été introduite en classe dans le chapitre « Cercle » :

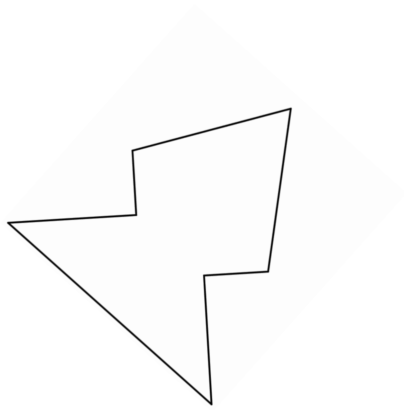
Définition :

Un cercle de centre O est l'ensemble des points qui sont à égale distance du point O. Cette distance est le rayon du cercle.

Dans II. 3), il est demandé de déterminer le nombre de points R possibles équidistants de E et de F et à la distance FH du point E et d'expliquer la réponse. L'exploitation de la construction de la médiatrice dans II. 1) et du cercle dans II. 2) permet de répondre à cette question.

3. Exercice III

L'exercice III consiste à construire l'axe de symétrie d'une figure à la règle non graduée. La figure est un polygone à sept côtés qui admet un axe de symétrie d'orientation oblique sur le support (figure ci-contre). Un sommet du polygone appartient à l'axe de symétrie. Cet exercice nécessite la reconnaissance de segments symétriques à extraire d'une figure complexe pour réinvestir ensuite la technique de construction d'un point appartenant à l'axe de symétrie mise en œuvre dans la question n°5 de l'exercice I. Aucune explication n'est demandée puisqu'elle serait semblable à celle apportée dans la question n°5



4. Exercice IV

1) Tracer un triangle ABC **rectangle isocèle** en A.
2) Tracer le symétrique du triangle ABC par rapport à (BC).
3) Nommer A' le symétrique du point A.
4) Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ?
   Justifie ta réponse (sans utiliser les instruments)

Dans l'exercice IV, les quatre questions s'enchaînent. La première question permet d'évaluer une connaissance sur les triangles particuliers à travers une construction, celle d'un triangle ABC rectangle isocèle en A. Ce type de tâches a été réalisé en classe lors de la séance 13, à la différence qu'une longueur d'un côté de l'angle droit du triangle était donnée. Dans la deuxième question, il s'agit de construire le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (BC) : cela permet d'évaluer la technique de construction du symétrique d'un polygone et en particulier celle du symétrique d'un point, ainsi que la connaissance sur l'invariance des points de l'axe de symétrie. La troisième question revient à repérer le symétrique du point A par rapport à la droite (BC) construit dans la question précédente. Dans la quatrième question la nature du quadrilatère ABA'C doit être donnée et justifiée. Cela permet d'évaluer une connaissance sur les quadrilatères particuliers et sur l'utilisation de propriétés de la symétrie axiale.

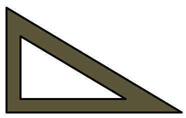
II. Analyse du test

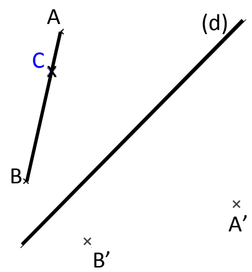
A. Exercice I, question n°1

1. Analyse a priori

Question n°1

Construire le point C', symétrique du point C par rapport à (d) avec l'équerre non graduée.





Explique pourquoi tu es certain(e) que ta construction est valable.

Dans la question n°1, l'instrument autorisé, une équerre non graduée, combine les fonctions de deux instruments théoriques : l'équerre et la règle. La construction peut donc être réalisée grâce à des tracés de traits droits et d'angles droits.
Pour la construction du symétrique du point C par rapport à la droite (d) à l'équerre non graduée, un programme de construction, formulé en langage géométrique, pourrait être le suivant :

1. Tracer le segment [A'B']
2. Tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point C. Nommer cette droite (Δ)
3. Le point C' est le point d'intersection de la droite (Δ) avec le segment [A'B']

Des instructions en langage technique géométrique donnent ce programme de tracé :

1. Placer un côté de l'équerre sur les points A' et B'
   Tracer de B' à A'
2. Prendre l'équerre
   Placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) et l'autre sur le point C
   Tracer le long de l'équerre du point C jusqu'à la droite (d)
   Nommer E l'extrémité du segment tracé située sur (d)
   Prolonger le segment [CE] de l'autre côté de (d) :
   - placer un côté de l'équerre sur le segment [CE], avec une partie de l'autre côté de (d),
   - tracer à partir du point E le long de ce côté, en allant au-delà du segment [A'B']
3. Nommer C' le point d'intersection de (CE) et [A'B']

En prenant appui sur les définitions et propriétés notées dans le cours des élèves, la construction pourrait être justifiée de la façon suivante :

1. C appartient au segment [AB] donc A, C et B sont alignés ; or la symétrie axiale conserve l'alignement, donc A', B' et C' sont alignés, donc C' appartient à la droite (A'B') et même au segment [A'B'].
2. C' est le symétrique du point C par rapport à la droite (d) donc (d) est la médiatrice de [CC'], d'après la définition : « Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d) est le point A' tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment [AA'] ». Or, par définition, la médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu du segment et qui est perpendiculaire au segment, donc (d) est perpendiculaire à [CC'].
3. C est donc le point d'intersection de la perpendiculaire à (d) passant par C et de la droite (A'B').

Dans l'évaluation des productions des élèves, nous considérons comme incorrectes les constructions qui ne respectent pas la contrainte instrumentale. Cela peut apparaître par des traits de compas et également dans les explications par l'évocation d'un report de longueur au compas ou par la mesure. Une construction est estimée correcte si :

- les points A', C' et B' sont alignés : le segment [A'B'] (ou une partie) doit donc être tracé,
- (CC') est perpendiculaire à (d).

La perpendicularité peut avoir été codée, mais pas nécessairement. Elle peut aussi être obtenue de façon perceptive sans utilisation correcte de l'angle droit de l'équerre. Si cette propriété n'est pas mentionnée dans les explications de l'élève, nous évaluerons sa prise en compte dans une finalité graphique.
Dans les explications de la validité de la construction, doivent apparaître les propriétés de perpendicularité et d'alignement. Nous considérons que ces propriétés sont prises en compte, autrement qu'en acte, s'il y est fait allusion dans les explications, qui peuvent donc contenir des implicites ou être mal formulées.

2. Analyse des productions des élèves à la question n°1

Constructions

Sur les 24 constructions, 10 sont incorrectes dont 5 du fait, notamment, de l'usage du compas en plus de l'équerre. Parmi les 10 élèves ayant réalisé une construction incorrecte, 4 n'ont pas pris en compte la perpendicularité et les 6 autres n'ont pas pris en compte l'alignement. 14 constructions, dont celles de l'élève M et de l'élève Bm, peuvent être considérées comme correctes dans une finalité graphique, avec une marge d'erreur de deux degrés au niveau de la précision de l'angle droit, pour certaines productions.
Nous présentons les résultats dans un tableau dans lequel la case où se situe l'élève M est grisée et celle où se situe l'élève Bm est marqué d'un point (●). Nous ferons de même par la suite pour l'analyse des productions des autres questions.

Prise en compte de la perpendicularité et de l'alignement dans les constructions n°1

Élève M
Élève Bm ●

		Perpendicularité		
		OUI	NON	**Total**
Alignement	OUI	14 ●	6	**20**
	NON	4	0	**4**
	Total	**18**	**6**	**24**

Explications

Prise en compte de l'alignement

Sur les 24 constructions, 20 élèves ont placé le point C' sur la droite (A'B'). Parmi eux, 4 seulement font allusion à cet alignement dans les explications qu'ils donnent :

- 3 évoquent la propriété de conservation de l'alignement de la symétrie axiale :
  * 2 de façon explicite : l'élève M (« La symétrie conserve les alignements et là on peut le constater avec le segment [AB] et le segment [A'B'] ») et un autre élève (« la symétrie axiale conserve l'alignement »)
  * 1 de façon implicite : « C' est obligatoirement sur la droite A'B' car cette droite est le symétrique de [AB] »
- 1 décrit la contrainte prise en compte : « C' appartient au segment [A'B'] ».

L'élève Bm ne fait pas allusion à l'alignement dans ses explications. Elle l'a pris en compte seulement en acte comme 15 autres élèves de la classe.

Prise en compte de la perpendicularité

La perpendicularité des droites (CC') et (d) apparaît sur 18 constructions. Aucune allusion n'y est faite dans les explications ni dans le codage de l'angle droit pour 5 d'entre elles, dont celle de l'élève Bm. L'angle droit est codé sur 3 constructions, dont celle de l'élève M, sans qu'il en soit fait mention à l'écrit. Les 10 constructions restantes évoquent la perpendicularité de différentes manières dans les explications données :

- 3 formulations sont données dans un langage géométrique correct avec l'expression de la perpendicularité entre (CC') et (d)
- 1 formulation est incomplète : « C' est sur la perpendiculaire de (d) »
- 5 mentionnent la présence d'un angle droit et parmi celles-ci 3 ajoutent des éléments pour le localiser, exprimés dans un langage géométrique incorrect : « Il y a un angle droit sur l'axe de symétrie », « À l'intersection de la droite (CC') par rapport à la droite (d), il y a un angle droit », « J'ai tracé l'angle pour qu'il soit droit par rapport à la droite (d) »
- 1 exprime la présence de l'angle droit en donnant une étape de tracé formulée dans un langage technique géométrique : « J'ai longé mon équerre contre la droite (d) ».

Le tracé de la perpendiculaire à la droite (d) passant par C n'est pas réalisé dans 6 constructions. Un élève semble utiliser la conservation des angles par symétrie axiale : il a construit le deuxième côté de l'angle droit de côté [CB] qui intersecte (d) en un point et a placé C' comme projeté orthogonal de ce point sur [A'B'] avec une imprécision de 5°. Sur les 5 constructions restantes, 3 placements du point C' ont été réalisés au compas ou avec un report de longueur obtenu visuellement et 2 ont été effectués au jugé.

Bilan pour la classe

Prise en compte de la perpendicularité et de l'alignement dans les explications n°1 :

		Perpendicularité		
		OUI	NON	**Total**
Alignement	OUI	2	1	**3**
	NON	6	5 ●	**11**
	Total	**8**	**6**	**14**

Constructions correctes

		Perpendicularité		
		OUI	NON	**Total**
Alignement	OUI	0	1	**1**
	NON	2	7	**9**
	Total	**2**	**8**	**10**

Constructions incorrectes

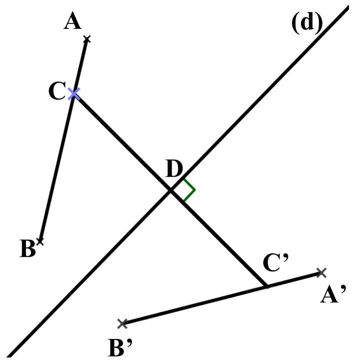
Production de l'élève Bm

Dans ses explications, l'élève Bm ne mentionne pas les propriétés géométriques qu'elle a mises en œuvre en acte dans sa construction avec l'équerre. En réponse à la consigne « Explique pourquoi tu es certaine que ta construction est valable », elle écrit : « Cette construction n'est pas valable car quand on prend la mesure [AC] et [A'C'], [AC] est plus grand que [A'C']. » Elle a donc utilisé sa règle graduée pour réaliser une vérification géométrique : la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point C devrait couper le segment [A'B'] symétrique du segment [AB] par rapport à (d) en un point C' tel que la longueur AC soit égale à la longueur A'C'. Or, elle constate que ce n'est pas le cas dans ses tracés : le segment [AC] a en effet une longueur de 1 cm et le segment [A'C'] une longueur de 0,85 cm. Pourtant, une vérification à l'équerre montre que les droites (d) et (CC') se coupent bien en angle droit, et visuellement, le point C' est bien placé sur le segment [A'B'], symétrique du segment [AB] par rapport à la droite (d). La construction de l'élève Bm est donc valable dans une finalité géométrique alors qu'elle ne l'est pas dans une finalité graphique : cela est dû à la précision permise par les instruments matériels (épaisseur des traits). L'élève Bm n'a cependant pas su lever la contradiction apparente : on lui demande d'expliquer pourquoi sa construction est valable alors que ses mesures indiquent qu'elle ne l'est pas. Elle nous avait questionnée à ce propos pendant l'évaluation et nous lui avions répondu d'écrire l'explication qui lui semblait convenir. Il aurait fallu qu'elle fasse abstraction de l'imprécision pour défendre la justesse de sa démarche. Ainsi, l'élève Bm ne se place pas dans la démarche de preuve attendue pour expliquer sa construction : elle contrôle de façon instrumentée une propriété géométrique (égalité de longueurs) déduite des propriétés issues de son procédé de construction (alignement et perpendicularité), alors qu'il était attendu qu'elle énonce les conditions nécessaires et suffisantes qui permettent d'affirmer, dans une finalité géométrique, que le point C' est bien le point symétrique du point C par rapport à la droite (d).

Production de l'élève M

Exercice I, question n°1 :
Explique pourquoi tu es certaine que ta construction est valable.

Réponse de l'élève M :
« La symétrie conserve les alignements et là, on peut le constater avec le segment [AB] et le segment [A'B']. »



La construction réalisée par l'AVS suivant les instructions de l'élève M est correcte, comme treize constructions d'élèves de la classe. Dans ses explications écrites, l'élève M mentionne la propriété de conservation de l'alignement de la symétrie axiale qui permet d'expliquer que le point C' se trouve sur le segment [A'B'], son explication n'est cependant pas complète puisqu'elle ne parle ni du point C, ni du point C'. En outre, dans sa formulation, l'élève M ne se place pas dans une démarche de preuve en énonçant une propriété géométrique qui justifierait sa construction. En effet, elle se contente de contrôler visuellement que la condition d'alignement qu'elle a utilisée dans son procédé de construction est bien vérifiée graphiquement. Par ailleurs, la propriété de perpendicularité n'est pas évoquée dans les explications de l'élève M, ce qui semblerait signifier, si l'on ne s'en tient qu'au texte produit, qu'elle ne considère pas cette condition comme nécessaire. Ce n'est probablement pas le cas puisque cette propriété apparaît dans le codage de l'angle droit et qu'elle a aussi été mise en œuvre dans le programme de tracé donné à l'AVS.

4 min 25 ont été nécessaires à l'élève M pour traiter cette question n°1. La lecture de l'énoncé se déroule comme prévu, l'AVS accompagne bien son discours de gestes déictiques (pointage des points B', B et C, parcours du segment [AB] et de l'axe de symétrie (d)). Elle prend ensuite l'instrument autorisé dans la question, l'équerre non graduée, et rappelle à l'élève M ce qu'elle doit faire (lui « donner des instructions ») et ce qu'elle peut faire (« se servir du brouillon » et « toucher l'instrument »). L'élève M pose alors deux questions à l'AVS, l'une à propos des traits de construction et l'autre à propos des instruments autorisés :

8. M : Mais euh, est-ce que on peut tracer des segments qui normalement ne doivent pas y être, comme euh AB ?
9. AVS : Oui
10. M : Mais, on n'a pas l'droit au compas pour les mesures ?
11. AVS : Que l'équerre non graduée // *Elle pointe cette consigne sur l'énoncé.*

Bien que les élèves puissent trouver réponses à ces questions dans les consignes données au départ, plusieurs nous ont aussi posé individuellement ce même type de questions, auxquelles nous avons également répondu. La demande d'utilisation du compas ou de la règle graduée est liée à la technique de construction que les élèves ont travaillée en classe pour obtenir le symétrique d'un point par rapport à une droite, avec la construction d'une perpendiculaire et un report de longueur. Il se peut que les cinq élèves qui n'ont pas respecté l'obligation de tenir compte de la contrainte instrumentée (utilisation de l'équerre non graduée seulement) aient fait une lecture superficielle de l'énoncé, mais il se peut aussi qu'ils l'aient fait sciemment, ne sachant pas comment réaliser leur construction autrement. Cette possibilité n'a pas été laissée à l'élève M puisque nous avons demandé à l'AVS de veiller à ce que seuls les instruments autorisés soient utilisés.

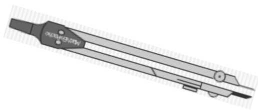
L'élève M demande tout d'abord le tracé du segment [A'B'] avec une incorrection dans sa formulation : elle parle du « segment A' et B' » (12) au lieu du « segment A'B' » ou du « segment d'extrémités A' et B' ». Ses instructions conduisent ensuite au tracé de la perpendiculaire à (d) passant par le point C. Pour cela, elle commence par indiquer la zone limitée par la droite (d) dans laquelle devra être placée l'équerre, en y posant sa main à plat et en ajoutant qu'il s'agit de « la zone du segment [AB] » (14). Elle ne formule pas le fait que la zone considérée est limitée par la droite (d), cette information est seulement transmise par son geste déictique de la main. Elle formule ensuite le positionnement de l'équerre de façon précise dans un langage technique géométrique, accompagne sa demande de tracé de « C jusqu'à la droite (d) » (22) par un geste iconique qu'elle réalise le long de l'équerre, nomme D l'extrémité du segment tracé, puis elle demande le codage de l'angle droit. Elle donne enfin l'instruction de « prolonger CD pour que ça atterrisse sur le segment A' et B' » (28). Le terme « atterrir » est de la langue courante et suggère aussi que le prolongement s'arrête sur le segment [A'B']. C'est de toute évidence ce que veut l'élève M et également ce que trace l'AVS. La représentation de la perpendiculaire ne va donc pas de part et d'autre du segment [A'B']. L'élève M considère malgré tout dans son discours le point C' obtenu comme un « point d'intersection » (30) en laissant implicites les objets géométriques dont il est le point d'intersection : la perpendiculaire à (d) passant par C et le segment [A'B']. Ainsi, les propriétés d'alignement et de perpendicularité ont donc bien été considérées par l'élève M dans sa technique de construction.

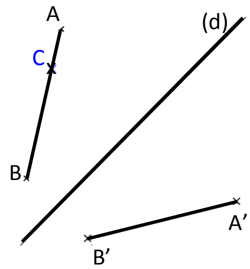
B. Exercice I, question n°2

1. Analyse a priori

Question n°2

Construire le point C’, symétrique du point C par rapport à (d) avec le compas.





Explique pourquoi tu es certain(e) que ta construction est valable.

Dans la question n°2, l’instrument autorisé est le compas. La construction peut donc être réalisée grâce à des tracés d’arcs de cercle.
Pour la construction du symétrique du point C par rapport à la droite (d) au compas, une première technique consiste à tracer un arc de cercle intersectant le segment [A’B’]. Différents tracés d’arc sont possibles :

- un arc de cercle de centre B’ et de rayon BC,
- un arc de cercle de centre A’ et de rayon AC,
- un arc de cercle de centre P et de rayon PC, avec P un point de (d).

Le programme de tracé en langage technique géométrique correspondant à l’instruction en langage géométrique « Tracer un arc de cercle de centre B’ et de rayon BC coupant le segment [A’B’] » peut être :

1. Prendre l’écartement BC avec le compas : piquer la pointe sur B, mettre la mine sur C
2. Piquer la pointe sur B’ et tracer un arc qui coupe le segment [A’B’]
3. Nommer C’ le point d’intersection de l’arc avec le segment [B’A’]

Une deuxième technique consiste à tracer deux arcs de cercle sécants parmi ceux énoncés dans la première technique, se coupant en un point C’ dans le demi-plan de frontière (d) où se situe A’.
La première technique est moins coûteuse, elle se réduit à un seul tracé puisque le segment [A’B’] est déjà présent. La conservation de l’alignement de la symétrie axiale permet d’expliquer que C’ appartient à la droite (A’B’), comme dans la question n°1.
Le tracé d’un des arcs de cercle introduits précédemment met en jeu la propriété de conservation des longueurs de la symétrie axiale : le symétrique d’un segment est un segment de même longueur. Lorsque le centre P de l’arc est choisi sur l’axe de symétrie (d), la remarque suivante du cours permet d’affirmer que le symétrique du point P est le point P lui-même : « Si un point appartient à une droite, alors son symétrique par rapport à la droite est le point lui-même » et donc les segments [PC] et [PC’] sont symétriques et doivent avoir la même longueur.
Nous considérons comme correctes les constructions où le point C’ appartient au segment [A’B’] et où l’égalité des longueurs AC et A’C’ apparaît et a été obtenue par un report de longueur au compas. Les traits de compas et trous dans la feuille permettent de retrouver quels reports de longueurs ont été faits même lorsqu’ils ne sont pas explicités, ce qui permet de valider les constructions dans une finalité géométrique.
Dans les explications de la validité de la construction doivent apparaître les propriétés d’égalité de longueurs et d’alignement. Comme pour la question n°1, nous considérons que ces propriétés sont prises en compte, autrement qu’en acte, s’il y est fait allusion dans les explications, qui peuvent donc contenir quelques implicites ou être mal formulées.

2. Analyse des productions des élèves à la question n°2

Constructions

Sur les 24 constructions, 1 n'est pas réalisée et 3 sont incorrectes (1 n'a pas pris en compte la conservation des longueurs et les 2 autres n'ont pas pris en compte l'alignement). Les 20 autres constructions, dont celles de l'élève M et de l'élève Bm, peuvent être considérées comme correctes dans une finalité géométrique.

Prise en compte de l'égalité de longueurs et de l'alignement dans les constructions n°2

Élève M
Élève Bm ●

		Égalité de longueurs		
		OUI	NON	**Total**
Alignement	OUI	20 ●	1	**21**
	NON	2	0	**2**
	Total	**22**	**1**	**23**

Explications

Prise en compte de l'alignement

Sur les 23 constructions réalisées, 21 élèves ont placé le point C' sur le segment [A'B']. Parmi eux, 15 ont utilisé l'alignement en acte seulement. Les 5 autres évoquent cet alignement dans les explications qu'ils donnent, 3 d'entre eux l'avaient déjà fait dans la question n°1 :

- 1 énonce la propriété de conservation de l'alignement de la symétrie axiale
- 4 donnent la contrainte prise en compte (« C' appartient au segment [A'B'] / à la droite A'B' »)

Ni l'élève M, ni l'élève Bm n'évoquent l'alignement de façon explicite.

Prise en compte de l'égalité de longueurs

Sur les 23 constructions réalisées, 22 élèves ont effectué un report de longueur au compas par le tracé d'un arc de cercle de centre un point de l'axe de symétrie (9 tracés), d'un arc de centre B' (8 tracés) ou d'un arc de centre A' (5 tracés). Le 23$^{\text{ème}}$ élève a tracé un arc de cercle de centre C coupant le segment [A'B'].
Parmi les 22 productions où un report de longueur a été effectué, 13 n'évoquent pas la conservation des longueurs :

- 4 n'apportent aucune explication à ce propos,
- 2 font allusion à la précision permise par le compas, probablement en comparaison avec l'utilisation des graduations d'une règle : « Avec le compas, on sait mieux placer les points », « Avec le compas, on ne peut pas se tromper »,
- 1 écrit est illisible, celui de l'élève dysgraphique,
- 6 décrivent une partie de leur action avec le compas, non suffisante pour y interpréter un report de longueur : « J'ai mesuré avec le compas », « Je me suis servi de la droite (d) comme point pour planter ma mine de compas », « J'ai pointé sur C et j'ai tracé C' », « J'ai la longueur de B pour aller à C », « grâce à mon arc », « J'ai pris mon compas, j'ai pointé la mine sur C et j'ai fait un arc de cercle sur le segment [B'A'] comme ils sont le symétrique des points AB ».

Sur les 9 productions restantes :

- 4 explications sont formulées dans un langage géométrique :
  * correct pour 1 élève : « les segments [CB] et [C'B'] ont la même longueur et [A'C'] et [AC] ont la même longueur aussi »

* presque correct pour l'élève M, qui mentionne par ailleurs la propriété utilisée : « la symétrie conserve les longueurs et là, on constate que A' et C' = distance de A et C. B' et C' = distance de B et C »
* incorrect pour 2 élèves : « C et C' sont à la même distance que B ou B' », « C' est à la même longueur du point A' comme le point C qui est à la même longueur du point A »

- 5 explications sont rédigées dans un langage technique géométrique manquant plus ou moins de précision : « J'ai placé le compas sur [CB] avec la mesure, je l'ai mis sur B' puis j'ai fait un arc de cercle pour avoir le point C' », « Je pique la mine du compas sur le point C et je fais un arc de cercle sur l'axe de symétrie. Je pique la mine du compas sur le 1^{er} arc de cercle je fais un deuxième arc de cercle puis je place le point C' au croisement de l'arc de cercle », « Si je prends le compas à A et que je le mets à C, je laisse la même longueur puis je le mets à A' et l'autre sera forcément sur C' », « Il y a le même écartement de compas entre C et A », « Je n'ai pas mis un autre écartement sur mon compas »

Bilan pour la classe

Prise en compte de l'égalité de longueurs et de l'alignement dans les explications n°2 :

		Égalité de longueurs		
		OUI	NON	**Total**
Alignement	OUI	1	3	**4**
	NON	7	9 ●	**16**
	Total	**8**	**12**	**20**

Constructions correctes

		Égalité de longueurs		
		OUI	NON	**Total**
Alignement	OUI	0	1	**1**
	NON	1	1	**2**
	Total	**1**	**2**	**3**

Constructions incorrectes

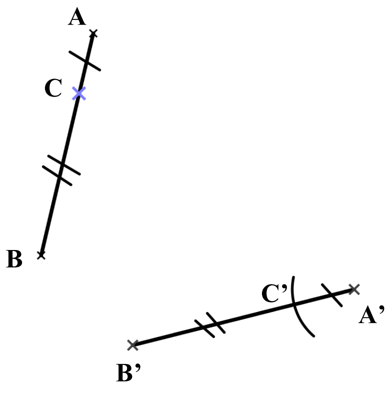
Production de l'élève Bm

L'élève Bm fait partie des neuf élèves qui ont réussi leur construction et qui, dans leurs explications, n'explicitent pas les propriétés utilisées. En réponse à la consigne « Explique pourquoi tu es certaine que ta construction est valable », l'élève Bm a écrit : « car [AB] est le symétrique de [A'B'], car C est le symétrique de C' ». Ainsi, l'élève Bm, qui a tracé un arc de cercle de centre A' et de rayon AC coupant le segment [A'B'], laisse beaucoup d'implicites dans ses explications. Pour justifier de l'appartenance du point C' au segment [A'B'], il lui faudrait préciser la prise en compte de la condition d'appartenance du point C au segment [AB]. Par ailleurs, elle n'évoque pas le report de longueur qu'elle a effectué.

Production de l'élève M

Exercice I, question n°2 :
Explique pourquoi tu es certaine que ta construction est valable.

Réponse de l'élève M :
« La symétrie conserve les longueurs et là, on constate que A' et C' = distance de A et C.
B' et C' = distance de B et C. »



L'élève M fait partie des sept élèves qui ont réussi leur construction et qui, dans leurs explications, parlent d'égalité de longueurs mais pas d'alignement. Elle mentionne en effet la conservation des longueurs de la symétrie. Elle a utilisé cette propriété dans sa construction pour obtenir l'égalité AC = A'C', cependant elle l'exprime en disant que « là, on constate que A' et C' égale distance de A et C ». Ainsi, elle confond dans sa formulation la propriété géométrique utilisée pour construire avec une propriété constatée sur le graphique. Le terme « constater » employé, comme dans la question précédente, laisse penser en effet qu'elle observe visuellement cette égalité en se plaçant dans une finalité graphique et non qu'elle l'utilise pour réaliser sa construction. Elle demande ensuite à l'AVS de réaliser le codage de cette égalité, puis aussi celui de CB = C'B' et ajoute dans l'explication « B'et C' égale distance de B et C ». Il s'agit bien là d'un constat sur le graphique : il ne peut donc tenir lieu d'explication de la construction.

L'élève M a traité la question n°2 en 3 min 41. Pour commencer, l'AVS enlève l'équerre de l'espace de travail, y pose le compas et lit l'énoncé en l'accompagnant de gestes déictiques comme pour la question n°1. L'élève M s'assure qu'elle n'a pas droit à l'équerre avant de démarrer son programme de tracé. Elle utilise un langage technique géométrique pour mener à la construction d'un arc de cercle de centre A' et de rayon AC. L'AVS l'amène à apporter des précisions dans ses instructions à deux reprises. La première fois, elle répète de façon interrogative ce qui lui est demandé, pour la prise de l'écartement du compas :

> 52. M : On va piquer sur A jusque C.
> 53. AVS : piquer sur A // *Elle place la pointe du compas sur A.* Piquer sur A jusque C ?
> 54. M : Oui, que la mine du compas, euh la mine du crayon soit sur C.

La seconde fois, elle propose de faire l'arc de cercle de centre A' ailleurs que là où il est attendu alors que l'élève M ne précise pas où cet arc de cercle doit être construit. L'AVS agit ainsi comme convenu, en renvoyant à l'élève M ses instructions sous forme interrogative ou en faisant ce qui est le moins probable. Cela produit les effets attendus, c'est-à-dire un apport de précisions de la part de l'élève M. Après le tracé de l'« arc de cercle sur le segment A' et B' » (58), l'élève M demande de « le nommer C' ». Cette formulation laisse entendre que C' est l'arc de cercle qui vient d'être tracé. L'AVS ne relève pas l'implicite sur ce qui est à nommer et elle écrit bien « C'» à côté du point d'intersection obtenu entre [A'B'] et l'arc de cercle tracé.

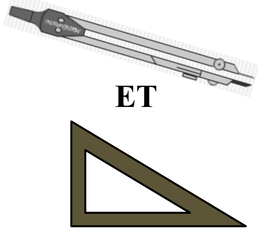
C. Exercice I, question n°3

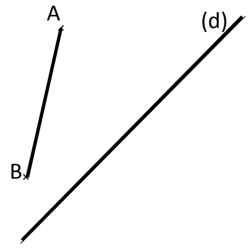
1. Analyse a priori

Question n°3

Construire le point A', symétrique du point A par rapport à (d) avec le compas et l'équerre <u>non</u> graduée.

Décrire les étapes de la construction.





Dans la question n°3, deux instruments doivent être utilisés : l'équerre non graduée et le compas. La construction doit donc être réalisée grâce à des tracés de traits droits, d'angles droits et d'arcs de cercle.

Pour la construction du symétrique du point A par rapport à la droite (d) à l'équerre non graduée et au compas, un programme de construction, formulé en langage géométrique, pourrait être le suivant :

1. Tracer la perpendiculaire à (d) passant par A.
   Nommer cette droite (Δ) et E le point d'intersection de (d) et de (Δ).
2. Tracer un arc de cercle de centre E et de rayon AE qui coupe la droite (Δ) dans le demi-plan de frontière (d) ne contenant pas le point A.
3. A' est le point d'intersection de l'arc de cercle avec la droite (Δ).

Des instructions en langage technique géométrique donnent ce programme de tracé :

1. Prendre l'équerre.
   Placer un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) et l'autre sur le point A.
   Tracer le long de l'équerre du point A jusqu'à la droite (d).
   Nommer E l'extrémité du segment tracé située sur (d).
2. Prolonger le segment [AE] de l'autre côté de (d) :
   - placer un côté de l'équerre sur le segment [AE], avec une partie de l'autre côté de (d),
   - tracer à partir du point E le long de ce côté (en allant suffisamment loin).
3. Prendre l'écartement EA avec le compas en mettant la pointe sur E et la mine sur A.
   Piquer la pointe sur E et tracer un arc de cercle qui coupe la droite (AE) dans le demi-plan limité par (d) et ne contenant pas le point A.
   Nommer A' le point d'intersection obtenu.

La justification de cette technique de construction s'appuie sur deux définitions abordées en cours et données à apprendre aux élèves :

- la définition du symétrique d'un point par rapport à une droite : « Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d) est le point A' tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment [AA'] »,
- la définition de la médiatrice d'un segment : « la médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu du segment et qui est perpendiculaire au segment. »

Dans l'évaluation des productions des élèves, nous considérons comme incorrectes les constructions qui ne respectent pas la contrainte instrumentale. Un trait de compas doit apparaître pour le report de longueur. La perpendicularité ne doit pas être obtenue de façon perceptive sans utilisation correcte de l'angle droit de l'équerre. Si cette propriété n'est pas mentionnée dans la description des étapes écrites par l'élève, que ce soit sous forme d'un programme de construction ou de tracé, nous évaluerons sa prise en compte dans une finalité graphique.
Dans la description des étapes de construction devront apparaître la propriété de perpendicularité et celle d'égalité de longueurs, formulées en langage géométrique ou en langage technique géométrique. Contrairement aux questions n°1 et n°2, ne seront validées que les expressions complètes et syntaxiquement correctes. Dans les deux premières questions en effet, nous ne souhaitions évaluer que la capacité des élèves à entrer dans une démarche de preuve par leur repérage des conditions nécessaires et suffisantes utilisées dans leurs constructions avec les instruments. Il n'est pas attendu des élèves de sixième qu'ils sachent rédiger une preuve de façon correcte, en revanche, il est attendu qu'ils sachent mettre en œuvre et communiquer un programme de construction : c'est ce que nous évaluons dans les questions 3 et 4, avec la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite.

2. Analyse des productions des élèves à la question n°3

Constructions

Sur les 24 constructions, 1 n'est pas réalisée, 2 ne respectent pas les contraintes instrumentales (un élève n'utilise que le compas et un autre ne l'utilise pas) et 6 autres sont incorrectes : la perpendicularité n'a pas bien été prise en compte dans 7 productions sur les 8 productions incorrectes et seulement 4 ont bien effectué un report de longueur au compas.
15 constructions, dont celles de l'élève M et de l'élève Bm, peuvent être considérées comme correctes dans une finalité géométrique, d'après les traits de construction et la description qui en est faite.

Prise en compte de la perpendicularité et de l'égalité de longueurs dans les constructions n°3

Élève M (case grisée)
Élève Bm ●

		Perpendicularité		
		OUI	NON	**Total**
Égalité de longueurs	OUI	15 ●	4	**19**
	NON	1	3	**4**
	Total	**16**	**7**	**23**

Descriptions

Prise en compte de perpendicularité

La droite perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A est tracée dans 16 constructions. La perpendicularité est bien décrite dans 8 productions, en langage géométrique pour 6 élèves et en langage technique géométrique pour 2 élèves (l'élève M et l'élève Bm). Elle est mal exprimée pour 1 élève qui parle de « droite avec angle droit de la droite (d) à partir de A ». Elle est donnée de façon incomplète pour les 7 élèves restants : 3 ne parlent que de la droite (d) et 4 que du point A ; 2 utilisent le terme « perpendiculaire » et les 5 autres décrivent de façon imprécise le positionnement de l'équerre, comme par exemple : « Je prends mon équerre, je la longe contre la droite (d) », « On prend l'équerre et on met jusqu'au A ». Dans 3 constructions incorrectes, l'équerre a permis de tracer une droite orientée perceptivement, avec comme descriptions « tracer l'alignement », « faire un trait assez long », « placer l'équerre sur le point A de façon perpendiculaire » et dans une autre construction l'équerre a été utilisée pour « relier A à A' » une fois A' placé.

Prise en compte de l'égalité de longueurs

19 élèves ont utilisé le compas pour faire un report de longueur. 3 l'expriment correctement en langage géométrique (1 élève) et en langage technique géométrique (l'élève M et un autre). Les 16 autres (dont l'élève Bm) donnent une description imprécise. La longueur à reporter, ou l'écartement à prendre au compas, sont exprimés de façon incorrecte (« mesure de A à d », « dimensions de A à d », « écartement entre le point A et la droite (d) », « écartement de A jusqu'à d », « longueur du point A par rapport à l'intersection », « diamètre entre A et la droite », « la même longueur de A ») ou avec des implicites (« la longueur » ou « la distance » sans autre précision, « longueur AD » sans que le point D soit défini ni représenté). 6 élèves parlent de « faire pareil de l'autre côté », de « tracer de l'autre côté » ou de « reporter la longueur de l'autre côté », sans préciser sur quelle droite faire le report, ni à partir de quel point.

Bilan pour la classe

Expression de l'égalité de longueurs et de la perpendicularité dans les descriptions n°3 :

		Perpendicularité		
		OUI	NON	**Total**
Égalité de longueurs	OUI	2	0	**2**
	NON	5 ●	8	**13**
	Total	**7**	**8**	**15**

Constructions correctes

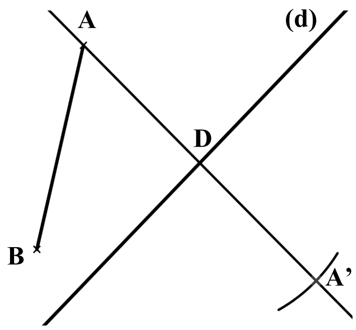
		Perpendicularité		
		OUI	NON	**Total**
Egalité de longueurs	OUI	0	0	**0**
	NON	1	7	**8**
	Total	**1**	**7**	**8**

Constructions incorrectes

Production de l'élève Bm

L'élève Bm réalise une construction correcte ; cependant sa description des étapes, exprimée en langage technique géométrique, est incomplète. Elle décrit bien le premier placement de l'équerre qui permet de construire un angle droit, avec un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) et l'autre passant par le point A, mais elle poursuit en demandant de « tracer puis vérifier avec le compas A et A' ». Ces dernières instructions ne conviennent donc pas. En effet, le lieu du tracé le long de l'équerre reste implicite, de même que le prolongement du tracé à effectuer. Ces implicites apparaissent d'autant plus facilement que l'élève Bm écrit sa description de façon différée à la construction avec les instruments, contrairement aux situations de communication réalisées hors classe avec l'élève M. Ensuite, le terme « vérifier » n'est pas approprié : il ne s'agit pas d'une vérification mais d'une construction. Enfin, son instruction ne permet pas de savoir ce qu'il faut construire avec le compas, ni la propriété à mettre en œuvre dans son utilisation.

Production de l'élève M



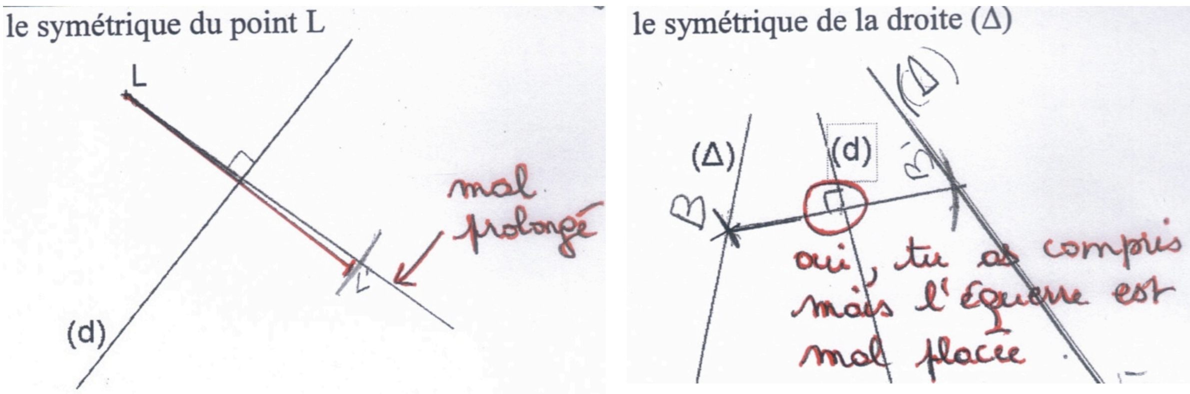
Si la plupart des élèves de la classe sont capables de réaliser la construction du point A', symétrique du point A par rapport à l'axe (d) à l'équerre et au compas, presqu'aucun n'est capable d'en donner une description satisfaisante. Ainsi, parmi les 15 constructions réussies, 2 descriptions sont entièrement correctes, dont celle de l'élève M.

L'élève M prend connaissance de l'énoncé et donne ses instructions à l'AVS en 1 min 49. Elle formule ses instructions dans un langage technique géométrique correct. Elle nomme le point d'intersection de la perpendiculaire à (d) passant par A avec la droite (d), ce qui lui permet d'exprimer clairement le segment à prolonger : [AD], la longueur à reporter : AD, et le lieu du report : la droite passant par A et D. Elle demande de « nommer l'intersection D » en laissant implicites les droites dont il est le point d'intersection ; il n'y a pas d'ambiguïté cependant vu que c'est le seul point d'intersection non nommé de la figure. Un autre implicite apparaît dans la demande de prolongement de [AD] : l'AVS le relève en ne prolongeant pas du côté voulu, ce qui conduit l'élève M à préciser sa demande en donnant la zone du prolongement.

Nous voyons donc dans les résultats obtenus par les élèves à la question n°3 un intérêt manifeste de l'apprentissage et de l'usage d'un langage technique géométrique pour l'élève M. En effet, grâce à ce langage, elle a pu donner des instructions conduisant rapidement à la mise en œuvre d'une technique de construction qu'elle connaissait. Quatorze élèves de sa classe ont su réaliser la construction en mettant en œuvre cette technique de construction mais treize n'ont pas été capables d'en donner un programme complet de construction ou de

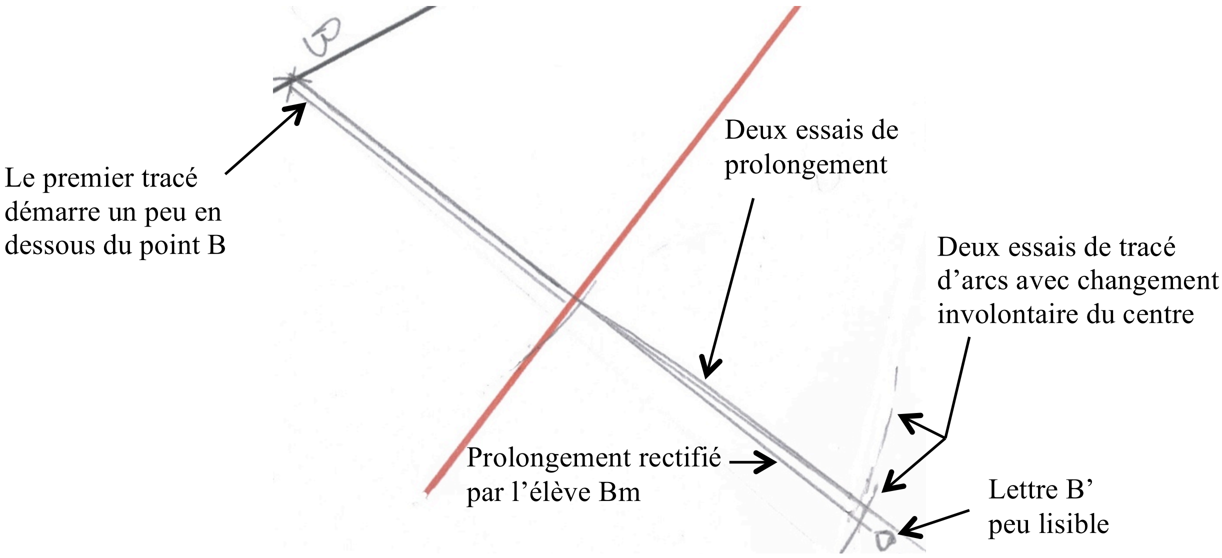
tracé et on peut supposer qu'il en aurait été de même pour l'élève M si le travail hors classe n'avait pas été réalisé.
L'élève M a obtenu rapidement une construction précise et soignée conforme à ses intentions de tracé, grâce aux aides manipulatoires et organisationnelles de l'AVS. On peut aussi supposer qu'il aurait fallu beaucoup plus de temps et de tentatives de tracé aboutissant à un résultat de toutes façons non satisfaisant au niveau graphique si l'élève M avait dû elle-même manipuler les instruments. Si l'on se réfère à l'interrogation écrite faite en classe un mois et demi avant le test, des difficultés manipulatoires apparaissent à travers l'évaluation par l'enseignante des constructions de l'élève M pour le même type de tâches, ainsi qu'en témoignent sa production et les annotations sur sa copie :

Construire, par rapport à la droite (d) :



Extrait de l'interrogation écrite n°6 – Elève M

Le codage de l'angle droit laisse supposer que l'élève M a bien cherché à tracer une droite perpendiculaire à l'axe (d) passant par le point dont elle construisait le symétrique. Cependant, pour le point L, son équerre n'a pas bien été ajustée pour effectuer le prolongement, et pour le point B, elle ne l'a pas été pour obtenir l'angle droit. Les traits de compas témoignent de reports de longueurs corrects. Au final, les constructions de l'élève M sont validées dans une finalité géométrique par la remarque « Oui, tu as compris », mais pas dans une finalité graphique ainsi que lui signalent les appréciations « mal prolongé », « équerre mal placée » et une perte de points sur la note attribuée à ces questions.
Des difficultés manipulatoires sont également apparues lors de la séance 29, dix jours avant le test, lorsque l'élève M a construit le symétrique du point B par rapport à la droite (d) à l'équerre et au compas, en suivant les instructions de l'élève Bm.



D. Exercice I, question n°4

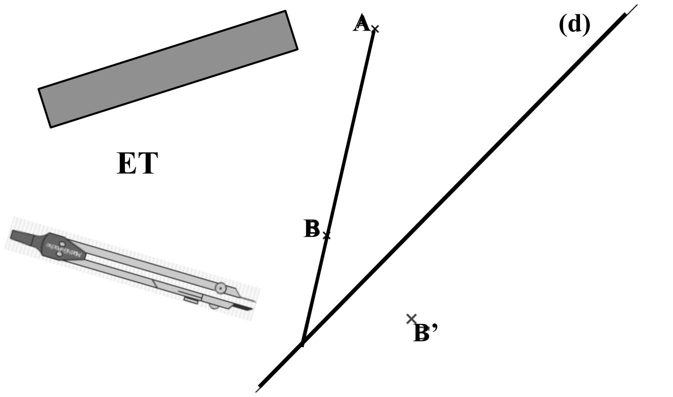
1. Analyse a priori

Question n°4

Le point B’ est le symétrique du point B par rapport à la droite (d).

Construire le point A’ symétrique du point A par rapport à la droite (d) avec la règle <u>non</u> graduée et le compas.

Décrire les étapes de la construction.



Dans la question n°4, deux instruments doivent être utilisés : la règle non graduée et le compas. La construction doit donc être réalisée grâce à des tracés de traits droits et d’arcs de cercle.
Pour la construction du symétrique du point A par rapport à la droite (d) à la règle non graduée et au compas, un programme de construction, formulé en langage géométrique, pourrait être le suivant :

1. Nommer D le point d’intersection de (AB) avec (d)
2. Tracer la demi-droite [DB’)
3. Tracer un arc de cercle de centre D et de rayon AD qui coupe la demi-droite [DB’)
   Remarque : On peut prendre tout autre point de l’axe (d) à la place du point D.
   On peut également tracer un arc de centre B’ et de rayon BA.
4. A’ est le point d’intersection de l’arc de cercle avec la demi-droite [DB’)

Des instructions en langage technique géométrique donnent ce programme de tracé :

1. Nommer D le point d’intersection de (AB) avec (d)
2. Tracer la demi-droite [DB’) avec la règle : placer le bord de la règle sur les points D et B’ et tracer le long, de D à B’ en allant plus loin que B’
3. Piquer la pointe du compas sur D et la mine sur A, laisser la pointe sur D et tracer un arc de cercle qui coupe [DB’)
4. Nommer A’ le point obtenu

Cette construction peut être justifiée par différents résultats du cours des élèves. D’après la remarque « Si un point appartient à une droite, alors son symétrique par rapport à la droite est le point lui-même », on peut déduire que le symétrique du point D est le point D lui-même. Les points D, B et A sont alignés, or « la symétrie axiale conserve l’alignement », donc les points symétriques D, A’ et B’ sont alignés, donc A’ appartient à la droite (DB’). De plus, la symétrie axiale conserve les longueurs (« le symétrique d’un segment est un segment de même longueur »), les segments [DA’] et [DA] doivent donc avoir la même longueur.
Une construction est estimée correcte si :

- la droite (DB’) ou demi-droite [DB’) est tracée
- un trait de compas met en évidence un report de longueur

Dans la description doit être formulé le tracé de la droite (DB’) ou de la demi-droite [DB’) et également le report de longueur. Comme pour la question n°3, ne seront validées que les expressions complètes et syntaxiquement correctes.

2. Analyse des productions des élèves à la question n°4

Constructions

Sur les 24 constructions, 2 ne sont pas réalisées et 13 autres sont incorrectes :

- 6 tracent bien la droite (DB’) mais font un report de longueur incorrect
- 7 font un report de longueur correct au compas, mais ne tracent pas (DB’). L’élève Bm fait partie de ces élèves.

9 constructions, dont celle de l’élève M, peuvent être considérées comme correctes dans une finalité géométrique, d’après les traits de construction et les descriptions qui en sont faites.

Prise en compte de l’égalité de longueurs et utilisation du point d’intersection de (AB) et de (d) dans les constructions n°4

Élève M
Élève Bm ●

		Tracé de (DB’)		
		OUI	NON	**Total**
Égalité de longueurs	OUI	9	7 ●	**16**
	NON	6	0	**6**
	Total	**15**	**7**	**22**

Descriptions

Prise en compte de l’égalité de longueurs

Sur les 22 constructions réalisées, 16 élèves ont utilisé le compas pour faire un report de longueur. Parmi eux, 3 ne le décrivent pas et 13 le formulent de façon plus ou moins correcte :

- 1 le formule correctement en langage géométrique par le tracé d’un cercle dont il donne le centre et le rayon,
- 1 l’exprime en langage technique géométrique correct (l’élève M)
- 11 autres le formulent de façon incomplète et/ou syntaxiquement incorrecte en parlant de report de « longueur entre A et d », de prise d’écartement « de A jusque la droite d » ou « de A et d », de mesure au compas des « dimensions A à (d) », des « points du segment [AB] » ou de « [AB] », de prise de « mesure de A en piquant sur C »

Prise en compte de l’alignement de D, B’ et A’

15 élèves ont tracé la demi-droite [DB’) ou la droite (DB’). 3 élèves ont donné une formulation en langage géométrique correct, dont l’élève M. 13 élèves n’ont pas nommé le point d’intersection de la droite (AB) avec la droite (d), ce qui rend la description plus complexe à réaliser. Cela donne des descriptions imprécises telles « la droite qui coupe d et qui passe par B’ », « la droite qui part de la droite d passant par B’ », des descriptions incomplètes telles « le trait qui passe par B’ », « la droite sur le point B’ ». Des descriptions comportent aussi des implicites : « on se sert de la règle pour aligner les 3 points », « tracer la demi-droite [A’B’] en s’assurant qu’elle est symétrique à la demi-droite [AB) ».

Bilan pour la classe

Expression du report de longueurs et du tracé de la droite (DB’) dans les descriptions n°4 :

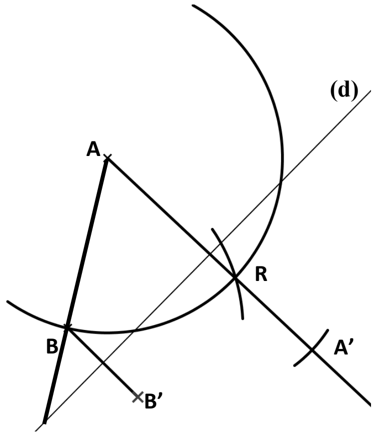
		Tracé de (DB’)		
		OUI	NON	**Total**
Report de longueurs	OUI	2	1	**3**
	NON	1	5	**6**
	Total	**3**	**6**	**9**

Constructions correctes

		Tracé de (DB’)		
		OUI	NON	**Total**
Report de longueurs	OUI	0	0	**0**
	NON	0	13 ●	**13**
	Total	**0**	**13**	**13**

Constructions incorrectes

Production de l'élève Bm

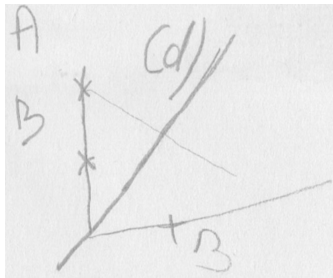


L'élève Bm a construit au compas le point d'intersection de deux arcs de cercle : l'un de centre A et de rayon AB et l'autre de centre B et de rayon AB (nous l'avons nommé R sur la figure ci-contre). Elle a ensuite tracé la demi-droite d'origine A passant par ce point R, puis elle a tracé un arc de cercle de centre P, point d'intersection de (d) et (AR), et de rayon PA, coupant la droite (AR) en A'. Elle a également tracé le segment [BB'], mais elle ne s'en est pas servie pour construire A'.

Une vérification à l'équerre montre que les droites (AR) et (d) sont perpendiculaires : la construction de la perpendiculaire à (d) passant par le point A est donc correcte dans une finalité graphique, mais elle ne l'est pas dans une finalité géométrique, puisque rien dans les données ne permet de la justifier. Cela n'empêche pas l'élève Bm d'en faire une description correcte dans un langage technique géométrique. Le report de longueur est ensuite bien effectué, mais n'est pas décrit.

Production de l'élève M

Parmi les 9 constructions réussies, 2 descriptions sont entièrement correctes, dont celle de l'élève M. Cette dernière prend connaissance de l'énoncé et donne ses instructions à l'AVS en 2 min 49.

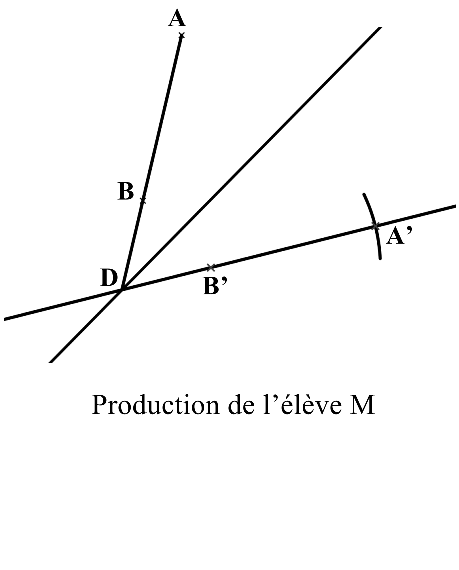


L'élève M réalise tout d'abord un schéma sur le brouillon (voir ci-contre) : elle trace (d), puis [DA), puis le segment dont une extrémité est A et l'autre probablement A', ensuite elle place B et trace [DB). Elle demande alors à essayer sur la figure :

132. M : J'peux essayer de l'faire sans tracer ?
133. AVS : Tu peux prendre la règle pour regarder si tu veux.

Elle positionne la règle sur le point commun à (AB) et (d), et sur le point B'. Peut-être cherche-t-elle à voir si A' se situe visuellement sur cette droite, mieux que cela n'apparaît sur son schéma.

Elle commence alors par nommer D « le point d'intersection de la droite passant par A, B ». Elle omet l'énoncé de la droite intersectée par (AB) si bien que l'AVS lui demande de montrer le point considéré. L'élève M complète donc sa formulation par un geste déictique de pointage qui enlève toute ambiguïté sur le point à nommer. Elle demande ensuite le tracé de la droite (B'D) en exprimant une connaissance sémiotique sur sa représentation (140. M : « B' et D, en prolongeant plus qu'le point, pour qu'ce soit plus loin, ce s'ra une droite. ») Elle termine enfin la construction par un report de la longueur AB sur la demi-droite [DB') qu'elle exprime en langage technique géométrique.



Production de l'élève M

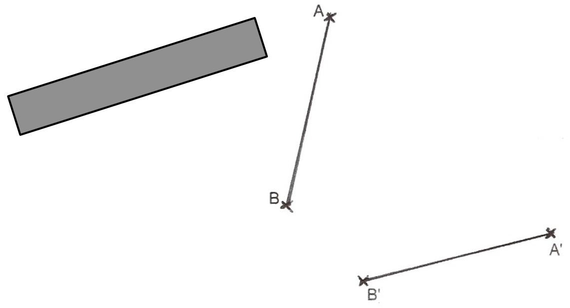
E. Exercice I, question n°5

1. Analyse a priori

Question n°5

Construire un point P appartenant à l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B'] avec la règle non graduée.

Explique pourquoi tu es sûre que le point P appartient bien à l'axe de symétrie des deux segments.



Dans la question n°5, seule la règle non graduée est autorisée. La construction doit donc être réalisée grâce à des tracés de traits droits.

Pour la construction d'un point P appartenant à l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B'] à la règle non graduée, une première technique consiste à tracer le point d'intersection P des droites (AB) et (A'B'). Il faut pour cela avoir repéré que les deux segments n'ont pas la même direction. Un programme de tracé pourrait être :

1. Prolonger le segment [AB] à partir de l'extrémité B. Pour cela, placer la règle sur [AB] et tracer à partir de B
2. Prolonger le segment [A'B'] à partir de l'extrémité B'. Pour cela, placer la règle sur [A'B'] et tracer à partir de B' en allant au delà du prolongement précédent
3. Nommer P le point d'intersection obtenu

Une deuxième technique consiste à tracer le point d'intersection P des droites (AB') et (A'B). Un programme de tracé peut être :

1. Tracer le segment [AB']. Pour cela, placer la règle sur A et B' et tracer de A à B'
2. Tracer le segment [A'B]. Pour cela, placer la règle sur A' et B et tracer de A' à B
3. Nommer P le point d'intersection des segments [AB'] et [A'B]

La propriété qui permet de justifier ces deux constructions est que si deux droites sécantes sont symétriques, alors elles se coupent sur l'axe de symétrie. Ce résultat n'a pas été formulé explicitement dans le cours des élèves, il l'a seulement été dans le travail hors classe que nous avons réalisé avec l'élève M et l'élève Bm (séances 29 et 33).
La remarque du cours « Si un point appartient à une droite, alors son symétrique par rapport à la droite est le point lui-même » peut permettre aux élèves de déduire que le symétrique du point d'intersection d'une droite avec l'axe de symétrie est le point lui-même. La propriété de conservation de l'alignement de la symétrie permet alors de déduire que ce point qui appartient à la droite, appartient aussi à sa droite symétrique.

2. Analyse des productions des élèves à la question n°5

Constructions et explications

7 élèves n'ont pas réalisé la construction. Sur les 17 constructions réalisées, 10 sont incorrectes. Concernant les explications :

- 7 élèves ont placé un point P au jugé : deux expliquent qu'ils l'ont placé au milieu, un assume l'avoir mis « au pif », un précise qu'il l'a placé sur l'axe de symétrie (seulement l'axe est tracé à la règle au jugé), les trois autres n'apportent pas d'explication ;

- 1 n'a pas respecté la contrainte instrumentale et a utilisé le compas ;
- 2 ont mal interprété la consigne en plaçant un point P sur le segment [AB] et un point P' sur le segment [A'B'] ;

7 constructions sont réalisées de façon correcte, dont celles de l'élève M et de l'élève Bm. Concernant les explications :

- 1 élève ne donne aucune explication,
- 1 élève précise que « P est équidistant de A, A', B et B' », ce qui, même bien formulé, n'expliquerait pas la construction,
- 4 élèves donnent un début d'explication en décrivant P comme point d'intersection de [BA'] et [B'A]. Parmi ces élèves, l'élève Bm précise qu'« à chaque fois que l'on trace les diagonales, cela forme un point qui est sur l'axe de symétrie »,
- L'élève M donne une explication complète qui utilise le fait que deux droites symétriques sécantes se coupent sur l'axe de symétrie : « on a prolongé le segment [AB] et le segment [A'B'], or ils sont symétriques. Et en prolongeant ces deux droites nous avons obtenu le point P qui est sur l'axe de symétrie ».

Évaluation de la construction n°5 et des explications

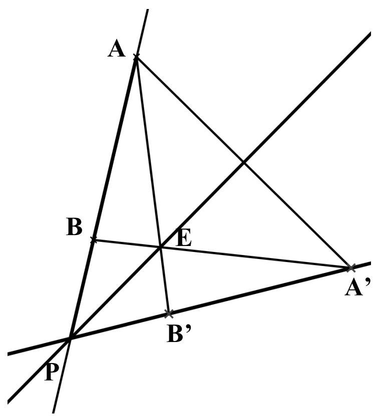
Élève M (case grisée)
Élève Bm •

		Construction correcte de P		
		OUI	NON	**Total**
Explications correctes	OUI	1	0	**1**
	NON	6 •	10	**16**
	Total	**7**	**10**	**17**

Production de l'élève M

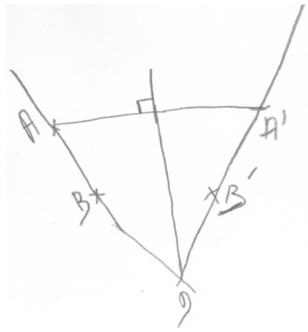
Exercice I, question n°5 :
Explique pourquoi tu es sûre que le point P appartient bien à l'axe de symétrie des deux segments.

Réponse de l'élève M :
« On a prolongé le segment [AB] et le segment [A'B'], or ils sont symétriques. Et en prolongeant ces 2 droites, nous avons obtenu le point P qui est sur l'axe de symétrie. »



Parmi les 7 constructions réussies, une seule est complétée d'une explication correcte, celle de l'élève M. 7 min 36 lui ont été nécessaires pour répondre à cette question n°5. À la lecture de l'énoncé, elle comprend qu'elle doit tracer l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B'] représentés. Elle se rend compte que ce n'est pas ce qui est attendu, une fois l'axe obtenu, au moment où elle relit la consigne pour savoir comment l'axe doit être nommé (190. M : « Ah, faut construire le point P »).
Pour construire l'axe de symétrie, l'élève M donne tout d'abord l'instruction de « prolonger AB ». Elle ne précise pas l'instrument à utiliser mais il n'y a pas spécialement lieu de le faire puisque seule la règle est disponible. Elle ne précise pas non plus que [AB] est un segment, ni de quel côté le prolongement doit être réalisé. L'AVS va l'amener à donner le positionnement de la règle par rapport aux points A et B, ainsi que le lieu du tracé, par une question (153. AVS : « On prolonge // *elle prend la règle*, en faisant comment ? ») et par un placement de règle qui donnerait une ligne brisée en B (*règle placée sur le point B mais pas sur le point A*).
L'élève M répond à la question par un geste déictique de parcours sur le segment [AB], en

allant de A vers B, suivi d'un geste iconique du prolongement à tracer. Puis elle complète cela par un discours (156. M : « En mettant la règle comme ça, pour prolonger ») accompagné de gestes mimétiques : placement approximatif de la règle sur les points A et B et parcours avec l'index du lieu du tracé le long de la règle. L'AVS prolonge le segment [AB] du côté du point A, ce qui amène l'élève M à pointer le lieu du prolongement. « Prolonger AB » revient donc bien pour elle à tracer une ligne droite qui passe par A et B. Dans les explications écrites qu'elle dictera, elle ajoute bien que [AB] est un segment (204. M : « on a prolongé le segment [AB] ») et parle ensuite de la droite obtenue. L'AVS accepte ensuite l'instruction « on va faire pareil avec B' et A' » sans plus de détail pour tracer la droite (A'B').



Ensuite, l'élève M demande de nommer D le point d'intersection et de relier A' et A, puis elle réalise un schéma de la figure au brouillon, en y ajoutant le tracé de l'axe de symétrie (voir schéma ci-contre).
Sur son schéma, l'axe passe bien par le point d'intersection des droites (AB) et (A'B') et semble visuellement être l'axe de symétrie des deux droites.

Elle éprouve des difficultés alors à donner des instructions pour réaliser le tracé de l'axe de symétrie : obtenir l'orientation de cette droite qui passe par le point D à la règle non graduée n'est pas possible sans d'autres traits de construction. L'élève M demande tout d'abord de « tracer de D jusqu'au segment ». Elle montre le tracé par des gestes déictiques et iconiques : avec son index elle pointe le point D et va jusqu'à atteindre le segment [AA'], puis elle recommence le même parcours, avec la tranche de sa main qu'elle déplace. Elle l'exprime en disant qu'« on prolonge en fait le point » et sur le brouillon, elle fait une croix et une ligne qui part de cette croix. Ce que veut tracer l'élève M est formulé avec des implicites (il y a plein de tracés possibles de « D jusqu'au segment », celui qu'elle veut doit passer par le milieu de [AA']) ou est formulé de façon incorrecte (cela n'a pas de sens de « prolonger un point »), mais est très explicite grâce à ses gestes et à son schéma. L'AVS récapitule la demande de l'élève M ainsi :

171. AVS : Bon, je mets la règle sur D, c'est ça que tu m'as dit ?
// *Elle place la règle sur D, mais ne la fait pas passer par le milieu de [AA']*
172. M : Oui.
173. AVS : Et je fais quoi ?
174. M : Attends, parce que // *elle réajuste la règle.* Ah non, ça va faire au jugé, ça va pas.

La règle, visiblement décalée du positionnement attendu mais qui respecte les contraintes énoncées, conduit l'élève M à elle-même réajuster la règle comme elle le souhaite et ce faisant, à prendre conscience qu'elle ne travaille pas dans une finalité géométrique (« Ah non, ça va faire au jugé »). Le dispositif de travail en dyade produit cela, d'une part par la nécessité de donner une instruction précise sur l'orientation à choisir pour la règle sans utiliser de guidage du type « tourne un peu la règle » – l'élève M sait qu'elle n'y a pas droit – d'autre part par les rétroactions que renvoie un positionnement de règle le moins probable, le plus éloigné de ses attentes. Si l'élève M avait dû faire elle-même le tracé, elle aurait orienté directement sa règle au jugé en la faisant passer par D. Le travail en dyade contribue donc à éviter que l'élève M réalise ses tracés dans une finalité graphique.
L'élève M va mettre en œuvre une autre idée ensuite, celle de construire le point E d'intersection de [AB'] et [A'B]. Cette idée fait suite à un essai de placement de règle sur la figure (*règle sur B' et A*) et à un tracé sur le brouillon de deux croix et d'une ligne passant par

ces deux croix. Peut-être ce tracé lui permet-il de s'assurer que les deux points E et D suffiront pour tracer l'axe de symétrie ?
Une fois la droite (DE) tracée et l'énoncé relu, l'élève M pose à l'AVS une question d'ordre mathématique à propos du point P :

190. M : Et on la, ah faut construire le point P. *Elle relit l'énoncé tout bas : « Construire un point P appartenant à l'axe de symétrie »,* mais euh, mais il appartient à l'axe de symétrie mais on sait pas c'est quel point ?
191. AVS : Faut construire un point P qui appartient à l'axe de symétrie.

L'AVS relit simplement l'énoncé en n'apportant ainsi aucune aide mathématique. L'élève M choisit d'abord comme point P le point de (DE) qui se trouve aussi sur le segment [AA'], puis elle change en renommant P le point D, alors qu'elle doit expliquer pourquoi elle est sûre que le point P appartient bien à l'axe de symétrie des deux segments. Il est en effet plus rapide d'expliquer pourquoi ce point d'intersection de (AB) et (A'B') convient. Dans ses explications, elle s'appuie sur le résultat que deux droites symétriques se coupent sur leur axe de symétrie. Elle réinvestit bien de cette façon ce qui a été travaillé avec l'élève Bm hors classe lors des séances 29 et 33.

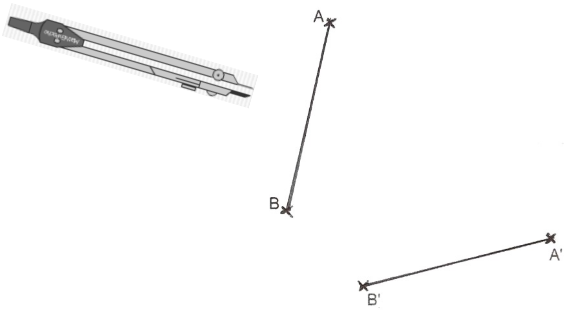
F. Exercice I, question n°6

1. Analyse a priori

Question n°6

Construire un point M appartenant à l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B'] avec le compas.

Explique pourquoi tu es sûre que le point M appartient bien à l'axe de symétrie des deux segments.



Dans la question n°6, seul le compas est autorisé. La construction doit donc être réalisée grâce à des tracés d'arcs de cercle.

Pour la construction d'un point M appartenant à l'axe de symétrie des segments [AB] et [A'B'] au compas, un programme de construction, formulé en langage géométrique peut être :

1. Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon r, avec r supérieur à AA'/2
2. Tracer un arc de cercle de centre A' et de rayon r qui coupe l'arc précédent
3. Nommer le point d'intersection des deux arcs M

Remarque : La même technique peut être réalisée avec les points B et B'.

Un programme de tracé, en langage technique géométrique peut être le suivant :

1. Prendre le compas, piquer en A et placer la mine sur A'
   Laisser la pointe en A et tracer un arc de cercle
2. Piquer en A', garder l'écartement du compas et tracer un arc de cercle qui coupe l'arc précédent
3. Nommer le point d'intersection obtenu M

D’après la propriété « Si un point est équidistant des extrémités d’un segment, alors ce point appartient à la médiatrice du segment » et d’après le résultat « la médiatrice du segment [AA’] est un axe de symétrie de ce segment », on déduit qu’un point équidistant de A et de A’ est sur l’axe de symétrie de [AA’].

2. Analyse des productions des élèves à la question n°6

Constructions et explications

5 élèves n’ont pas réalisé la construction. Sur les 19 constructions réalisées, 13 sont incorrectes. Concernant les explications :

- 10 constructions ne sont pas expliquées dont 5 ont été faites sans respecter la contrainte instrumentale, avec utilisation de la règle
- 1 élève a placé le point M au jugé, il l’explique par : « il est au centre de A’ et de A »
- 2 ont mal interprété la consigne, comme pour la question n°5, en plaçant un point M sur le segment [AB] et un point M’ sur le segment [A’B’]

6 constructions sont réalisées de façon correcte, dont celles de l’élève M et de l’élève Bm. Parmi les 6 élèves, 3 avaient aussi réussi la question n°5. Concernant les explications :

- L’élève Bm ne donne pas d’explication, elle a juste écrit : « M est sur l’axe de symétrie ~~car~~ »
- 2 élèves donnent une explication insuffisante : « car c’est l’intersection », « on trace 4 cercles »
- 3 élèves évoquent l’égalité des distances entre le point M et un point et son symétrique : 2 décrivent l’utilisation du compas : « je prends une mesure au hasard, je fais pareil de l’autre côté », « j’ai mis le même écartement AB » et l’élève M formule l’égalité en langage géométrique : « la distance BM est égale à B’M ».

Évaluation de la construction n°6 et des explications

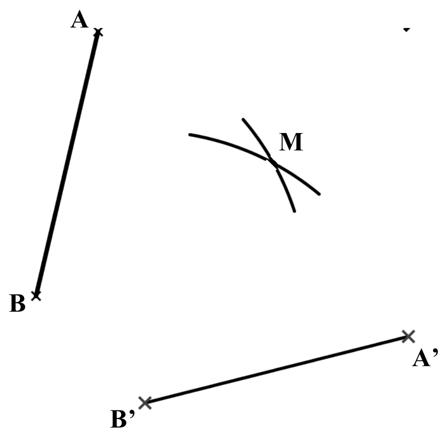
Élève M (case grisée)
Élève Bm ●

		Construction correcte de M		
		OUI	NON	**Total**
Explications correctes	OUI	3	0	**3**
	NON	3 ●	13	**16**
	Total	**6**	**13**	**19**

Production de l’élève M

Exercice I, question n°6 :
Explique pourquoi tu es sûre que le point M appartient bien à l’axe de symétrie des deux segments.

Réponse de l’élève M :
« La distance BM est égale à B’M. »



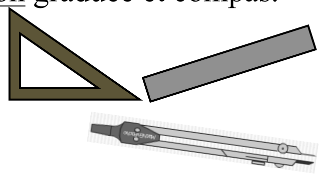
Parmi les 6 constructions réussies, 3 sont complétées d’une explication correcte, dont celle de l’élève M. Pour répondre à cette question, 4 min 05 lui ont été nécessaires.

L'élève M commence par demander le prolongement de AB et réalise immédiatement qu'elle ne peut pas utiliser la règle (218. M : « Donc, on n'a pas l'droit de tracer d'traits comme on n'a pas la règle »). Elle réfléchit, comme pour la question précédente, en s'appuyant sur un schéma des segments [AB] et [A'B'] qu'elle a fait sur le brouillon. Deux minutes sont nécessaires ensuite pour faire la construction et en rédiger les explications. L'élève M formule ses instructions de façon précise, dans un langage technique géométrique pour la construction et dans un langage géométrique pour les explications.

G. Exercice II

1. Analyse a priori

Exercice II : Instruments autorisés : règle <u>non</u> graduée, équerre <u>non</u> graduée et compas.

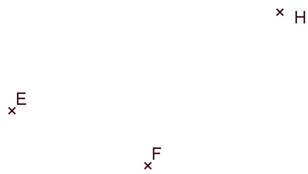


1) Construire le plus possible de points équidistants des points E et F.

2) Construire le plus possible de points situés à la distance FH du point E.

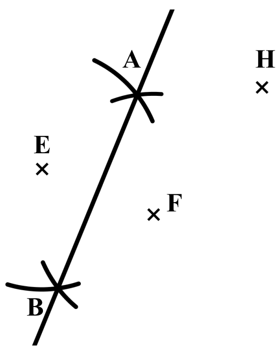
3) R est un point équidistant de E et de F et R est à la distance FH du point E.

   Nombre de points R possibles : ....
   Explique ta réponse.



La règle non graduée, l'équerre non graduée et le compas sont autorisés dans cet exercice. Dans la première question, il est demandé de « construire le plus possible de points équidistants des points E et F ». Les points E et F sont représentés sur le support où de la place est laissée pour la construction. L'élève doit faire appel au résultat suivant : les points équidistants de deux points sont situés sur la médiatrice du segment d'extrémités les deux points. Placer le plus possible de points équidistants de E et F revient donc à tracer la médiatrice du segment [EF]. L'élève ne peut utiliser la définition de la médiatrice de [EF] pour la construire (droite qui passe perpendiculairement par le milieu de [EF]) puisqu'il n'a pas la possibilité d'obtenir le milieu du segment [EF] par la mesure.

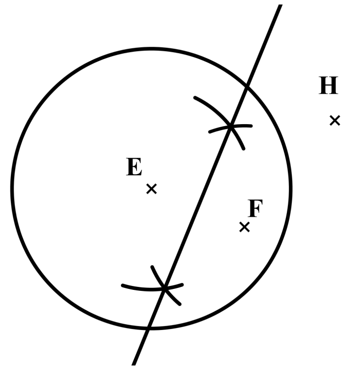
La médiatrice doit donc être obtenue grâce à la construction au compas de deux points équidistants de E et F, nous les nommons A et B, suivi du tracé de la droite (AB). Cette droite est représentée par un trait droit qui va au-delà des points A et B. Les deux points A et B peuvent être construits avec la technique utilisée dans la question n°6 de l'exercice I : chacun des deux points peut être obtenu par le tracé de deux arcs de cercle sécants de rayon strictement supérieur à la moitié de EF, de centre E pour l'un et de centre F pour l'autre. Sur la figure ci-contre, les points A et B ont été placés de part et d'autre du segment [EF], à la distance EF des points E et F.



Dans la deuxième question, il est demandé de « construire le plus possible de points situés à la distance FH du point E ». L'expression « à la distance FH de » est plus complexe à comprendre que s'il avait été donnée une longueur comme « à 4,7 cm de », néanmoins les élèves n'ont pas la possibilité de faire des mesures. Nous avons fait ce choix pour rendre clairement illicite la technique qui consisterait à tâtonner en prenant des mesures avec la règle dans la question II. 1).

L'élève doit faire appel au résultat suivant : les points situés à la distance FH du point E sont sur le cercle de centre E et de rayon FH.
Un programme de tracé peut être le suivant :

1. Prendre l'écartement FH avec le compas (Mettre la pointe sur F et la mine sur H)
2. Piquer la pointe du compas sur le point E et tracer le cercle



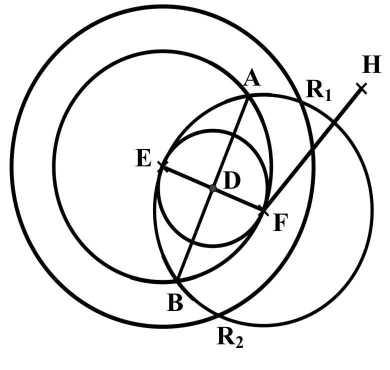
Dans la troisième question, le point R est défini comme point équidistant de E et de F et également à la distance FH du point E. Il faut donner le nombre de points R possibles et expliquer la réponse. L'élève doit déduire que le point R doit être à la fois sur la médiatrice du segment [EF] et sur le cercle de centre E et de rayon FH. Il doit ensuite constater qu'il existe deux points d'intersection du cercle et de la droite pour déduire alors que deux points R sont possibles.

2. Analyse des productions des élèves à l'exercice II

Bilan pour la classe

4 élèves n'ont pas réalisé l'exercice II. Parmi les 20 constructions, figurent 8 tracés de la médiatrice du segment [EF] avec deux points obtenus au compas. 2 élèves ont représenté des points supplémentaires sur cette médiatrice : l'élève Bm et un autre élève qui précise en plus que « toute la médiatrice contient une infinité de points ». Sur la construction de l'élève M, seul le segment [AB] est représenté, ce qui laisse supposer qu'elle ne considère pas toute la droite (AB) comme le premier ensemble de points cherchés, si tel est bien le segment [AB] qu'elle propose en réponse à II. 1). La médiatrice du segment [EF] n'apparaît pas sur les 11 constructions restantes.
Le cercle de centre E et de rayon FH est tracé sur 4 constructions, dont celle de l'élève M. Deux des trois autres élèves avaient bien tracé déjà la médiatrice du segment [EF] et parmi ces deux, l'un donne le bon nombre de points R possibles en expliquant que « son cercle ne croise que deux fois sa droite » ; l'autre écrit qu'il y a une infinité de points possibles. Ainsi, un seul élève répond de façon correcte à II. 3). L'élève Bm n'a pas traité II. 2) ni II. 3).

L'élève M répond de façon incorrecte à II. 3) : deux points R_1 et R_2 sont placés sur sa construction (voir figure ci-contre) à l'intersection du cercle de centre E et de rayon FH et du cercle de centre F et de rayon EF. Ils ne répondent donc pas au problème posé, pas plus que la description qu'elle en donne dans l'explication de sa réponse : « Le cercle de centre E de rayon HF doit se croiser avec le cercle de centre F de rayon EF et aussi le cercle de centre E de rayon EF ».



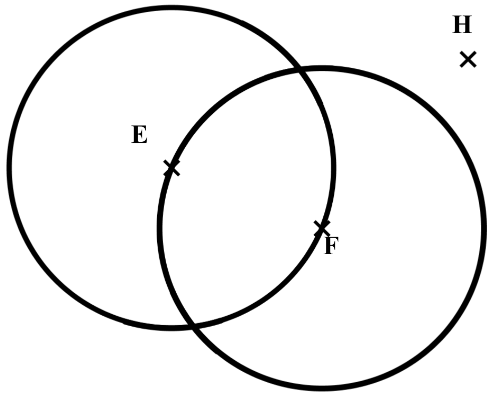
Dans la classe, on obtient les résultats suivants pour l'exercice II :

	Non traité	Incorrect	Correct
II. 1) Ensemble des points équidistants des points E et F	4	12	8 ●
II. 2) Ensemble des points situés à la distance FH du point E	11 ●	9	4
II. 3) Points d'intersection des ensembles précédents	16 ●	7	1

Production de l'élève M

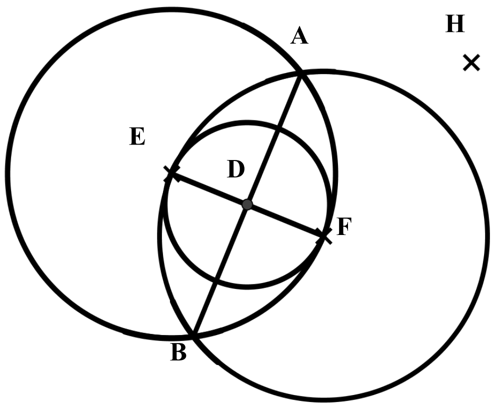
Il est difficile de distinguer, dans certaines productions d'élèves, ce qui relève de traits de construction de ce qui est proposé comme ensemble de points en réponse à II.1) et à II.2). C'est le cas de la production de l'élève M. Pour cette dernière, le visionnement de la vidéo apporte des informations supplémentaires. L'élève M réalise l'exercice en 8 min 07.

Pour la construction du plus possible de points équidistants des points E et F, l'élève M commence par demander la construction des cercles représentés ci-contre et conclut :



> 248. M : Voilà. Donc tous les points équidistants, c'est ceux qui sont sur les deux cercles // *Elle parcourt deux cercles dans l'air au-dessus du tracé.* Ils sont tous à la même distance // *Elle parcourt de A à B,* de E que de F.
> 249. AVS : Tous ? Tous ceux qui sont sur les cercles ? // *Elle parcourt les deux cercles.*

L'intervention de l'AVS conduit l'élève M à s'interroger. Elle questionne l'AVS suite à la relecture de la consigne : « Faut qu'ce soit les deux ? » (252). L'AVS ne répond pas à cette question et l'élève M poursuit en demandant le tracé de [AB], émet le souhait d'effacer les deux cercles, l'AVS précise que ce sont les traits de construction et ne les efface pas. L'élève M termine alors en demandant le tracé du cercle de centre D passant par F, D étant le point d'intersection de [AB] et de [EF].



Les points du segment [AB] sont bien équidistants des points E et F, en revanche, ceux du cercle de diamètre [EF] ne le sont pas et la construction de ce cercle est inutile. Il semble que ce cercle corresponde à ce que l'élève M propose comme ensemble de points pour la question II. 1), cependant, elle ne l'explicite pas.

L'élève M éprouve des difficultés à comprendre la formulation « points situés à la distance FH du point E » dans II. 2). Lors de la passation du test par la classe, plusieurs élèves ont été individuellement demandeurs d'explications pour cette question. Ils n'ont pas reçu d'autres aides que celle d'une relecture de la consigne et celle d'un encouragement à trouver par eux-mêmes ce qui était attendu. Finalement, 11 élèves ont abandonné cette question.
L'AVS lit l'énoncé II. 2) et le relit à la demande de l'élève M, qui le relit elle-même encore deux fois à voix basse avant de reformuler ce qu'elle comprend :

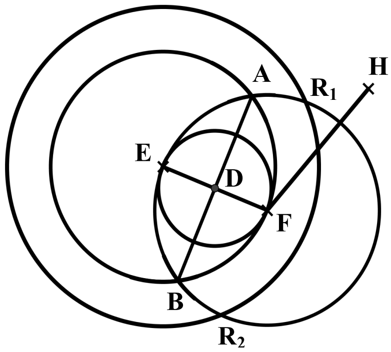
271. M : Donc en fait, faut qu'je construise, *elle relit tout bas l'énoncé.* Donc en fait faut qu'je construise, *elle relit tout bas l'énoncé.* Donc en fait, si j'ai bien compris, faut qu'je construise quelque chose qui soit à la même distance du segment FH ?

Sa reformulation ne traduit pas ce qui est attendu, l'AVS ne la valide, ni ne l'invalide (272. AVS : « Je ne peux pas répondre à ta question. Essaie de réfléchir. ») L'élève M demande alors le tracé de [FH], puis celui du cercle de centre E et de rayon HF. Le cercle tracé correspond bien à celui qui est attendu. Les instructions de l'élève M qui y ont conduit ont été données dans un langage technique géométrique correct :

275. M : On va prendre, avec le compas, on va piquer sur F, on va aller jusque H.
276. AVS *pique la pointe sur F et écarte la branche pour placer la mine sur H.* Hm, hm.
277. M : Maintenant on va piquer sur E. On va faire un cercle.
278. AVS : Un cercle.
279. M : Oui, de centre E.

Nous retrouvons ici des difficultés que nous avons relevées dans le chapitre 4, III. A. 2 sur le même type de tâches : un décalage existe entre ce que les élèves comprennent (si l'on traduit leur compréhension d'après la figure qu'ils produisent) et ce qu'ils parviennent à formuler. Ce même décalage existe pour l'élève M entre ce qu'elle a tenté de formuler en langage géométrique (« faut qu'je construise quelque chose qui soit à la même distance du segment FH ») et sa construction effective correcte, réalisée via l'AVS. Le langage technique géométrique montre ici son efficacité pour permettre à l'élève M d'exprimer le but à atteindre dans la construction.

Pour la question II. 3), l'élève M pointe sur la figure les points R répondant selon elle à « R est un point équidistant de E et de F et R est à la distance FH du point E ». Les deux points choisis vérifient bien la deuxième condition : ils sont sur le cercle de centre E et de rayon FH, mais pas la première : ils sont sur le cercle de centre F de rayon EF alors qu'ils devraient être sur la droite (AB). Ces points ne correspondent pas non plus à ce que l'élève annonce dans ses explications car d'après ce qui est écrit, R_1 et R_2 devraient aussi appartenir au cercle de centre E et de rayon EF.
Les deux cercles de rayon EF, l'un de centre E et l'autre de centre F, considérés d'abord comme ensemble des points à la même distance de E et de F, puis finalement comme « traits de construction » dans II. 1) semblent être de nouveau considérés comme points équidistants de E et de F dans II. 3) par l'élève M.



« Le cercle de centre E de rayon HF doit se croiser avec le cercle de centre F de rayon EF et aussi le cercle de centre E de rayon EF. »

Production de l'élève M

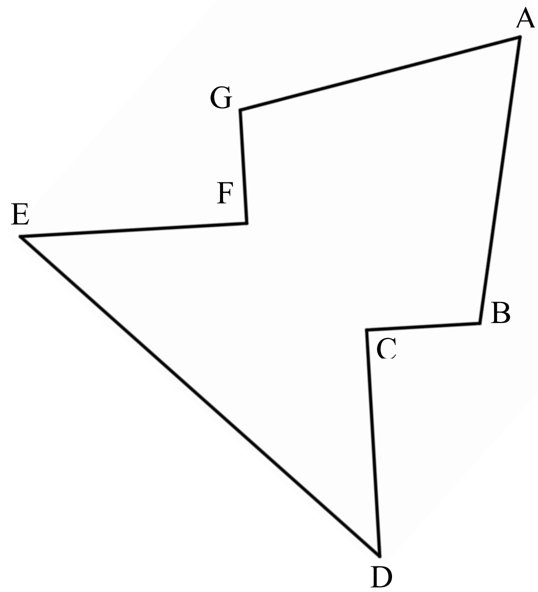
Les traits de construction et les tracés inutiles rendent complexe la lecture de la figure et encore plus pour qui a des troubles visuo-spatiaux. Une aide technique à finalité graphique aurait pu être apportée par un surlignage au fluo des deux ensembles de points construits, pour les distinguer des traits de construction laissés au crayon de papier. Ainsi, l'AVS aurait pu demander explicitement à l'élève M à la fin de II. 1) de lui désigner (par le langage ou par un geste déictique) où étaient les points équidistants des points E et F pour qu'ils puissent être mis en évidence en étant surlignés. Dans II. 2) les interventions de l'AVS montrent qu'elle a

conscience des difficultés de l'élève M face à la lecture de la figure. Elle lui apporte une aide technique à finalité graphique en pointant assez longtemps le cercle de centre E qu'elle vient de tracer (280. AVS : « Donc là, c'est le deuxième »), pour lui permettre de le distinguer de celui qui était déjà là. Elle lui suggère aussi la possibilité de recommencer la construction (282. AVS : « Est-ce que tu as besoin d'une autre feuille ? »)
L'AVS apporte ensuite des aides mathématiques à l'élève M : d'une part, elle prend l'initiative d'ajouter un indice au nom « R » qu'elle écrit là où l'élève M indique les points R possibles, elle met ainsi en jeu une connaissance sémiotique en ne nommant pas deux points distincts par la même lettre, d'autre part elle prend en charge le dénombrement des points que lui a pointés l'élève M. (300. AVS : « Donc deux »).

H. Exercice III

1. Analyse a priori

Dans l'exercice III, il s'agit de construire l'axe de symétrie de la figure ci-contre à la règle non graduée. Les points n'étaient pas nommés sur la figure du test. Il suffit donc de trouver deux points de l'axe de symétrie. Le point A est un point de l'axe de symétrie. Pour construire un autre point de cet axe, les deux techniques présentées dans l'analyse de la question n°5 de l'exercice I sont possibles, à partir de deux segments symétriques extraits de la figure. On peut donc trouver des points de l'axe de symétrie en effectuant des prolongements de segments symétriques, [BC] et [GF] d'une part, [CD] et [EF] d'autre part, ou alors en construisant les points d'intersection de droites sécantes symétriques, comme par exemple (DF) et (EC).



2. Analyse des productions des élèves à l'exercice III

Bilan pour la classe

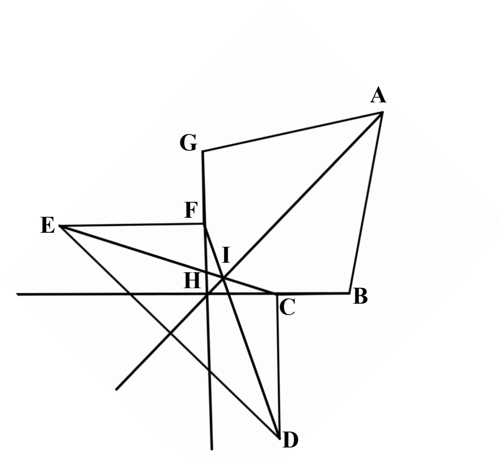
L'exercice III est réussi seulement par deux élèves de la classe : l'élève M et l'élève Bm. Les autres élèves n'ont pas eu l'occasion de rencontrer ce type de tâches en classe, ce qui peut expliquer leur échec. Les 5 autres élèves qui ont réussi la question n°5 de tracé d'un point de l'axe de symétrie de deux segments à la règle non graduée n'ont pas su réinvestir leur technique pour cette construction. 13 tracés d'axe de symétrie passent par le sommet invariant du polygone et ont une orientation prise au jugé. Une production présente des traces gommées de cet axe de symétrie tracé au jugé, nous la comptons dans les 8 tracés non faits et enfin, 1 élève a mal interprété la question en construisant une figure symétrique (incorrecte d'ailleurs) au polygone donné.

Dans la classe, on obtient les résultats suivants pour l'exercice III :

Non traité	Incorrect	Correct
8	14	2 ●

Production de l'élève M

2 min 31 sont nécessaires à l'élève M pour faire cet exercice.
Elle demande tout d'abord à l'AVS de nommer les sommets, elle les pointe au fur et à mesure en les nommant. Elle demande ensuite le prolongement de [BC] en indiquant par un geste iconique le tracé souhaité, puis celui de [GF] et elle nomme H le point d'intersection obtenu. Elle continue par le tracé de [FD] et de [EC], nomme I le point d'intersection, puis demande le tracé de la droite qui passe par A, I, H qui sera l'axe de symétrie.



L'élève M se rend compte qu'elle aurait pu se contenter de deux points, au moment où elle demande le tracé de l'axe de symétrie :

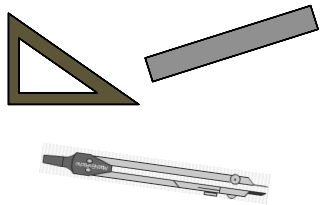
352. M : On va tracer la droite qui passe par A, I, H. Au fait, y'a un point que j'aurais pas dû faire, mais c'est pas grave. J'ai fait trois points au lieu de deux minimum mais c'est pas grave, ça en fera plus.

I. Exercice IV

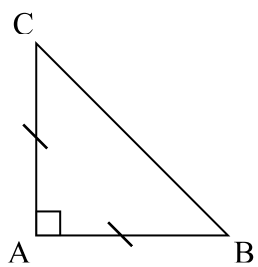
1. Analyse a priori

Exercice IV : Instruments autorisés : règle non graduée, équerre non graduée et compas.

1) Tracer un triangle **rectangle isocèle** en A
2) Tracer le symétrique du triangle ABC par rapport à (BC).
3) Nommer A' le symétrique du point A.
4) Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ?
   Justifie ta réponse (sans utiliser les instruments).

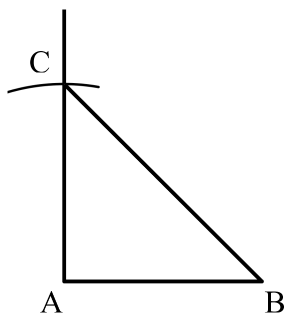


Dans la première question, il est demandé de « tracer un triangle ABC rectangle isocèle en A » (IV. 1). La figure à tracer est décrite par un texte. Pour pouvoir réaliser la construction attendue, l'élève doit savoir qu'un triangle rectangle est un triangle qui admet un angle droit et que s'il est aussi isocèle, les deux côtés de l'angle droit du triangle doivent être de la même longueur. Il s'agit donc de construire un triangle ABC avec un angle droit en A et AB = AC (Voir la figure codée ci-contre).



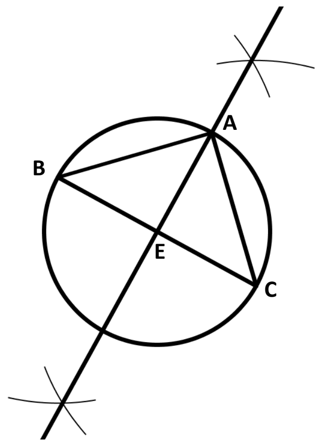
La construction peut démarrer par le tracé à la règle d'un segment [AB] ou d'un segment [AC] d'une longueur quelconque.
Un programme de construction, en langage géométrique, peut être :

1. Tracer un segment [AB]
2. Tracer une demi-droite d'origine A perpendiculaire à [AB]
3. Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon AB qui coupe la demi-droite précédente en C
4. Tracer le segment [BC]



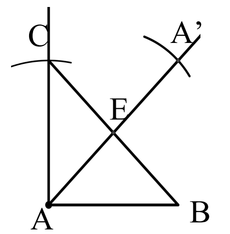
Pour 2. et 3., un programme de tracé en langage technique géométrique peut être :
2. a. Prendre l'équerre
   b. Placer un côté de l'angle droit sur le segment [AB] et le sommet de l'angle droit sur A
   c. Tracer le long de l'autre côté de l'angle droit une demi-droite d'origine A
3. a. Prendre le compas
   b. Prendre l'écartement AB : piquer la pointe sur A et mettre la mine sur B
   c. Piquer la pointe sur le point A et tracer un arc de cercle qui coupe la demi-droite
   Nommer C le point d'intersection de la demi-droite et de l'arc de cercle

Les élèves pourraient aussi démarrer la construction par le segment [BC] en cherchant ensuite à construire A comme sommet d'un carré dont une diagonale est [BC]. Ainsi, une fois le segment [BC] tracé, on peut construire sa médiatrice à la règle non graduée et au compas, comme dans l'exercice II. 1). Cette médiatrice coupe le segment [BC] en son milieu E, perpendiculairement. Les propriétés des diagonales d'un carré (elles se coupent en leur milieu, perpendiculairement et sont de même longueur) permettent alors de construire le point A comme un des deux points d'intersection de la médiatrice du segment [BC] et du cercle de centre E et de rayon EC.

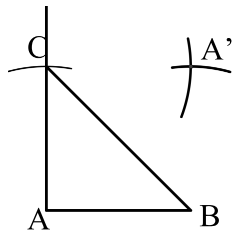


Dans la deuxième question, il est demandé de « tracer le symétrique du triangle ABC par rapport à (BC) » (IV. 2). Le côté [BC] est inclus dans l'axe de symétrie (BC), il est donc invariant par la symétrie d'axe (BC). La construction se ramène alors à celle du point A', symétrique du sommet A du triangle ABC par rapport à la droite (BC), puis au tracé des côtés [A'C] et [A'B] pour obtenir le triangle symétrique demandé, soit A'BC.

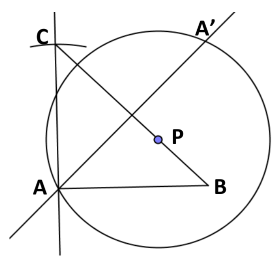
Technique n°1
La construction du point A' peut être réalisée à l'équerre non graduée et au compas comme dans la question n°3 de l'exercice I, avec le tracé de la droite perpendiculaire à (BC) passant par A, coupant [BC] en un point E, et un report de la longueur AE à partir du point E sur la droite (AE), dans le demi-plan de frontière (BC) qui ne contient pas le point A.



Technique n°2
Le point A' peut aussi être obtenu au compas seulement, suite au tracé de deux arcs de cercle s'intersectant dans le demi-plan de frontière (BC) ne contenant pas le point A : les centres des deux arcs doivent être distincts et appartenir à (BC) et leur rayon correspond à la distance entre leur centre et le point A. Par exemple, on peut choisir un arc de centre C et de rayon AC et un arc de centre B de rayon AB, qui est égal à AC.

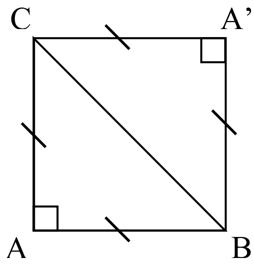


Technique n°3
Le point A' peut aussi être construit comme point d'intersection, distinct de A, de la droite perpendiculaire à (BC) passant par A et d'un cercle de centre un point P de la droite (BC) et de rayon PA.



Dans la troisième question, il est demandé de « nommer A' le symétrique du point A » (IV.3). La symétrie considérée est celle introduite dans la question précédente. Le point doit avoir été construit dans la question IV.2 ; nous ne l'avons cependant pas nommé à ce moment-là pour ne pas donner d'information sur le triangle symétrique du triangle ABC par rapport à (BC) qui était à construire.

Dans la quatrième question, il est demandé la nature du quadrilatère ABA'C et une justification de la réponse (sans utiliser les instruments). L'interdiction d'utiliser les instruments pour la justification a pour but d'éviter que les élèves ne se placent dans une finalité graphique pour comparer des longueurs et vérifier des angles droits. Il est attendu qu'ils fassent appel à des propriétés de la symétrie axiale et à celles des triangles et quadrilatères particuliers.



Sachant que le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (BC), la propriété de conservation des longueurs permet de déduire les égalités AC = A'C et AB = A'B. Et comme le triangle ABC est isocèle en A, on a aussi AC = AB. Par conséquent le quadrilatère a ses quatre côtés de la même longueur. Il s'agit donc d'un losange.
La propriété de conservation des angles permet de déduire que le triangle A'BC admet un angle droit en A' puisqu'il est le symétrique du triangle ABC rectangle en A.
Pour conclure à un carré, il suffirait de préciser que le losange admet un angle droit, cependant les élèves ne disposent pas de cette propriété caractéristique. Ils ne connaissent pas non plus, ni ne peuvent trouver, les mesures des angles à la base d'un triangle isocèle rectangle, pour pouvoir se référer ensuite à la définition du carré qu'ils ont vue en cours : « Un carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de la même longueur ». Avec les propriétés étudiées en cours, les élèves peuvent donc seulement prouver que la diagonale [BC] du losange ABA'C le partage en deux triangles isocèles rectangles. Pour conclure que ABA'C est un carré, il leur faudrait savoir qu'un quadrilatère qui se décompose par une diagonale en deux triangles rectangles isocèles est forcément un carré.

2. Analyse des productions des élèves à l'exercice IV

Bilan pour la classe

7 élèves, dont l'élève Bm, n'ont pas traité l'exercice IV. Parmi les 17 constructions réalisées en réponse à IV.1, 5 sont celles de triangles rectangles isocèles en A et seules deux, dont celle de l'élève M, respectent la contrainte imposée sur les instruments. L'absence de trait de compas laisse supposer l'utilisation des graduations de la règle pour les 3 autres. Parmi les 12 productions incorrectes, nous trouvons : 2 triangles rectangles non isocèles, 4 triangles équilatéraux, 5 triangles isocèles quelconques, 1 ligne brisée non fermée composée de trois segments dont deux sont de même longueur et deux forment un angle droit. Pour les élèves qui n'ont pris en compte qu'une des propriétés du triangle (rectangle ou isocèle), nous pouvons supposer une méconnaissance des propriétés des triangles particuliers ou alors une lecture trop rapide de l'énoncé. Dans ce dernier cas, le fait d'avoir mis en gras les termes « rectangle isocèle » n'est resté que tentative d'aide.

Sur les 17 élèves qui ont abordé l'exercice, 4 se sont arrêtés après la question IV.1. Parmi les 13 constructions proposées pour IV.2) (construction du symétrique du triangle ABC par rapport à (BC)), 3 sont celles de l'axe de symétrie du triangle isocèle, 1 est celle d'une droite probablement considérée comme axe de symétrie d'un triangle rectangle non isocèle, 1 n'est pas lisible et les 8 restantes, dont celle de l'élève M, sont bien celles du symétrique du triangle tracé dans la question précédente. 5 élèves ont utilisé la technique n°1 à l'équerre et au compas, 2 ont utilisé la technique n°2 au compas (à partir d'un triangle ABC équilatéral) et le dernier n'a pas respecté la contrainte instrumentale. Ces 8 élèves placent tous correctement le point A' sur leur construction.

Parmi les 8 quadrilatères :

- 1 a été obtenu à partir d'un triangle rectangle non isocèle : l'élève écrit que « c'est un quadrilatère car il a quatre points », il s'agit plus précisément d'un cerf-volant, mais ce terme n'est pas connu des élèves en sixième dans son sens géométrique
- 3 ont été obtenus à partir d'un triangle isocèle non rectangle : trois élèves le nomment correctement « losange » et un « quadrilatère isocèle ». Deux justifications sont relatives à la définition du losange (« Tous ses côtés sont de même longueur ») et la dernière définit le losange à partir de triangles isocèles (« Un losange est en gros deux triangles isocèles base à base, ce que l'on retrouve là, du coup, ça nous donne un losange »)
- 4 ont été obtenus à partir d'un triangle rectangle isocèle. Un élève note qu'il s'agit d'un losange sans justification, les trois autres reconnaissent un carré et le justifient ainsi :
  * 1 en décomposant le carré (« puisque c'est deux triangles isocèles et rectangles »), ce qui est correct à condition de préciser que les triangles sont juxtaposés par leur hypoténuse,
  * 2, dont l'élève M, en affirmant que tous les côtés ont la même longueur. L'élève M ajoute « et la propriété dit que la symétrie conserve les longueurs ». Cela ne suffit cependant pas pour affirmer que ABA'C est un carré.

L'utilisation d'une propriété de la symétrie apparaît explicitement dans une seule production, pour la conservation des longueurs. Les élèves qui affirment que les quatre côtés ont la même longueur peuvent avoir prélevé l'information visuellement, mais penser que la justification convient puisqu'ils ont bien respecté la consigne de ne pas utiliser les instruments. La question IV.4) n'est finalement traitée de façon satisfaisante par aucun élève.

	Non traité	Incorrect	Correct
IV.1 Triangle ABC rectangle isocèle en A	7 ●	15	2
IV.2 Triangle symétrique de ABC par rapport à (BC)	11 ●	5	8
IV.3 A' symétrique du point A par rapport à (BC)	11 ●	5	8

Production de l'élève M

L'élève M réalise l'exercice IV en 11 min 25.
Elle commence par dessiner une équerre au brouillon, elle trace le contour d'un angle, qui visuellement n'est pas l'angle droit, et écrit A au sommet de cet angle (voir dessin ci-contre). Elle demande alors à l'AVS de placer l'équerre « sur la feuille n'importe où » (362) puis elle formule le tracé souhaité en l'accompagnant de gestes iconiques des tracés à réaliser le long de l'angle droit de l'équerre :

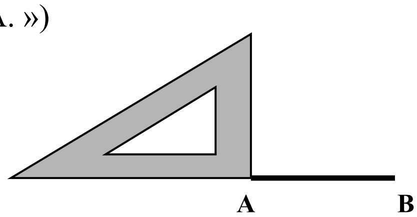
364. M : On va tracer un bout de l'angle là // *parcourt un côté de l'angle droit à partir du sommet*
Pis un bout de l'angle là // *elle parcourt l'autre côté de l'angle à partir du sommet*
On va nommer le sommet de l'angle droit A // *pointe le sommet de l'angle droit de l'équerre*

Les instructions de l'élève M sont explicites, mais elles ne sont pas satisfaisantes au niveau du langage utilisé. Elle emploie le terme de la langue courante « bout » dans l'expression « bout de l'angle » pour parler d'un « côté de l'angle » et elle ne précise pas verbalement l'angle qu'elle considère, l'angle droit : elle se contente d'en parcourir les côtés avec son doigt sur l'équerre. L'élève M souhaite utiliser l'équerre comme gabarit d'angle droit dont on trace le contour. La méthode est tout à fait correcte dans une finalité géométrique, cependant, d'un point de vue pratique, il n'est pas évident d'obtenir un tracé précis au niveau du sommet de l'angle droit si l'on veut obtenir l'angle directement en deux tracés le long de l'équerre. L'AVS exprime cette difficulté qu'elle anticipe, puis qu'elle rencontre, en conduisant l'élève M par différentes questions à remettre en cause ce qu'elle lui demande de faire :

365. AVS : En fait, je me sers de l'équerre pour faire un angle droit ?
// *Elle parcourt les côtés de l'angle droit de l'équerre.*
366. M : Oui
367. AVS : C'est pas un peu tâtonné ça ?
368. M : Ben non.
369. AVS : Donc là, je fais l'angle droit de l'équerre ?
370. M : Oui
371. AVS : Tu fais comme ça d'habitude en classe ? // *Elle trace*
372. M : Ben j'l'ai jamais, ça fait longtemps qu'on n'a pas fait donc [inaudible]
373. AVS : C'est pas très précis // *Elle peine à tracer.*
374. M : Ça fait un angle droit, c'est d'jà pas mal.
375. AVS : Comme ça ?
376. M : Non, ça va pas, faut gommer.

L'élève M se laisse convaincre, elle abandonne ce tracé, qui pourtant convenait, et cherche une autre technique. Elle commence par faire au brouillon deux schémas : le premier représente un triangle isocèle en A, le deuxième aussi avec en plus un angle droit en A, non codé mais visuel (voir ci-contre).

Elle demande alors le tracé d'un segment [AB], puis donne un programme de tracé pour une demi-droite perpendiculaire en A au segment [AB] et un arc de cercle de centre A et de rayon AB. Ce programme, formulé par l'élève M en langage technique géométrique, est correct excepté sa description du positionnement de l'équerre qui n'est pas complète (390. M : « On met l'équerre. Faut que le sommet de l'angle droit soit sur A. »)
Au départ, l'AVS propose un placement de l'équerre non attendu par l'élève M (voir ci-contre) ; cette dernière ne lui donne alors qu'une instruction à visée manipulatoire : « faut retourner l'équerre dans l'autre sens » (392). Cependant l'AVS ne le relève pas et prend à sa charge de placer aussi un côté de l'angle droit de l'équerre sur le segment [AB].



Pour cette construction du triangle isocèle rectangle, l'élève M réinvestit bien ce qui a été travaillé hors classe lors de la séance 18 sur les reports de longueur au compas sur une demi-droite, en demandant un prolongement de la perpendiculaire au-delà de l'arc de cercle qui vient d'être tracé :

406. M : Et ça serait bien qu'on prolonge la droite // *Elle parcourt la perpendiculaire*, celle-là,
407. AVS *place la règle sur la droite*
408. M : plus loin que l'arc de cercle.

L'élève M donne ensuite un programme de tracé précis et rapide de la construction du triangle symétrique de ABC par rapport à (BC), après deux lectures de l'énoncé par l'AVS suivies de 30 secondes de réflexion et d'un placement approximatif correct de l'équerre.
Dès la fin de la construction de A'BC, l'élève M semble douter de la technique qu'elle vient de mettre en œuvre, pensant qu'elle aurait plutôt dû donner des instructions pour conduire à la construction d'un carré :

441. M : Mince, on met le sommet de l'angle droit sur A, j'espère qu'y'a un angle droit, parce que en fait on aurait dû faire un carré, j'aurais dû y penser plus tôt, on met le sommet de l'angle droit de l'équerre sur A // *elle pointe A',* l'autre côté de l'angle droit doit être sur A'C et l'autre côté sur A'B.
442. AVS *place l'équerre sur l'angle A' du quadrilatère ABA'C.*
443. M *chuchote* : Cool, c'est un angle droit. *À l'AVS :* On code l'angle droit.
444. AVS : Là ? *// Elle pointe A'.*
445. M : Oui. On code l'angle droit de aussi çui-là // *Elle pointe C.* On vérifie si y'en a un là aussi. Ah ben non, c'est bon, j'pense qu'y'en a là // *Elle pointe B,* et là // *Elle pointe C,* comme c'est un carré.

La remarque « on aurait dû faire un carré, j'aurais dû y penser plus tôt » montre que l'élève M ne s'appuie pas sur le dessin obtenu mais qu'elle se place dans une finalité géométrique pour faire cette déduction. Elle demande à l'AVS de vérifier l'angle en A', dont elle sait qu'il doit être droit, sa demande du placement de l'équerre sur cet angle constitue pour elle une *vérification géométrique.* Elle n'explicite pas de façon complète pourquoi elle est sûre que ABA'C est un carré dans la question IV.4 puisqu'elle ne justifie que les égalités de longueur des quatre côtés ; cependant le codage des angles droits en A et A' informe de leur prise en compte. L'élève M déduit ensuite que les angles en B et C sont droits sans avoir besoin de l'équerre pour l'affirmer : « On vérifie si y'en a un là aussi. Ah ben non, c'est bon, j'pense qu'y'en a là [en B] et là [en C] comme c'est un carré » (445). Cette déduction est correcte puisque deux triangles rectangles isocèles juxtaposés par leur hypoténuse suffisent à caractériser un carré. Il se peut cependant que l'élève M n'utilise pas cette propriété, non explicitée en cours, mais qu'elle s'appuie seulement sur sa perception visuelle pour conclure à un carré.

III. Bilan de l'expérimentation

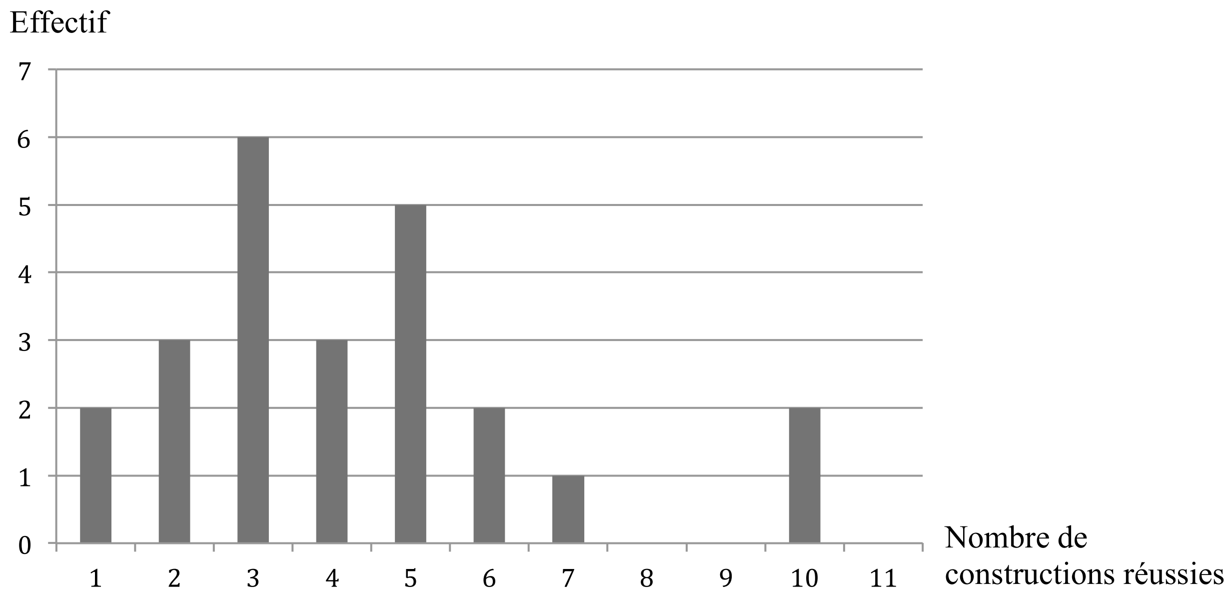
A. Résultats du test

L'élève M a réalisé le test en 48 min. Elle n'a donc pas eu besoin d'utiliser le temps supplémentaire qui avait été prévu pour elle en cas de besoin et a ainsi disposé du même temps de travail que les élèves de sa classe.
Onze constructions étaient à réaliser : six dans l'exercice I, deux dans l'exercice II, une dans l'exercice III et deux dans l'exercice IV. L'élève M a traité toutes les questions, c'est le cas d'un tiers des élèves de la classe. Un autre tiers a réalisé entre huit et dix constructions. L'élève Bm fait partie de ce tiers avec huit constructions effectuées. Six élèves en ont réalisé six ou sept et deux élèves quatre ou cinq. D'après les questions posées par des élèves pendant la passation du test, il semble que les constructions non réalisées s'expliquent plus par un manque de technique de construction avec les contraintes imposées sur les instruments et par un manque de compréhension de ce qui était demandé pour la question II. 2) que par un manque de temps.

Dans le tableau suivant, nous présentons le nombre de constructions réussies par exercice pour les élèves de la classe. L'élève M fait partie des effectifs des cases grisées et l'élève Bm des effectifs des cases avec un point (●). Les constructions non réussies peuvent être soit erronées, soit non réalisées.

Nombre de constructions réussies	**Ex I**							**Ex II**			**Ex III**		**Ex IV**		
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**0**	**1**	**2**	**0**	**1**	**0**	**1**	**2**
Effectif	0	3	5	5	7	2 ●	2	14	8 ●	2	22	2 ●	16 ●	6	2

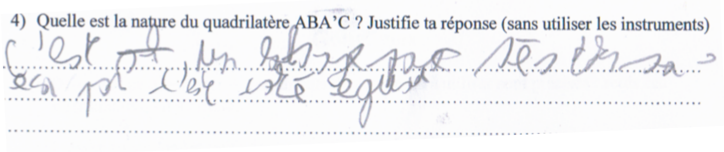
Le graphique ci-dessous représente la répartition des 24 élèves de la classe selon le nombre de constructions réussies sur les onze à réaliser.

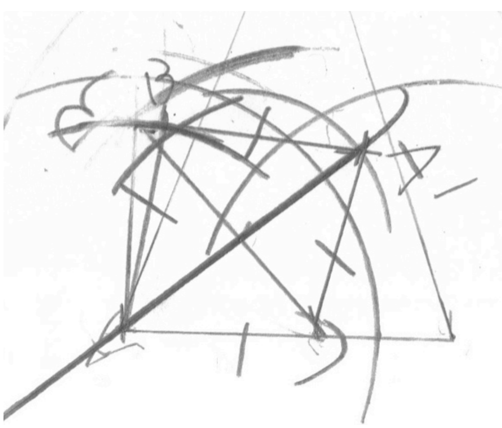


L'élève M se situe en tête de classe : elle a réussi toutes ses constructions sauf une dans l'exercice II. Seule une autre élève de la classe a également réussi dix constructions (toutes sauf celle de l'exercice III).

L'élève Bm a réussi sept constructions sur les huit qu'elle a réalisées. Elle n'a finalement pas réussi à comprendre ce que signifiait « points situés à la distance FH » dans la question II. 2, ni à lever la contradiction dans I. n°1 entre sa technique de construction correcte et le résultat graphique obtenu : elle nous avait interrogée à propos de ces questions pendant la passation du test et elle y a passé beaucoup de temps. Elle n'a donc probablement pas traité ensuite l'exercice IV par manque de temps.

L'élève T, dysgraphique, a réussi cinq constructions dans une finalité géométrique sur les onze réalisées. Il est évident que ses difficultés graphiques le pénalisent tant au niveau des dessins produits, peu précis et peu soignés, qu'au niveau de son écriture illisible, ainsi qu'en témoignent par exemple ses constructions de l'exercice IV et sa rédaction de réponse à la dernière question.





Concernant les explications ou descriptions relatives aux techniques de construction demandées dans l'exercice I, peu d'élèves parmi ceux qui ont réussi leurs constructions se sont montrés capables de donner une réponse correcte. L'élève M en fait partie pour les quatre dernières questions, l'élève Bm n'en fait pas partie.

	Exercice I					
	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6
Nombre d'élèves ayant réussi la construction	14●	20●	15●	9	7●	6●
Nombre d'explications ou descriptions correctes	2	1	2	2	1	3

Dans la partie suivante, nous cherchons à déterminer ce qui peut expliquer cette meilleure réussite de l'élève M à l'évaluation par rapport aux autres élèves de sa classe.

B. Hypothèses sur les causes de réussite de l'élève M

Les bons résultats au test de l'élève M pour les différentes constructions peuvent être attribués en partie aux modalités de passation du test qui l'ont déchargée de toutes ses difficultés organisationnelles et manipulatoires habituelles. Par ailleurs, l'écart entre le nombre de constructions réussies par l'élève M et l'élève Bm et celui du reste des élèves de la classe laisse supposer que la réussite peut aussi être attribuée au travail réalisé hors classe durant l'année avec ces deux élèves. Ainsi, nous allons dans un premier temps comparer les tâches demandées dans le test avec celles travaillées en classe et hors classe, afin d'évaluer celles qui ont été spécifiques d'un travail hors classe. Enfin, les bons résultats de l'élève M pourraient aussi provenir d'aides mathématiques qui lui auraient été données par l'AVS pendant le test. Nous analyserons donc, dans un deuxième temps, les aides apportées à l'élève M pendant le test par l'AVS afin de déterminer si cela a été le cas.

1. Comparaison des tâches réalisées en classe et hors classe

Nous précisons, pour chacune des tâches à réaliser dans le test, si elles ont été travaillées en classe ou hors classe. Tout d'abord, les types de tâches de construction du symétrique d'un point C appartenant à un segment [AB], à l'équerre non graduée seulement, puis au compas seulement, les points symétriques de A et B étant donnés, (Exercice I, questions n°1 et n°2), n'ont été traités tels quels ni en classe, ni hors classe. Toutefois, les propriétés de la symétrie qu'ils mettent en jeu (perpendicularité, alignement, égalité de longueurs) ont été rencontrées en classe et hors classe. Ensuite, le type de tâches de construction du symétrique d'un point, à l'équerre et au compas, (Exercice I, question n°3) a été réalisé plusieurs fois en classe ; l'élève M était cependant absente à ce moment-là, mais nous avons aussi travaillé ce type de tâches hors classe avec elle seulement lors des séances 27 et 28, puis avec elle et l'élève Bm lors des séances 29 et 33. Concernant le type de tâches de construction du symétrique du point A avec la règle non graduée et le compas dans la question n°4 de l'exercice I, l'utilisation d'un point invariant de l'axe de symétrie est nécessaire (le point d'intersection de la droite (AB) avec l'axe de symétrie). Cette technique de construction n'a été travaillée qu'avec l'élève M et l'élève Bm lors des séances hors classe 29 et 33, et de façon importante lors de la séance 29, puisque les discussions engendrées par cette technique ont occupé toute la séance. Les autres élèves de la classe n'ont donc jamais mis en œuvre cette technique. La technique de construction de points appartenant à l'axe de symétrie d'une figure symétrique, à la règle non graduée seulement, a été travaillée uniquement hors classe avec l'élève M et l'élève Bm lors de la séance 33, avec comme figure un trapèze isocèle. Dans le test, cette technique devait être réinvestie dans la question n°5 de l'exercice I et dans l'exercice III. La

question n°6 de l'exercice I (construction au compas d'un point de l'axe de symétrie d'un segment) a été travaillée en classe uniquement lors de la séance 30. Il en est de même pour l'exercice II du test, analogue à l'exercice 4 corrigé en classe lors de la séance 32. Enfin, concernant l'exercice IV, le tracé de triangle particulier demandé dans la question 1) a été réalisé en classe, tout comme hors classe, tandis que les dernières questions n'ont été traitées telles quelles ni en classe, ni hors classe.
Nous récapitulons, dans le tableau suivant, les types de tâches proposés dans le test en indiquant s'ils ont été travaillés spécifiquement en classe ou hors classe avec l'élève M et l'élève Bm ; puis nous notons, pour chaque question, le nombre d'élèves ne l'ayant pas traitée, le nombre d'élèves ayant réalisé une construction correcte et le nombre d'élèves ayant donné une explication ou description correcte lorsque cela était demandé.

Type de tâches travaillés spécifiquement :	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	II 1. 2. 3.	III	IV.1	IV fin
en classe	Non	Non	**Oui**	Non	Non	**Oui**	**Oui**	Non	**Oui**	Non
hors classe	Non	Non	**Oui**	**Oui**	**Oui**	Non	Non	**Oui**	**Oui**	Non
Résultats au test :										
Non traité	0	1	1	2	7	5	4-11●-16●	8	7●	11●
Construction correcte	14●	20●	15●	9	7●	6●	8● - 4 - 1	2●	2	8
Explication correcte	2	1	2	2	1	3	1			0

Nous observons tout d'abord certains écarts de résultats entre les élèves de la classe et l'élève M et l'élève Bm. Ils peuvent s'expliquer en partie par des techniques de construction qui n'ont été travaillées que hors classe : la question n°5 de l'exercice I et l'exercice III ont été traités seulement par les deux tiers de la classe et les constructions ne sont réussies que pour très peu d'élèves, dont l'élève M et l'élève Bm. Elles ont donc su réinvestir le travail réalisé hors classe. Ensuite, l'élève M fait partie des quelques élèves capables de formuler des descriptions ou explications correctes pour quatre questions sur les six de l'exercice I. Le travail spécifique réalisé hors classe sur la formulation de programmes de tracé en langage technique géométrique et sur l'explicitation de propriétés géométriques mises en jeu dans les tracés a probablement contribué à cela. Cependant, elle obtient de meilleurs résultats que l'élève Bm dans les explications et descriptions qui étaient demandées, alors que l'élève Bm a également bénéficié des séances de travail hors classe. Concernant la description des étapes de construction, une des raisons peut être liée aux conditions dans lesquelles s'est effectuée cette description : l'élève M donne des instructions orales et reçoit des rétroactions au fur et à mesure ; de plus, aucune action n'a lieu si elle n'en donne une instruction, tandis que l'élève Bm écrit ses étapes de construction une fois les tracés réalisés. Elle peut de cette façon plus facilement oublier d'écrire des étapes que pourtant elle met bien en œuvre dans l'action. Enfin, les meilleurs résultats de l'élève M par rapport au reste de la classe peuvent aussi être liés à une différence de motivation dans la réussite du test proposé : ce test était sans enjeu pour les élèves de la classe, réalisé à la veille des vacances scolaires, et ceux-ci n'ont probablement pas révisé ce qu'ils avaient vu en géométrie durant l'année, tandis que nous avons appris par l'AVS que l'élève M s'était entraînée, la veille du test, à donner des instructions de tracés en travaillant en dyade avec sa petite sœur.

2. Analyse des aides apportées par l'AVS

Pour chaque question, l'AVS a tout d'abord précisé le ou les instruments autorisés en le(s) posant à côté de la feuille : les autres instruments non disponibles n'étaient pas visibles. Elle a lu ensuite l'énoncé à voix haute, en le parcourant avec son crayon au fur et à mesure de la lecture et en pointant ou parcourant les objets graphiques représentant les objets

géométriques mentionnés dans le texte. L'élève M lui a parfois demandé une nouvelle lecture. Elle a aussi questionné l'AVS à propos des instruments autorisés dans I. n°1 (« Mais on n'a pas l'droit au compas pour les mesures ? »), dans I. n°2 (« Et on n'a pas droit à l'équerre là ? »), dans I. n°6 (« On n'a droit qu'au compas ? On n'a pas droit à la règle ? ») et dans II. 2 (« Mais on n'a pas droit à la règle graduée ? ») L'AVS a répondu à ces questions. Toutes ces aides organisationnelles fortes ont contribué à ce que l'élève M accède rapidement et de façon complète aux informations transmises dans l'énoncé. L'AVS n'est pas intervenue autrement pour aider l'élève M à comprendre le sens des questions, et même lorsque l'élève M l'a sollicitée pour avoir confirmation de ce qu'elle comprenait dans l'exercice II : la première fois, elle ne lui a rien répondu, la seconde fois, elle lui a dit explicitement qu'elle ne pouvait pas répondre à sa question. Quelques élèves de la classe ont aussi bénéficié de ce type d'aides non mathématiques individuellement quand nous leur avons relu une question ou confirmé la contrainte sur l'instrument imposé. Les élèves avaient en plus au début de chaque question le dessin des instruments autorisés ; certains n'en ont pas cependant pas tenu compte : 5 élèves dans I. n°1, 2 élèves dans I. n°3, 1 élève dans I. n°5 et 5 élèves dans I. n°6. Ce type d'erreur a été évité pour l'élève M puisqu'elle n'a pas eu la possibilité de ne pas respecter la contrainte imposée sur les instruments. En cela, l'aide peut être considérée aussi comme technico-figurale.
Comme autres actions périphériques à la construction instrumentée, l'AVS a pris en charge les tâches d'écriture en notant ce que lui dictait l'élève M comme réponses aux questions posées. Une lecture de l'écrit aboutissait ensuite à des modifications, ajouts ou à un accord de l'élève M sur ce qui était noté. Cette aide avait pour but d'éviter que l'élève M ne se fatigue dans des tâches graphiques pour qu'elle puisse rester disponible et concentrée sur les explications qu'elle souhaitait apporter. L'élève M a d'ailleurs fait preuve de son souci d'une recherche de précision dans ses écrits lorsqu'à la fin de l'exercice IV, elle est revenue sur l'écrit de la question I. n°2 : « Et la propriété de la symétrie dit que la symétrie conserve les longueurs. Sur une feuille, on n'a pas écrit mesure ? Il faut dire conserve les longueurs. »

L'AVS a manipulé les instruments et effectué tous les tracés en suivant les instructions de l'élève M. Elle lui a ainsi apporté des aides manipulatoires fortes. Elle s'est assurée à chaque fois que ses positionnements d'instruments ou lieux des tracés correspondaient bien à ce que lui demandait de faire l'élève M. Elle lui a aussi demandé des précisions ou a agi de façon la plus éloignée de ses attentes lorsqu'il y avait des implicites dans les instructions. Ces rétroactions ont contribué à ce que les instructions de l'élève M soient précises pour être conformes à ses intentions de tracé, mais elles se sont aussi avérées dans un cas constituer une aide technico-figurale. En effet, dans I. n°5, l'élève M a pris conscience de sa technique de construction au jugé de l'axe de symétrie grâce à un positionnement souhaité de règle qu'elle ne parvenait pas à décrire. Ainsi, si elle avait dû elle-même réaliser la construction, elle aurait sûrement placé sa règle et tracé l'axe sans se rendre compte que sa technique n'était pas valide dans une finalité géométrique.
L'AVS a aussi provoqué un changement de la technique de construction amorcée par l'élève M dans IV. 1 pour le tracé de l'angle droit du triangle isocèle rectangle. Nous ne considérons cependant pas cela comme une aide technico-figurale puisque ce que proposait l'élève M, à savoir utiliser l'équerre comme gabarit d'angle droit et donc considérer l'angle comme une surface, convenait tout autant dans une finalité géométrique que de tracer d'abord un côté de l'angle, puis un côté qui lui était perpendiculaire.

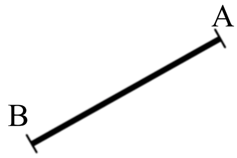
L'AVS a donc bien apporté à l'élève M les aides organisationnelles et manipulatoires que nous avions prévues en laissant à l'élève M toute sa part d'autonomie dans l'activité mathématique. Cela a permis à l'élève M de mettre en œuvre des techniques de construction

correctes pour dix constructions et d'en obtenir rapidement des productions précises et soignées.
Nous terminons par la présentation d'une évaluation post-expérimentale de l'élève M en fin de sixième pour recueillir des informations sur son évolution spontanée dans ses domaines déficitaires où aucune intervention ciblée n'a été proposée dans le travail hors classe en vue de la faire progresser.

C. Évaluation post-expérimentale de l'élève M en fin de sixième

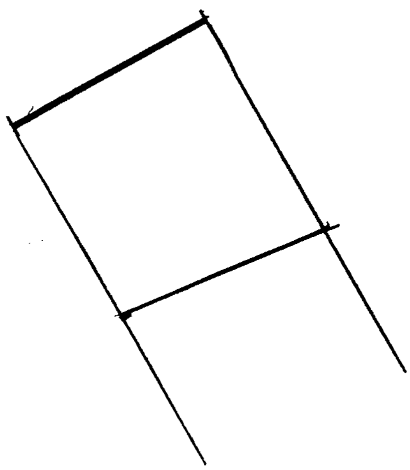
1. Carré à compléter

L'élève M utilise son équerre ergonomique dont la graduation 0 démarre au sommet de l'angle droit. Nous nommons [AB] le côté de 3 cm du carré déjà tracé, pour faciliter la description.



L'élève M commence par placer le côté non gradué de l'angle droit de l'équerre sur le segment [AB] en plaçant le sommet de l'angle droit au point B. Elle maintient son équerre de la main droite et trace de la gauche un trait d'une longueur visuellement plus grande que celle du côté [AB] du carré. Elle tourne la feuille pour positionner sa règle horizontalement sur la perpendiculaire qu'elle vient de tracer, elle place la graduation 0 sur le point B et fait une marque à la graduation 3. Elle place ensuite son équerre avec un côté de l'angle droit sur le segment [AB] et le sommet au point A et trace le long de l'autre côté de l'angle droit un trait de longueur supérieure à 3 cm. Elle place sa règle graduée sur ce tracé et met une marque à 3 cm ; cependant la graduation 0 n'est pas bien ajustée sur le point A, le côté a finalement une longueur de 3,2 cm au lieu de 3 cm. Elle relie ensuite les deux marques avec sa règle. Son tracé démarre 1 mm avant la première marque. Elle vérifie les longueurs des deux côtés perpendiculaires à [AB] avec sa règle graduée, elle ne repère pas que l'un mesure 2,9 et l'autre 3,2. Enfin elle repasse sur le troisième côté tracé avec sa règle. Ce côté mesure 2,9 cm.

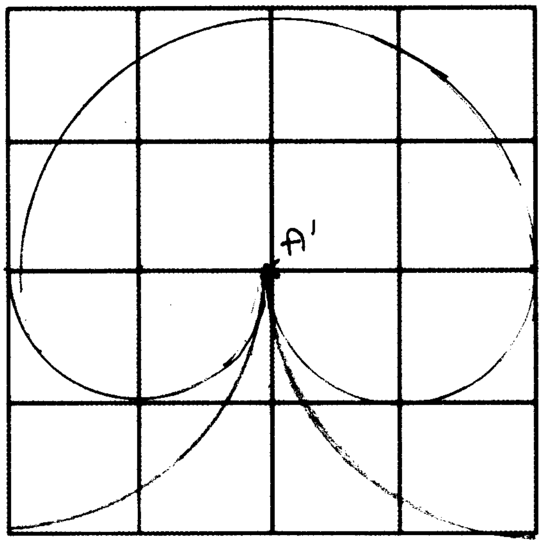
La figure construite par l'élève M (voir ci-contre) n'est visuellement pas un carré, mais elle ne le remarque pas. Ses mesures à la règle graduée sont imprécises, ce qu'elle ne repère pas même lors de la vérification des longueurs effectuée en fin de tracé. Les angles droits ont été construits à l'équerre de façon précise. La construction est correcte dans une finalité géométrique : à noter que l'élève M construit chacun des deux côtés du carré consécutifs au côté [AB] en deux temps, traçant d'abord la perpendiculaire puis faisant ensuite le report de longueur. Son équerre dont la graduation 0 démarre au sommet de l'angle droit lui aurait permis de faire le tracé du côté en prenant en compte à la fois son orientation et sa longueur. L'élève M gère l'utilisation successive des deux instruments règle et équerre et elle s'organise pour tracer à chaque fois dans une position confortable, sans croisement de mains et en ayant une visibilité sur ce qu'elle trace.



Si l'on compare cette construction avec celle réalisée en fin de CM2, on peut constater de nets progrès aux niveaux organisationnels et manipulatoires. Persistent seulement les imprécisions dans les mesures. L'élève M avait su les corriger en fin de CM2 en se plaçant dans une finalité graphique ; elle ne les perçoit pas en fin de sixième, alors qu'elle s'est placée dans une finalité géométrique. La construction est aussi faite plus rapidement en fin de sixième (0 min 56 contre 1 min 21).

2. Construction au compas sur quadrillage

L'élève M commence par deux essais de centre puis demande si elle peut nommer les points. Elle fait une croix au centre du quadrillage de tracé et écrit A', elle place une croix au même endroit sur le modèle et écrit A. Elle trace le quart de cercle de gauche en tournant son compas tenu de la main gauche par la branche de la pointe. Elle change de main et trace l'autre quart de cercle en tenant le compas par le haut. Les centres de ces deux arcs ont été pris un peu à côtés des nœuds du quadrillage. Elle trace ensuite les deux petits demi-cercles, puis le grand. Elle fait deux essais de centre en tournant le compas dans l'air pour le demi-cercle de droite. Le tracé se fait par à-coups, le compas parfois tenu des deux mains. La pointe du compas est un peu décalée du point A si bien que le grand demi-cercle n'est pas tangent comme il le faudrait au carré, contour du quadrillage. L'élève M ne relève aucune imprécision dans le tracé.



Par rapport à la construction réalisée en fin de CM2, l'élève M identifie centres et rayons des arcs en réalisant moins d'essais (quatre en $6^{ème}$ contre sept en CM2) : cela explique en partie le fait qu'elle effectue le tracé plus rapidement qu'en CM2 (2 min 03 contre 3 min 40). Elle a aussi mis une stratégie en place pour faciliter le repérage, en nommant les deux centres qui se correspondent sur les quadrillages. Cela semble être efficace. Une autre raison de sa rapidité vient du fait qu'elle ne refait pas ses tracés alors qu'ils sont imprécis. Imprécision qu'elle ne perçoit probablement pas ou alors qu'elle estime acceptable.

3. Tests étalonnés

Dans le « subtest Copie de figures », l'élève M améliore trois constructions par rapport à celles réalisées en fin de CM2 : une en centrant bien un triangle sur un trapèze, une autre en diminuant la longueur des dépassements au niveau du point de fermeture d'un rectangle et la dernière en respectant le parallélisme et la forme circulaire de la représentation d'un cylindre. Elle régresse dans deux tracés qu'elle avait alors réussis et obtient aussi de moins bonnes performances dans quatre autres tracés.

Si nous reprenons l'exemple de l'item 17, avec le modèle ci-contre et la production de l'élève M en dessous, nous constatons l'absence d'une base commune horizontale pour les deux parallélogrammes et une intersection carré plutôt que triangulaire, alors que ces contraintes étaient respectées dans le tracé réalisé en CM2. Ensuite, au niveau de l'allure générale, des angles de la figure à main levée sont plus proches d'angles droits que les angles aigus ou obtus du modèle.
Les deux parallélogrammes sont à peu près identiques même s'ils diffèrent un peu au niveau des dimensions par rapport au modèle.

Sur l'ensemble du test, l'élève M obtient une note standard égale à 3 alors qu'elle avait obtenu 7 un an plus tôt. L'écart à la norme s'accroît dans ce test de copie de figures : l'élève M obtient à présent une note pathologique.
Pour le « subtest Cubes », elle commet une erreur à un item qu'elle avait réussi un an plus tôt : l'assemblage qu'elle réalise est retourné par rapport à celui du modèle. Elle échoue de nouveau à l'item 13 avec deux cubes mal placés. Enfin, une seule des six dernières constructions est réalisée en moins de 15 s. Elle obtient ainsi une note standard de 6. Elle avait obtenu 4. Nous ne pouvons conclure à un progrès puisque deux points d'écart ne sont pas significatifs. Quoi qu'il en soit, la note obtenue montre toujours un gros décalage par rapport à la norme.

L'évaluation post expérimentale montre que l'élève M a pourtant progressé dans son utilisation de l'équerre et du compas si nous comparons sa façon d'organiser la manipulation des instruments en fin de CM2 et en fin de sixième. Cependant, l'exécution de ses actions instrumentées, bien conçues dans une finalité géométrique, n'aboutit toujours pas à des productions précises qui pourraient en rendre compte. En fin de sixième, les notes obtenues aux tests étalonnés montrent encore un gros décalage par rapport à la norme avec des résultats faibles pour l'épreuve de copie de figures et pathologiques pour l'épreuve praxique des cubes : l'élève M n'a donc pas progressé dans ses domaines déficitaires.

Conclusion

L'évaluation post expérimentale révèle une absence de progrès pour l'élève M dans ses domaines déficitaires, tandis que son travail géométrique a évolué favorablement : allégée de toutes les tâches organisationnelles et manipulatoires dans le test d'évaluation, elle s'est montrée capable de mettre en œuvre des techniques de construction instrumentée correctes mettant en jeu des propriétés géométriques.
Le travail en dyade hors classe a contribué à cette réussite. Tout d'abord, il a permis à l'élève M de s'approprier le langage technique géométrique pour pouvoir communiquer des instructions précises traduisant son intention d'agir, même si subsistent encore parfois quelques incorrections. L'élève M a aussi renforcé ce langage par une utilisation appropriée de gestes déictiques, iconiques et mimétiques, qui ne se substituent donc pas au discours. Cette production de gestes semble avoir constitué une aide pour l'élève M dans la situation de communication. Dans le test d'évaluation, le souci de précision de l'élève M apparaît non seulement en terme de langage, mais aussi en termes de caractérisations des utilisations des instruments et donc des objets mathématiques à construire. Les quelques implicites qui sont apparus dans ses formulations ont pu être levés grâce aux rétroactions de l'AVS qui a tantôt demandé des précisions, tantôt agi de façon la plus éloignée des attentes de l'élève M. Par ailleurs, l'écart entre les formulations des élèves dans leurs descriptions des étapes de construction d'une part, et l'utilisation du langage technique géométrique par l'élève M pour mener à une construction étape par étape d'autre part, montre aussi l'intérêt du travail hors classe avec l'élève M et celui des modalités de travail en dyade choisies. Les élèves standards ont en effet été capables de mettre en œuvre les techniques de construction qu'ils maîtrisaient, ils ont obtenu des productions graphiques acceptables sans toutefois nécessairement parvenir à les décrire de façon correcte, tandis que l'élève M a su donner des instructions efficaces pour que les techniques de construction qu'elle maîtrisait soient exécutées par un tiers et donnent des productions conformes à ce qu'elle envisageait. L'évaluation en classe de l'enseignante sur des mêmes types de tâches où l'élève M a dû réaliser seule les constructions avec ses instruments a donné des productions non valides dans

une finalité graphique en fin de son année scolaire de sixième, malgré le travail important sur la manipulation des instruments proposé en classe à l'élève M par l'enseignante.
Des progrès sont aussi apparus par rapport à des points travaillés dans les séances hors classe. Premièrement, l'élève M construit bien le point C du triangle ABC comme point d'intersection d'une demi-droite et d'un arc de cercle (IV.1) et elle demande aussi explicitement à ce que la représentation de la droite (DB') aille au-delà des points D et B' (I. n°4). Deuxièmement, la réponse de l'élève M à l'AVS qui lui demandait comment faire pour « prolonger AB » (I.n°5) montre qu'elle sait maintenant comment utiliser correctement la règle pour réaliser cette action de prolongement. Troisièmement, l'élève M intègre bien les traits de construction dans les programmes de tracé qu'elle donne et elle nomme les points créés, ce qui facilite la formulation de ses instructions. Quatrièmement, l'élève M ne fait plus de tracés de perpendiculaire en plaçant sa règle au jugé. Dans I. n°5, il est vrai que les modalités de travail en dyade avec l'AVS ont permis d'empêcher cette technique non valide dans une finalité géométrique, cependant, l'élève M a suffisamment intériorisé l'interdiction du placement de la règle dans une orientation prise au jugé pour rejeter d'elle-même son projet sans qu'il lui soit explicitement signalé qu'il ne convenait pas. Cela traduit donc une bonne compréhension de la finalité géométrique des constructions par l'élève M. En outre, dans le post test, l'élève M utilise correctement, et de façon autonome, son équerre pour construire des angles droits, ce que nous n'avions jamais observé jusque-là.
Le test d'évaluation révèle aussi, de la part de l'élève M, une maîtrise de techniques de construction instrumentée pour réaliser les types de tâches proposés, ainsi qu'une certaine appropriation des propriétés géométriques mises en jeu : d'une part, l'élève M a réussi presque toutes les constructions (dix sur onze), et d'autre part, elle s'est montrée capable de formuler certaines de ces propriétés dans ses explications, d'autres restant toutefois seulement mises en œuvre en acte. Ainsi, elle mentionne, bien à propos, la conservation des alignements (I. n°1), la conservation des longueurs (I. n°2, n°6) et elle exprime bien aussi le fait que deux droites symétriques (sécantes) se coupent sur l'axe de symétrie (I. n°5). L'élève M ne se place cependant pas toujours dans une démarche de preuve lorsqu'elle explique ou justifie ses constructions. Il lui arrive par exemple d'exprimer des constats graphiques de propriétés utilisées dans ses techniques de construction (alignement dans I. n°1) ou des constats de propriétés qui en sont déduites (égalité des longueurs BC et B'C' dans I. n°2), qui ne paraissent être que des contrôles visuels de propriétés. Le test d'évaluation a donc mis en évidence une certaine appropriation par l'élève M de connaissances relatives à des propriétés géométriques en lien avec la symétrie axiale dans les exercices I, III et IV. Par ailleurs, il a également mis en évidence un défaut de connaissances relatives au concept de médiatrice d'un segment, ensemble de points équidistants des extrémités de ce segment : dans l'exercice II, l'élève M ne considère pas cet ensemble de points de façon correcte.
Certaines constructions ont été réalisées très rapidement par l'élève M : par exemple, elle donne un programme de tracé du symétrique d'un point par rapport à une droite à l'équerre et au compas (I, n°4) en moins de deux minutes. On peut donc supposer qu'elle a acquis un certain automatisme pour ce type de tâches, rencontré plusieurs fois en classe et hors classe. En revanche, plusieurs types de tâches lui ont demandé un temps de recherche avant qu'elle ne définisse un programme de tracé pour parvenir à la construction voulue : cela révèle sa capacité à réfléchir et à chercher, pour trouver une technique de construction qu'elle n'a pas immédiatement. Elle entre donc bien ainsi dans une activité mathématique véritable de résolution de problèmes en géométrie.
Pour terminer, l'évaluation post expérimentale, mise en lien avec la réalisation du test d'une part, et avec la réalisation du pré-test d'autre part, nous amène aux deux remarques suivantes. L'élève M a obtenu des résultats pathologiques dans la « copie de figures », ce qui met en évidence une absence de progrès dans le domaine graphique. Pourtant, cela ne l'a pas

empêchée, dans le test d'évaluation, d'avoir plusieurs fois recours à l'usage de schémas à main levée pour des constructions qui lui demandaient de la réflexion avant de proposer un programme de tracé. Ainsi, même si certains schémas pouvaient ne pas bien représenter ce qu'elle cherchait à réaliser (comme par exemple une ligne brisée à la place d'une ligne continue pour représenter une droite ou une représentation erronée d'un positionnement de l'équerre pour tracer un triangle rectangle en un point A), ils ont semblé constituer malgré tout une aide pour elle dans sa recherche.
Et enfin, concernant le carré à compléter et la construction au compas sur quadrillage, l'élève M a progressé au niveau de ses techniques de construction mises en œuvre avec les instruments. Par ailleurs, elle semble ne plus focaliser son attention sur la réussite graphique : elle ne recommence aucun tracé contrairement à ce qu'elle faisait un an plus tôt, alors qu'elle aurait eu autant de raisons de le faire vu les imprécisions graphiques de ses productions. Cela pourrait être une conséquence du travail réalisé hors classe qui l'a habituée à ne plus centrer son attention sur le graphique, mais plutôt sur la précision du langage.

Conclusion générale

Notre travail de recherche vise à donner à l'élève dyspraxique un accès à des apprentissages géométriques. Nous avons interrogé les causes de son niveau d'échec important et/ou les causes du renoncement à sa formation en géométrie plane en fin d'école primaire - début de collège, dans une approche didactique, absente des travaux de recherche sur la dyspraxie jusqu'à présent. Ainsi, notre exploration des troubles du développement gestuel d'un point de vue didactique, prenant en compte le savoir enseigné et les caractéristiques des situations d'enseignement, contribue à mieux saisir la complexité de ce handicap, étudié déjà dans différentes approches : en neuropsychologie par l'étude du siège cérébral des fonctions mentales, en psychologie cognitive par l'étude des processus cognitifs de formation des connaissances et en psychologie développementale par l'étude du développement cognitif de l'enfant.
Notre recherche a eu pour objet d'élaborer et d'expérimenter des moyens d'enseigner la géométrie plane élémentaire, autrement qu'en faisant exécuter des constructions géométriques avec des instruments comme cela est préconisé dans les programmes, afin que l'élève dyspraxique puisse progresser dans ses apprentissages à la hauteur de son niveau intellectuel et de sa motivation.

I. Motivations de la recherche

L'étude de la place du dessin instrumenté dans l'enseignement de la géométrie aux élèves de 10 - 12 ans, présentée dans le chapitre 1 de la thèse, a mis en évidence l'importance et le caractère incontournable de la construction aux instruments, depuis l'apparition de la géométrie dans les programmes de l'école primaire en 1830 jusqu'aux programmes actuels. Son rôle annoncé dans des textes officiels, dans des déclarations d'enseignants, d'inspecteurs ou de pédagogues, se résume en deux types d'apport. L'un concerne le développement de la précision, de la dextérité, du goût du travail bien fait, du sens de l'observation ; l'autre concerne la compréhension des raisonnements : le dessin instrumenté aide à donner du sens aux résultats théoriques et permet de les appliquer. Il est aussi un moyen concret, accessible aux jeunes élèves, de les amener vers l'abstraction. Dans les programmes actuels de 2008, la capacité d'utiliser les instruments pour réaliser des constructions avec soin et précision est mentionnée, mais l'essentiel concerne la compréhension des situations géométriques : par la construction instrumentée, les élèves de cours moyen utilisent les concepts géométriques en leur donnant du sens ; par la maîtrise de techniques de construction instrumentée, les élèves de sixième mobilisent des connaissances géométriques dans les « raisonnements implicites sous-jacents ».

La pratique du dessin instrumenté semble ainsi constitutive de l'enseignement de la géométrie. Cependant, elle ne produit pas les effets escomptés pour l'élève dyspraxique, pour qui elle est effectivement contre-productive à cause de ses troubles gestuels et éventuellement visuo-spatiaux. L'élève dyspraxique, en effet, fait preuve d'un manque général d'organisation et d'une extrême maladresse lorsqu'il manipule des instruments pour réaliser une construction géométrique, si bien qu'il obtient rarement une production précise et soignée et ce, malgré ses efforts. Par ailleurs, les gestes de motricité fine qu'il doit déployer, non automatisés malgré la répétition et l'entraînement, sont consommateurs de ses ressources attentionnelles : la pratique du dessin instrumenté lui est donc coûteuse en énergie cognitive, en temps et en fatigue. Le problème essentiel est que cela l'empêche d'être disponible pour exercer son raisonnement alors qu'il en aurait la capacité, étant d'intelligence normale. Nous avons illustré ces difficultés, leurs manifestations et leurs conséquences sur les apprentissages géométriques de l'élève dyspraxique dans le chapitre 3 de la thèse, à partir de nos observations en classe de tels élèves.

L'échec de l'élève dyspraxique dans les constructions géométriques est dû, avant tout, aux aspects organisationnels et manipulatoires de l'utilisation d'instruments ainsi qu'à la nécessité d'une représentation spatiale fiable des figures, qui sont chez lui déficitaires. De notre point de vue, il est donc vain de s'acharner à le faire progresser dans la pratique du dessin instrumenté, ce qui ne signifie pas pour autant qu'il faille renoncer à l'enseignement de la géométrie à l'élève dyspraxique. Nous en avons exposé les raisons dans le chapitre 1 : la géométrie peut lui apporter une aide à la structuration de l'espace, domaine où il est en difficulté, mais surtout, elle contribue à développer ses capacités de raisonnement et d'abstraction, ainsi que des qualités de logique et de rigueur, domaine où il peut être tout à fait compétent. En conséquence, nous avons cherché des stratégies d'enseignement susceptibles de permettre à l'élève dyspraxique d'exercer pleinement son raisonnement sur les objets géométriques et sur leurs relations, compte-tenu de son handicap.

II. Hypothèses et élaboration d'un cadre théorique

Nous avons fait l'hypothèse que les apports de l'exécution des manipulations instrumentées à l'appropriation de la géométrie abstraite visée par l'enseignement pouvaient être obtenus autrement. Ainsi, nous avons cherché à ce que l'élève dyspraxique accède *a minima* aux mêmes apprentissages géométriques que ceux que peut procurer la pratique de la construction instrumentée pour l'élève standard. Pour cela, nous avons pris appui sur les compétences préservées de l'élève dyspraxique, à savoir le langage, la mémoire, la conceptualisation et le raisonnement, ainsi que sur un travail en dyade, où l'élève dyspraxique n'a pas la charge de manipuler les instruments. Notre proposition de travail s'ancre dans une conception de l'apprentissage comme phénomène social, dans une approche vygotskienne.

Nous avons donc tout d'abord élaboré un cadre théorique d'analyse du processus d'accès à la géométrie par la construction instrumentée à partir de deux approches des sciences cognitives : l'approche instrumentale en ergonomie cognitive et le développement du geste en neuropsychologie. Ce cadre est présenté dans le chapitre 2. Ainsi, pour étudier les connaissances mises en jeu et les compétences sollicitées dans la réalisation d'une construction instrumentée, nous avons décomposé celle-ci en une suite d'étapes de tracé ou de mesure dont chacune, appelée *action instrumentée (principale)*, se décline en trois *actions (élémentaires)* dans l'environnement papier-crayon, ou en deux actions avec un logiciel de géométrie dynamique : la prise de l'instrument choisi, son positionnement et le tracé ou la mesure. Une action constitue l'unité d'analyse choisie. Nous avons aussi distingué quatre *composantes* de l'action instrumentée : *organisationnelle*, *manipulatoire*, *technico-figurale* et *sémiotique*, caractérisées chacune par un ensemble de relations (éléments de l'environnement spatial du sujet - corps du sujet, corps du sujet - objets techniques, objets techniques - objets graphiques et objets graphiques - objets géométriques). Dans la composante technico-figurale, nous avons introduit deux *finalités* de l'action instrumentée en rapport avec la production instrumentée de l'objet graphique : *finalité graphique* (production d'un *dessin précis*) et *finalité géométrique* (production d'une *figure géométrique juste*). Nous avons également distingué les aspects cognitifs du geste (*intention d'agir* et *intention motrice*) des aspects neuromoteurs et musculaires (*exécution de l'action*). Toutes ces distinctions nous ont permis de dégager ce qui, dans les actions instrumentées, met en jeu des connaissances géométriques de ce qui n'en met pas, et donc aussi de faire la part, dans ce qui semblait jusqu'alors imbriqué et indissociable, de ce qui est problématique pour l'élève dyspraxique de ce qui est lié à la conceptualisation en géométrie.
À partir de ce cadre, nous avons ensuite construit des outils d'analyse des ressources sémiotiques activées dans des constructions géométriques réalisées dans un travail en dyade dont les deux membres sont amenés à communiquer. Ces outils sont présentés dans le chapitre 4. Ils nous permettent d'une part d'étudier le langage et les gestes produits en lien avec l'action instrumentée dans les échanges au sein de la dyade, et d'autre part de déterminer les formes de communication langagière et gestuelle susceptibles de se substituer à l'action instrumentée lorsqu'il s'agit de mettre en jeu des connaissances géométriques. Ainsi, nous avons en particulier introduit le *langage technique géométrique*, relatif à la manipulation des instruments en lien avec les propriétés géométriques, sans mention de ces propriétés. Nous pensons que l'usage de ce langage peut avoir un intérêt pour donner un accès aux concepts géométriques à l'élève dyspraxique autrement que par une exécution d'actions instrumentées, et qu'il peut avoir un intérêt aussi pour des élèves standards pour qui le saut cognitif entre action et formulation en langage géométrique est trop important. Le langage technique géométrique utilise la langue technique et la langue géométrique : nous en avons explicité le lexique dans le chapitre 9, afin de rendre ce langage opératoire pour notre expérimentation.
Dans le chapitre 5 enfin, toujours à partir du cadre théorique, nous avons construit des outils pour analyser les aides susceptibles d'être données à l'élève dyspraxique par un tiers. Cela nous permet d'étudier les aides apportées à l'élève dyspraxique dans la réalisation d'une action instrumentée effectuée dans le cadre d'un travail en dyade et aussi de déterminer les catégories d'aides qui n'empiètent pas sur son activité géométrique.

Finalement, le cadre théorique ainsi élaboré à partir d'observations et d'analyses de l'activité d'élèves dyspraxiques dans des types de tâches de construction instrumentée permet d’analyser des ostensifs (l’action instrumentée, la trace graphique, le langage et les gestes) produits dans des situations de communication. Ces ostensifs sont révélateurs des visées poursuivies par le sujet dans ses actions instrumentées, et révélateurs également de son activité géométrique et de son niveau de maîtrise d’un savoir-faire pratique, que ce sujet soit dyspraxique ou non. Le cadre théorique a en particulier l’avantage de rendre apparents des obstacles aux apprentissages géométriques, jusque-là insoupçonnés, et rencontrés aussi par certains élèves standards.

III. Prise en compte de l’élève dyspraxique en classe

Dans la deuxième partie de la thèse, nous avons étudié, à l’aide du cadre théorique d’analyse, la prise en compte de l’élève dyspraxique dans différentes modalités de travail en dyade : accompagnement de l’élève dyspraxique par un Auxiliaire de Vie Scolaire, intervention de l’enseignant auprès de l’élève dyspraxique dans le cadre d’une inclusion en milieu ordinaire ou dans le cadre d’un enseignement en classe spécialisée, travail en dyade de l’élève dyspraxique avec un pair. Nous avons également exploré les intérêts qu’il peut y avoir pour l’élève dyspraxique à travailler la géométrie dans un environnement numérique, mais aussi les nouveaux obstacles auxquels il peut se heurter.
Ainsi, dans chacune des situations, à partir de l’analyse d’un épisode portant sur la réalisation d’une construction instrumentée, nous avons dressé un état des lieux des difficultés de l’élève dyspraxique en lien avec son handicap, et des aides apportées par un tiers le cas échéant, puis nous avons émis des propositions de remédiation par rapport à l’existant, pour rendre possibles ses apprentissages géométriques, malgré son handicap. Cela concerne d’une part les actions périphériques à l’action instrumentée principale, et d’autre part l’intention motrice en lien avec l’action instrumentée principale.
Par ailleurs, nous avons identifié des obstacles aux apprentissages géométriques, les uns rencontrés dans un travail en dyade de l’élève dyspraxique avec un pair, et les autres, non spécifiques à la dyspraxie, en lien avec le savoir mathématique et son enseignement.
Les résultats de nos analyses ont été des points d’appui pour élaborer les principes de notre expérimentation, ainsi que pour déterminer les précautions à prendre.

Difficultés en lien avec le handicap, aides apportées, propositions de remédiation

Au niveau des actions périphériques à l’action instrumentée principale

L’action instrumentée nécessite la conception et l’exécution de différentes actions qui lui sont périphériques et qui sont coûteuses en temps et en énergie pour l’élève dyspraxique. Dans l’environnement papier-crayon, il s’agit de se procurer les instruments (règle, équerre, compas, crayon) et autres matériels (taille-crayon, feuille, gomme, etc.), de les apprêter (tailler le crayon, préparer le compas, gommer, etc.), ainsi que d’organiser l’espace de travail (par exemple écarter de la table tout ce qui pourra gêner la mise en œuvre pratique de la construction). Dans l’environnement numérique, il s’agit d’ouvrir le logiciel souhaité, de trouver le fichier de travail, de faire différents réglages (agrandissement de la fenêtre de travail, choix de couleur et de style de trait, etc.), d’organiser l’espace de travail virtuel (par exemple ranger les fichiers dans des dossiers sur le bureau virtuel, les enregistrer) et enfin d’organiser l’environnement de travail réel (par exemple régler les problèmes de batterie ou de branchement de l’ordinateur).
Si la réalisation d’actions périphériques à l’action instrumentée est aussi parfois coûteuse en temps pour certains élèves standards, elle l’est de façon démesurée et constante pour l’élève dyspraxique, qui ne manifeste aucun progrès à ce niveau. Nous l’avons constaté sans

exception chez tous les élèves dyspraxiques observés. Ils consacrent en effet toujours beaucoup de temps, mais également beaucoup d'énergie, à des tâches purement organisationnelles dans le temps prévu par l'enseignant pour un travail géométrique, allant parfois même jusqu'à ne pas du tout aborder l'activité proposée ; en outre, nous n'avons constaté aucune évolution pour les élèves observés sur des périodes longues (deux années) et les remarques des enseignants sur leur dossier scolaire de l'école primaire attestent que ces difficultés organisationnelles se sont manifestées très tôt, sans donc avoir pu être résolues. Normalement, plus l'élève avance dans sa scolarité et plus il devient autonome et efficace dans la réalisation d'actions périphériques à l'action principale, cette dernière étant destinée à produire des apprentissages conceptuels. Les difficultés de l'élève dyspraxique au niveau organisationnel peuvent par conséquent être inconcevables pour l'enseignant : il ne les perçoit pas et peut en interpréter les conséquences de façon erronée, soit comme une incapacité de l'élève à exercer son raisonnement, soit comme un manque de motivation (mauvaise volonté, paresse) de la part de l'élève.

Nous avons mis en évidence le fait que les aides organisationnelles faibles de second niveau (telles des conseils apportés par l'AVS ou par l'enseignant) ou nulles (absence volontaire d'aide de la part de l'AVS ou de l'enseignant) visant à développer l'autonomie de l'élève dyspraxique dans des actions périphériques à l'action instrumentée principale, avaient des effets négatifs sur son activité géométrique. Celle-ci peut en effet devenir inexistante : l'élève n'est plus en phase avec l'activité de la classe et ne bénéficie donc plus des apports de l'enseignant, n'ayant pas la possibilité d'être en double tâche, à savoir écouter l'enseignant, porter son attention et sa réflexion sur ce qui se dit, tout en exécutant des tâches périphériques non automatisées. L'activité géométrique peut également être compromise, par exemple lorsque l'élève doit travailler avec un instrument emprunté, parce qu'il ne réussit pas facilement à adapter les schèmes d'utilisation de ses propres instruments s'ils diffèrent quelque peu.

Aussi, il nous semble préférable de renoncer à l'apprentissage de l'autonomie de l'élève dyspraxique dans l'exécution d'actions périphériques à l'action instrumentée, car, focaliser son attention sur ces tâches de bas niveau, avec l'espoir que l'expérience puisse le rendre performant, l'empêche d'être entièrement disponible à l'activité géométrique.
Des aides organisationnelles fortes de second niveau pourraient donc être données par l'AVS à l'élève dyspraxique par la prise en charge des actions périphériques sans lesquelles l'action principale ne peut être réalisée. L'AVS aurait alors l'initiative de ces actions et les exécuterait sans chercher à terme à ce que l'élève soit capable de les effectuer en autonomie. On pourrait aussi imaginer une organisation matérielle facilitante, notamment pour un élève dyspraxique sans AVS en classe. Les aménagements sont à réfléchir en fonction des problèmes rencontrés. Par exemple, pour contourner ses difficultés à ne pas oublier ses instruments de géométrie, ou à les trouver rapidement quand ils sont effectivement dans ses affaires, l'élève pourrait en posséder deux jeux analogues, dont un resterait dans la salle de classe, toujours au même endroit.

Au niveau de l'intention motrice en lien avec l'action instrumentée principale

L'action instrumentée nécessite l'exécution de différentes actions élémentaires qui ne sont pas automatisées chez l'élève dyspraxique et qui consomment donc ses ressources attentionnelles de façon importante. Les troubles praxiques et visuo-spatiaux compromettent en effet la réussite d'une programmation motrice et spatiale de l'action du sujet impliquant son corps dans une manipulation de l'instrument matériel ou virtuel en lien avec les traces graphiques. Il s'agit d'actions corporelles au niveau moteur et au niveau de la prise

d’informations visuelles : dans l’environnement papier-crayon, elles permettent de prendre l’instrument matériel, de le positionner par rapport aux objets graphiques et de tracer ou de prélever une mesure ; avec un logiciel de géométrie dynamique, ces actions corporelles, réalisées sur la souris de l’ordinateur ou le pavé tactile, permettent de sélectionner l’outil (instrument virtuel), puis les objets graphiques. Ainsi, l’élève dyspraxique paraît très maladroit et manquer totalement de bon sens pratique lorsqu’on l’observe manipuler ses instruments ; en outre, il échoue la plupart du temps dans ses réalisations graphiques : elles sont imprécises et peu soignées.
D’après nos quelques observations d’élèves réalisant des activités géométriques dans l’environnement numérique, il semblerait que les échecs y soient moindres. Cela peut s’expliquer par le fait que le résultat des tracés réalisés est nécessairement propre et précis, mais aussi par un allégement de l’activité motrice qui permet à l’élève d’être plus disponible pour la conception de son programme de tracé. Ses difficultés manipulatoires et organisationnelles de premier niveau prennent en effet moins d’ampleur dans l’environnement numérique que dans l’environnement papier-crayon, même si elles sont toujours présentes : elles peuvent provenir d’une mauvaise utilisation de commandes et en particulier de mouvements de clics et de déplacements de pointeur mal organisés avec une mauvaise prise en compte effective de leur simultanéité ou non. En revanche, les difficultés d’analyse visuelle augmentent dans l’environnement numérique : avec un logiciel de géométrie dynamique, les traits de construction surchargent vite la figure s’ils ne sont pas cachés ou modifiés dans leur apparence (style ou couleur) au fur et à mesure. Cela nécessite donc la mise en œuvre d’actions périphériques à l’action instrumentée, dans laquelle parfois l’élève s’égare.

Nous avons mis en évidence que certaines aides apportées à l’élève dyspraxique, par l’AVS ou par l’enseignante, pour pallier les difficultés liées à son handicap, étaient aussi susceptibles de réduire, voire d’empêcher ses apprentissages géométriques. Ainsi, les aides manipulatoires fortes données dans l’environnement papier-crayon par l’AVS (comme donner, positionner, maintenir l’instrument à la place de l’élève), qui englobent des aides techniques fortes à finalité graphique (comme ajuster l’instrument à la place de l’élève), sont certes des aides pratiques qui pallient les troubles praxiques de l’élève, mais elles peuvent aussi être des aides mathématiques : donner l’instrument suggère que c’est la propriété dont cet instrument est porteur qu’il faut utiliser ; positionner l’instrument revient à mettre en jeu dans l’action des connaissances techniques, sémiotiques et géométriques. Par ailleurs, les aides pratiques faibles (organisationnelles de premier niveau, manipulatoires et techniques à finalité graphique), données dans l’environnement papier-crayon ou dans l’environnement numérique par l’AVS ou l’enseignante, sous forme de conseils sur la façon d’organiser les actions élémentaires et de manipuler les instruments, ainsi que sous forme de rétroactions verbales informant des effets de l’action, sont efficaces dans la simultanéité de l’action. Elles n’ont cependant pas d’effets dans la durée pour espérer une quelconque dextérité et performance graphique de l’élève en autonomie, vu son handicap. Ce type d’aides, que l’élève dyspraxique reçoit de façon abondante par qui tente de remédier à ses difficultés organisationnelles, manipulatoires et perceptives manifestes, contribue à le détourner du véritable enjeu d’apprentissage géométrique, notamment lorsque ces aides sont données par l’enseignant, reconnu comme le détenteur du savoir à enseigner. Ainsi, si l’absence d’aide dans les tâches de construction instrumentée conduit l’élève dyspraxique à l’échec, les aides pratiques ont des effets négatifs lorsqu’elles sont faibles, et elles présentent le risque d’être aussi des aides mathématiques lorsqu’elles sont fortes.

Pour que l'élève dyspraxique conserve toute son autonomie et sa prise d'initiative dans l'activité géométrique, les tâches de constructions instrumentées sont donc envisageables seulement si des aides pratiques fortes lui sont données, à condition qu'il ait, au préalable, exprimé son intention d'agir avec l'instrument. Ces aides pourraient être apportées par l'AVS. Cela suppose donc que ce dernier perçoive bien l'enjeu des apprentissages géométriques et qu'il soit capable de distinguer ce qui relève des aides mathématiques de ce qui n'en relève pas : des aides qui prendraient en charge les connaissances géométriques à mettre en jeu en conduisant l'élève à une réussite immédiate dans ses productions ne pourraient que l'empêcher d'exercer ses capacités à raisonner, mais surtout le leurrer en lui donnant l'illusion qu'il a appris comme les autres. Aussi, il nous semble préférable, au moins dans l'environnement papier-crayon, de renoncer à ce que l'élève dyspraxique réalise des constructions instrumentées précises et soignées, s'il doit lui-même exécuter ses actions, que ce soit en autonomie ou avec un apport d'aides faibles.

Obstacles aux apprentissages géométriques

Obstacles en lien avec l'enseignement des concepts géométriques

Différentes difficultés se sont manifestées pour certains des élèves dyspraxiques observés, au niveau de leur compréhension des concepts géométriques mis en jeu dans des types de tâches de construction du symétrique d'un point par rapport à une droite ou de construction de figures. Elles ne sont pas spécifiques à leur handicap : elles proviennent en général de la complexité du savoir géométrique, mais aussi parfois de l'enseignement des concepts par la construction instrumentée. Nous les récapitulons dans ce qui suit.

Passer du concept d'angle droit à celui de droites perpendiculaires nécessite un changement de point de vue sur les objets géométriques, en ne considérant plus la surface qui représente l'angle droit, mais en s'attachant à la relation entre les droites supports des côtés de l'angle : cette déconstruction dimensionnelle ne va pas de soi pour les élèves ainsi que cela a été mis en évidence dans différentes recherches en didactique à partir des travaux de Duval (1995). Or, dans nos observations, nous avons relevé une autre origine des difficultés de compréhension du concept d'angle droit par les élèves lorsque ceux-ci ont eu à réaliser des constructions instrumentées : ces difficultés sont liées à l'installation d'un malentendu sur la signification du concept en lien avec sa représentation graphique et son expression langagière. Dans les pratiques langagières de la classe en effet, les termes « angle droit » ne sont pas seulement employés pour parler du concept, ils sont aussi utilisés, par abus de langage, pour parler du codage d'un angle qui possède cette propriété d'être un angle droit, c'est-à-dire pour parler du signe graphique (un petit carré) qui représente cette propriété. La lecture de schémas codés avec une verbalisation du type « il y a un angle droit » lorsque le codage est présent et « il n'y a pas d'angle droit » lorsqu'il est absent, alors que visuellement, dans une finalité graphique, l'angle paraît droit dans les deux cas, renforce l'idée que l'on parle du codage plutôt que de l'objet géométrique. Cette conception de l'angle droit, rendue apparente lorsque Lu a exprimé le fait que « tracer avec l'équerre » et « faire un angle droit » étaient deux actions bien distinctes, empêche tout lien avec la relation de perpendicularité ainsi que nous avons pu l'observer avec Lu. Cette distinction est également apparue de la part de l'élève M et de l'élève Bm, pour qui le codage de l'angle droit était seulement associé à une vérification à l'équerre, et aucunement à une construction utilisant l'angle droit de l'équerre.

D'autres difficultés, liées à l'assimilation des concepts de segment, de longueur et de mesure, ont émergé dans les techniques de construction instrumentée mises en œuvre par les élèves.

Ainsi, la non dissociation de la longueur du segment et de sa direction conduit à des tracés où une seule des deux propriétés est prise en compte de façon instrumentée. Par exemple, dans l'environnement papier-crayon, Lu et l'élève C considèrent tous deux que le symétrique d'un point par rapport à une droite se situe à l'extrémité du prolongement de la demi-droite perpendiculaire à l'axe de symétrie obtenue grâce à l'équerre dans une première étape de tracé. La distance du point à l'axe de symétrie est de cette façon déterminée au jugé. À l'inverse, l'élève M ne prend en compte que la longueur du deuxième côté d'un rectangle qu'elle doit tracer : elle utilise pour cela la mesure avec les graduations de la règle en donnant à celle-ci une direction prise au jugé. Offre, Perrin-Glorian et Verbaere (2006) font l'hypothèse que cet amalgame de concepts peut être entretenu si, dans l'enseignement, le concept de longueur est abordé conjointement à celui de mesure avec l'usage de la règle graduée, qui est à la fois outil de tracé et outil de mesure. Cela s'est vérifié pour Hug, incapable d'envisager un report de longueur autrement que par la mesure : un manque de connaissances apparaît ainsi sur l'utilisation de la caractérisation du cercle comme ensemble des points équidistants de son centre, pour faire des reports de longueur au compas dans l'environnement papier-crayon ou avec l'outil « Cercle (centre-point) » dans l'environnement numérique avec GeoGebra.

Des difficultés existent enfin dans l'environnement numérique. Au niveau conceptuel, elles sont liées aux limites d'un travail dans cet environnement. Ainsi, la production des propriétés géométriques est entièrement prise en charge de façon non visible par les logiciels de géométrie dynamique : les objets graphiques apparaissent immédiatement dans leur globalité. L'élève n'a donc plus accès à une représentation des concepts par la matérialité d'un tracé progressif, associé à un instrument porteur d'une propriété géométrique, comme l'équerre, virtuelle ou concrète, pour l'angle droit. Par ailleurs, concernant les instruments virtuels, nous avons vu que certains de leurs schèmes d'utilisation présentaient des inconvénients. Par exemple, le glissement du compas permet de reporter une longueur sur une droite qui n'est pas tracée ; le glissement de l'équerre permet de tracer des droites parallèles sans que la conservation de la direction soit prise en charge de façon volontaire ; la production d'un prolongement d'une ligne droite par le crayon sans nécessité de règle rend moins apparent le fait que la ligne et son prolongement ne forment qu'une même droite. Ainsi, les propriétés géométriques présentes mais non mises en œuvre par le sujet dans sa construction deviennent invisibles : cela peut donc mener à une mauvaise représentation des concepts. Au niveau de l'enseignement, les difficultés proviennent de la non prise en compte du fait que les programmes de tracé d'un objet graphique représentant un même objet géométrique dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement numérique, que ce soit avec un logiciel de géométrie dynamique ou avec des instruments virtuels, ne sont pas équivalents et donc non transposables directement d'un environnement à l'autre.
Le passage de l'environnement papier-crayon à l'utilisation du logiciel GeoGebra pour la même tâche de construction du symétrique d'un point, réalisée par la triade Lu, Sam et Hug, a eu au moins l'avantage de mettre à jour des obstacles rencontrés par les élèves, l'un lié à une conception erronée du concept d'angle droit et l'autre lié à une absence de lien entre distance entre deux points ou longueur, cercle et compas.

Obstacles en lien avec un dispositif de travail en dyade entre pairs

Travailler en dyade fait partie de la solution de remédiation que nous proposons. Or, certains obstacles aux apprentissages géométriques peuvent être issus de ce dispositif de travail. Nous avons en effet identifié deux causes de dysfonctionnement dans notre étude sur la possibilité d'un travail géométrique en dyade entre pairs dont l'un est dyspraxique : la première est liée

à des difficultés de communication sur l'action instrumentée, la seconde est liée à la répartition des tâches entre les deux membres de la dyade.
Concernant la communication au sein de la dyade, des difficultés à donner des instructions langagières conduisant aux actions instrumentées envisagées par l'un des deux membres, puis à les interpréter par l'autre, sont en effet apparues pour diverses raisons : l'utilisation d'un langage géométrique incorrect ou l'emploi d'un langage à visée manipulatoire avec guidage du tracé en cours de réalisation. Il est donc important qu'un travail soit effectué sur le langage de communication entre les deux élèves.
Concernant la répartition des tâches, l'élève dyspraxique ne peut qu'être en difficulté s'il est amené à manipuler les instruments et que la dyade se focalise sur l'obtention d'une production précise et soignée : dans la dyade « élève L - élève Bl », cela a conduit l'élève L à être progressivement dépossédée de toute activité géométrique par les aides pratiques et mathématiques que lui a données l'élève Bl. Dans un travail en dyade, il n'est de toutes façons pas pertinent de proposer que ce soit l'élève dyspraxique qui ait la tâche de manipuler les instruments ; néanmoins, si tel devait être le cas, il est impératif que les exigences de précision et de soin soient moindres et que les aides que l'élève non dyspraxique est autorisé à apporter si nécessaire soient explicitées à la dyade, afin que chaque membre puisse participer au travail géométrique.

IV. Bilan de l'expérimentation

Hypothèses

Rappelons que nous avons préconisé l'abandon d'une pratique autonome du dessin instrumenté pour l'élève dyspraxique, puisqu'il est vain, mais aussi nuisible pour ses apprentissages géométriques, de chercher à le faire progresser dans un savoir-faire pratique.
Nous avons alors fait l'hypothèse que, dans des activités géométriques, libéré des tâches pratiques de manipulation et d'organisation liées à la construction instrumentée qu'il n'aurait plus à sa charge, l'élève dyspraxique serait mieux à même d'apprendre et d'exercer son raisonnement. Cela nous a conduite à envisager la mise en place d'un travail en dyade où l'exécution des constructions instrumentées est prise en charge par un tiers. Nous avons alors fait l'hypothèse que le langage, utilisé en situation de communication et en appui sur une certaine expérience (observation de l'action instrumentée de l'autre, ébauche de gestes), serait susceptible de produire, au niveau des apprentissages géométriques, au moins les mêmes effets que des actions instrumentées réalisées par l'élève standard en autonomie. C'est ce que nous avons cherché à vérifier dans une expérimentation hors classe réalisée avec deux élèves, l'élève M, dyspraxique visuo-spatiale et l'élève Bm, non dyspraxique, durant leur année scolaire de sixième.

Objectifs de travail et déroulement

L'objectif principal du travail expérimental était que les deux élèves s'approprient un langage technique géométrique permettant, d'une part de transmettre oralement un programme de tracé, et d'autre part, d'en comprendre la mise en œuvre par des actions instrumentées observées, réalisées par des mimes approximatifs ou effectuées de façon précise. Le but était donc, par la pratique de ce langage, de mettre en jeu des connaissances géométriques, à travers l'expression d'une intention d'agir avec les instruments, pour produire des objets graphiques représentant des objets géométriques, mais aussi, à terme, de savoir expliciter les propriétés géométriques mises en jeu dans les constructions.
Comme objet d'étude, nous avons choisi la symétrie axiale, qui fait intervenir des propriétés de perpendicularité, d'alignement et d'égalité de longueurs. Nous avons donc instauré un

langage permettant de formuler des programmes de tracé à l'équerre, à la règle et au compas, et pouvant être réinvesti dans des problèmes de construction faisant appel aux propriétés de la symétrie axiale.
Deux principes, issus de nos observations et analyses de la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe, ont guidé l'élaboration et la mise en œuvre des séances de travail :

1. Supprimer tout facteur de gêne dans l'activité géométrique : nous avons donc pris en charge toute l'organisation matérielle (apprêt du plan de travail et des instruments) ; en outre, l'élève M ne devait pas être en situation de manipuler les instruments avec précision, ni en situation d'écrire.
2. Faire en sorte que les deux élèves se trouvent dans une position égale au niveau de l'activité géométrique (c'est-à-dire au niveau du travail cognitif en lien avec l'intention d'agir dans les composantes sémiotique et technico-figurale) : il s'agissait donc de les faire progresser toutes les deux en géométrie dans le cadre d'une communication et d'une collaboration, sans qu'une relation de tutorat s'installe.

Un troisième principe, issu d'observations dont nous n'avons pas rendu compte, était de ne réaliser les séances de travail hors classe que si les deux élèves étaient motivées pour y participer. Les séances n'ont donc jamais été imposées. Par ailleurs, nous avons laissé le soin à l'élève M de choisir et d'inviter l'élève avec qui elle souhaitait travailler, pourvu qu'elle ait toujours été dans la même classe et qu'elle n'ait pas de difficulté particulière tant au niveau organisationnel qu'au niveau manipulatoire. Dix séances de travail ont alors été réalisées, dont huit où l'élève M a travaillé en dyade avec l'élève Bm et deux où nous avons pris la fonction d'aide que pourrait avoir un Auxiliaire de Vie Scolaire auprès d'un élève dyspraxique lors d'une activité géométrique.

L'expérimentation menée était exploratoire. Ainsi, pour tenter d'atteindre les objectifs que nous avions fixés, les modalités de fonctionnement du travail en dyade ont été améliorées au fur et à mesure en fonction des problèmes rencontrés, sans déroger aux principes énoncés précédemment. Par ailleurs, les aspects géométriques à travailler ont été non seulement définis en fonction de l'objet d'étude choisi, mais aussi en fonction des difficultés observées sur le plan géométrique en classe et hors classe.

Dans les activités proposées, pour la plupart analogues à celles réalisées en classe et qui avaient posé problème à l'élève M, une des deux élèves avait la charge de donner des instructions à l'autre qui devait les suivre ; ensuite les rôles étaient intervertis. Les instructions étaient suivies soit par l'exécution d'une action instrumentée, soit par un tracé à main levée, soit par la réalisation d'un mime, en fonction de ce que nous imposions aux élèves. Nous avons alors installé le langage technique géométrique progressivement en suivant ces étapes :

1. Évaluation du langage spontané utilisé dans un travail de construction instrumentée en dyade autour du concept étudié.
2. Participation des deux élèves à l'amélioration du langage grâce à une réflexion sur les écarts entre l'intention de celle qui donne les instructions, le discours qu'elle produit et les actions instrumentées qu'il engendre. Cette réflexion a eu lieu immédiatement après la construction réalisée ou alors en différé, à une semaine d'intervalle, à partir du visionnement d'extraits filmés de la séance.
3. Institutionnalisation du langage technique géométrique sur des actions instrumentées ciblées :
   - tracé d'un arc de cercle ou d'un cercle au compas,
   - tracé d'une demi-droite perpendiculaire à une droite en un point à l'équerre,
   - prolongement d'un segment à la règle,

- report de longueur sur une demi-droite au compas.

4. Entraînement à l'emploi de ce langage, réinvestissement dans des constructions instrumentées réalisées en dyade.

Nous avons aussi travaillé quelque peu dans les deux dernières séances l'explicitation de propriétés géométriques mises en œuvre dans les constructions de symétriques, à savoir la conservation de l'alignement et des longueurs, et également l'invariance des points de l'axe de symétrie en exploitant la propriété que deux droites symétriques sécantes se coupent sur l'axe de symétrie. Les applications de cette dernière propriété n'avaient pas été travaillées en classe.

Dans les échanges au sein de la dyade, notre rôle, en tant qu'expérimentatrice (E), a consisté :

- à intervenir lorsqu'un implicite dans le discours n'était pas repéré par les élèves,
- à être garante du respect des règles de communication établies,
- à réguler les échanges en amenant les élèves à argumenter et à entendre l'argumentation de l'autre dans la justification de leurs actions ou de leurs instructions,
- à institutionnaliser le langage technique géométrique.

Règles de fonctionnement au sein de la dyade

Pour éviter les dysfonctionnements du travail en dyade entre pairs, identifiés dans notre étude de la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe, qui conduisent à exclure l'un des membres d'une participation à l'activité géométrique, nous avons structuré le travail de la dyade en précisant bien le rôle de chacun des deux membres, et en intervenant pour le faire respecter si besoin. Ainsi, dans un premier temps, une élève donnait des instructions, tandis que l'autre les suivait et dans un deuxième temps, les élèves échangeaient à propos de la validité de ce qui avait été produit au niveau du discours sur l'action et au niveau de l'action que cela avait engendrée. Par ailleurs, nous avons imposé la règle de supposer que les tracés demandés étaient bien faits, afin qu'aucune précision dans les tracés ne soit recherchée par celui qui donnait les instructions ; nous avons demandé aussi d'exclure des instructions les guidages des tracés en simultané (instructions à visée manipulatoire).
Au départ, des difficultés à donner des instructions précises traduisant bien l'intention d'agir se sont manifestées : nous avions déjà pointé ce décalage entre une action instrumentée maîtrisée et une incapacité à la formuler, dans nos différentes observations en classe de travaux en dyade avec des élèves dyspraxiques ou non ; ces mêmes écarts entre production réussie et description incorrecte sont aussi apparus pour les élèves de la classe de l'élève M dans le test écrit. Cela montre donc la nécessité d'un travail sur le langage pour que la communication entre les élèves produise les effets voulus.
Au sein de la dyade « élève M - élève Bm », certains implicites ont pu être levés grâce aux rétroactions produites par la non-conformité de l'action instrumentée avec les intentions de celle qui donnait des instructions. Cependant, le manque de précision dans le langage n'était pas gênant lorsque celle qui construisait anticipait sur ce qui allait lui être demandé, l'ayant deviné. La règle, pour celui qui construit, d'agir conformément aux instructions données, mais en réalisant ce qui lui semble le moins probable, le plus éloigné des attentes de l'autre, a alors été introduite. Elle s'est avérée à tout moment efficace, d'une part pour encourager la précision dans le langage de celui qui donne des instructions, et d'autre part, pour que celui qui construit ait une part active dans l'activité géométrique, sans se cantonner au rôle d'exécutant. Nous avons conservé cette règle avec l'AVS durant le test d'évaluation, non pour que cette dernière participe à l'activité géométrique, mais pour qu'au contraire elle ne prenne pas en charge une part de cette activité géométrique, en mettant en œuvre de façon

instrumentée des propriétés qui n'auraient pas été énoncées par l'élève M. Dans le test d'évaluation, cette pratique a contribué à ce que l'élève M prenne conscience par elle-même quand elle ne travaillait pas dans une finalité géométrique.

Pour respecter les principes que nous avions posés – que l'élève M ne soit pas en situation de manipuler les instruments avec précision, ni qu'une relation de tutorat s'installe entre les deux élèves – une alternance des rôles entre l'élève M et l'élève Bm nous a semblé inévitable, d'après l'étude de la prise en compte de l'élève dyspraxique en classe. Nous avions en effet proposé à l'enseignante de la classe de l'élève L et de l'élève Bl un dispositif de travail en dyade entre pairs pour en évaluer le fonctionnement, sans avoir prévu d'échanges de rôles au sein de la dyade « élève dyspraxique - élève non dyspraxique » : cependant, dans les faits, cette alternance a été réalisée : elle semblait aller de soi pour l'élève dyspraxique. Empêcher cet échange aurait conduit d'emblée à ce que soit actée l'incompétence de l'une *versus* la compétence de l'autre dans la manipulation des instruments. Ce sentiment d'être dans une position inégale aurait alors pu être interprété abusivement sur les compétences de chacune au niveau de l'activité géométrique et donc avoir des répercussions négatives dans le travail en dyade. Nous avons donc exploité la contrainte de l'alternance des rôles entre l'élève qui donne des instructions et celui qui construit pour étudier l'intérêt, pour l'élève M, d'une substitution de la construction instrumentée par un dessin à main levée.

Intérêt du dessin à main levée

L'élève M a montré tout autant de difficultés à réussir ses tracés à main levée qu'avec les instruments : ses productions ne nous ont pas paru exploitables car premièrement peu lisibles, deuxièmement très imprécises avec des relations d'incidence mal représentées et troisièmement démesurées (trop petites ou trop grandes) trahissant un manque d'anticipation et de gestion de l'espace sur le support. Par ailleurs, le dessin à main levée s'est révélé inadapté pour donner des rétroactions suffisantes sur un programme de tracé aux instruments. En outre, donner des instructions pour que quelqu'un représente les propriétés mentionnées ne conduit pas nécessairement à un programme de tracé : cela peut se réduire à une description qui ne tient pas compte de la constructibilité de la figure. Ainsi, l'élève Bm n'a pu prendre conscience de l'invalidité d'un programme qu'elle proposait qu'en l'expérimentant avec les instruments. Nous avons donc abandonné l'idée de l'utilisation du dessin à main levée lors de l'expérimentation, sans pour autant l'interdire si les deux élèves en éprouvaient le besoin. L'élève M en a fait usage, et même si ses schémas étaient parfois incorrects en plus d'être imprécis, cela a paru l'aider à trouver quelles instructions donner. Lors du test d'évaluation, ils ont aussi été pour elle un support de réflexion. Ainsi, le dessin à main levée ne convient pas pour se substituer à la construction instrumentée dans le travail en dyade, mais il a été utile pour l'élève M comme aide graphique pour établir un programme de tracé.

Production de gestes

En substitution à une action instrumentée effective, nous avons alors proposé la pratique du mime avec l'exécution de gestes mimétiques (avec ou sans instruments) et de gestes iconiques. La pratique de ces gestes a bien permis à l'élève M de prendre le rôle de celui qui construit en recevant des instructions de la part de l'élève Bm et cela a bien produit les mêmes effets dans l'expérimentation que s'il s'était agi d'une action instrumentée réalisée avec précision : l'élève M s'est concentrée sur la précision du langage en tant que réceptrice des instructions de l'élève Bm, sur les positionnements d'instruments et sur le lieu des tracés, sans être gênée par des difficultés manipulatoires, ni se préoccuper d'une recherche de

précision. Le mime a en effet l'avantage de ne pas laisser de trace : on ne peut donc pas voir après l'action si le tracé est raté. En outre, il permet des positionnements approximatifs d'instruments : l'erreur tolérée dans un tracé mimé avec le doigt est plus importante que celle admise dans les traces graphiques produites dans une action instrumentée. Cette pratique du mime a cependant une limite : elle ne peut concerner qu'une action instrumentée isolée et non une construction complexe qui nécessite un enchaînement d'étapes et donc un appui visuel sur des objets graphiques construits au fur et à mesure.
Nous pensons que la pratique du mime peut aider l'élève dyspraxique, de qui l'on n'exigerait jamais d'exécution d'actions instrumentées, à donner du sens aux observations qu'il ferait de l'action réalisée par un tiers, guidé par son programme de tracé. Il éprouverait ainsi mieux l'action de l'autre, sans se préoccuper de ses caractéristiques manipulatoires fines, une action étant d'autant mieux comprise et éprouvée qu'elle a déjà été vécue. Par ailleurs, cela permettrait à l'élève dyspraxique de conserver les bénéfices, en lien avec les apprentissages géométriques, de l'implication corporelle que nécessite l'exécution d'actions instrumentées, si l'on s'en réfère aux travaux de recherche autour de la « cognition incarnée » (embodied cognition). Nous n'avons cependant pas pu évaluer l'apport effectif de cette activité de mime dans la compréhension qu'elle pouvait amener sur les concepts dans notre expérimentation puisque l'élève M avait déjà une certaine pratique de l'utilisation des instruments de géométrie et que parallèlement à l'expérimentation, elle continuait à les employer en classe.

Obstacles aux apprentissages géométriques rencontrés par l'élève M

En fin de CM2 et début de sixième, l'élève M réalisait spontanément ses constructions dans une finalité graphique, d'une part en construisant des angles droits à l'aide de sa règle orientée au jugé suivant une direction horizontale ou verticale, d'autre part en tentant de reproduire (ou faire reproduire) au jugé la direction oblique d'un segment lue sur le schéma ou encore le prolongement d'un segment, notamment lorsqu'il devait avoir une longueur donnée. Ces erreurs ont aussi été rencontrées par l'élève Bm, mais cette dernière est plus rapidement entrée dans le travail géométrique que l'élève M, pour qui les prises d'orientation de règle (ou d'équerre faisant fonction de règle) au jugé ont été récurrentes tout au long de l'année, même si elles sont devenues moins fréquentes à la fin.
Cette façon de procéder conduisait l'élève M à réaliser ses constructions par tâtonnement, et donc à devoir, en classe, les recommencer très souvent, tout comme elle a dû les refaire à cause de ses difficultés manipulatoires. Il se peut donc qu'il soit plus difficile pour elle d'attribuer les causes d'une production erronée à une technique par tâtonnement, puisque, même avec une technique valide dans une finalité géométrique, le résultat qu'elle obtient manque tout autant de précision. Ces placements de règle au jugé peuvent aussi être le résultat de la prégnance du spatial pour l'élève M. Nous avons en effet constaté qu'elle privilégiait les propriétés spatiales aux relations géométriques dans ses constructions, s'appuyant beaucoup sur des contrôles visuels et cherchant à reproduire les relations spatiales entre objets graphiques ou entre objet graphique et support : cela est apparu dans ses actions ainsi que dans son discours, avec la demande d'informations spatiales ou la formulation de nombreux indicateurs spatiaux. Un manque de connaissances sémiotiques s'est aussi manifesté dans le prélèvement des orientations des segments sur les schémas à main levée et aussi sur des interprétations d'égalité de longueurs non codées.
Par ailleurs, le fait de vouloir construire un segment d'une longueur donnée, sans dissocier sa longueur de sa direction, favorise également des constructions erronées, si l'instrument choisi est une règle graduée : l'élève cherche seulement à obtenir la mesure du segment de façon instrumentée, et pas sa direction. Cela peut répondre à un souci d'économie gestuelle, mais est aussi la manifestation d'une connaissance manquante relative au segment : un segment est défini par une direction et une longueur.

Une autre connaissance manquante est apparue pour l'élève M, tout comme pour l'élève Bm, relativement à la construction d'un point, extrémité d'un segment, défini par l'intersection de deux lignes (la direction du segment ayant été donnée par une droite ou une demi-droite et la longueur par l'appartenance à un cercle), mais non représenté comme tel par les élèves, peut-être dans le but de ne pas avoir de traits de construction.

Évaluation des effets de l'expérimentation

Nous avons fait passer un test à l'élève M pour évaluer les effets de l'expérimentation, d'une part sur sa capacité à communiquer un programme de tracé pour qu'un tiers l'exécute, et d'autre part sur sa capacité à résoudre des problèmes de construction géométrique, étant entendu que ses apprentissages géométriques avaient été réalisés grâce aux apports du travail en classe, tout comme à ceux du travail hors classe. Tandis que l'élève M passait le test avec l'aide d'une AVS, à qui nous avions communiqué le rôle qu'elle aurait à tenir, nous l'avons également soumis individuellement aux élèves de sa classe de sixième, afin de disposer d'éléments de comparaison sur les résultats.

L'élève M obtient de très bons résultats au test en réussissant presque toutes les constructions qui étaient à réaliser. L'analyse que nous avons faite des échanges qui ont eu lieu entre l'élève M et l'AVS pour aboutir à ces productions montre que l'élève M s'est bien approprié le langage technique géométrique pour pouvoir communiquer de façon efficace son intention d'agir avec les instruments, et de surcroît qu'elle est aussi capable de mettre en œuvre des techniques de construction instrumentées correctes mettant en jeu des propriétés géométriques, qu'elle a su justifier en partie. Le travail sur les justifications, abordé uniquement durant les deux dernières séances hors classe, serait à poursuivre, notamment pour aider l'élève M à ne plus confondre propriété géométrique utilisée pour construire et propriété constatée sur le graphique. Par ailleurs, le test a fait apparaître certains progrès de l'élève M au niveau de ses apprentissages géométriques par rapport aux obstacles et erreurs récurrents repérés durant l'année et sur lesquels un travail a été réalisé dans les séances hors classe : elle a bien cherché à représenter les points comme intersection de deux lignes, elle a bien associé l'action qui convenait avec la règle pour effectuer un prolongement, et progrès important, elle a été capable par elle-même de remettre en cause son projet de positionnement de la règle au jugé, ce qui n'était jamais arrivé jusque-là. Ce dernier fait montre un des intérêts du dispositif de travail en dyade mis en place : les positionnements d'instruments au jugé sont difficiles à formuler, ils nécessitent des indicateurs spatiaux ou du guidage, exclus du langage technique géométrique. De plus, les rétroactions que génère un positionnement de l'instrument le moins probable aident à faire évoluer positivement les instructions.

Comparativement à l'ensemble des élèves de la classe, l'élève M obtient de meilleurs résultats. L'écart s'explique en partie par un type de tâches qui n'avait été travaillé que hors classe : cela concerne trois constructions qui mettent en jeu l'invariance des points de l'axe de symétrie. Il s'explique aussi par le travail renforcé en géométrie réalisé hors classe. Mais c'est particulièrement le travail sur le langage qui a rendu l'élève M capable de mieux communiquer sur les actions instrumentées que les autres élèves, qui, lorsqu'ils réussissent leurs constructions, n'en formulent pas pour autant de façon correcte les objets géométriques construits ou les propriétés géométriques mises en jeu. L'élève Bm, qui a aussi bénéficié de presque toutes les séances de travail hors classe, a réussi presque toutes les constructions qu'elle a réalisées, mais elle a manqué de temps pour traiter toutes les questions. Elle se situe parmi les trois élèves qui ont le mieux réussi le test. Ses explications et programmes de tracé sont cependant moins bien réussis que ceux de l'élève M. Pour la description des étapes de

tracé, cela peut être dû au fait que, dans un travail en autonomie, elle peut plus facilement oublier de mentionner des étapes, puisqu'elle les rédige de façon différée à l'action.
Enfin, la comparaison du type de tâches de construction du symétrique d'un point à l'équerre et au compas, d'un côté évalué par l'enseignante dans les conditions habituelles où l'élève M réalise ses constructions en autonomie, de l'autre côté évalué dans le dispositif de travail en dyade avec une AVS qui se charge de l'exécution des tracés en suivant les instructions de l'élève M, met en évidence un échec de l'élève M lorsqu'elle manipule les instruments, et une réussite lorsqu'elle ne les manipule pas.

Tout cela tend donc à montrer la validité de nos hypothèses : les apports de l'exécution des manipulations instrumentées à l'appropriation de la géométrie abstraite peuvent être obtenus autrement. Ainsi, nous conservons l'idée, sous-tendue dans les objectifs des programmes actuels, que les actions instrumentées productrices d'objets graphiques contribuent à la conceptualisation des objets géométriques, mais nous proposons un accès à la géométrie théorique en supprimant toute la partie manipulatoire et organisationnelle de l'action, grâce à un dispositif de travail en dyade. Dans ce dispositif, l'utilisation d'un langage technique géométrique, renforcé par une production de gestes, pour conduire à l'exécution d'une action instrumentée par un tiers, permet bien à l'élève dyspraxique d'apprendre et d'exercer son raisonnement.

V. Limites et perspectives

Plusieurs limites sont à considérer relativement à l'expérimentation. Tout d'abord, elle n'a été réalisée qu'avec un seul cas d'élève dyspraxique visuo-spatial. Or, chaque élève ainsi diagnostiqué a son profil propre, avec des degrés divers dans ses difficultés provoquées par ses troubles praxiques et visuo-spatiaux et mettant en œuvre des stratégies de compensation, personnelles ou acquises en rééducation, plus ou moins efficaces : même si nous avons, dans la thèse, parlé d'un élève dyspraxique générique, nous ne pouvons pas généraliser les résultats de l'expérimentation à tous les élèves dyspraxiques. Ensuite, nous n'avons travaillé que sur quelques concepts de géométrie plane à partir de problèmes de construction relativement simples. Nous ne pouvons donc pas non plus tirer de conclusions générales sur l'enseignement de la géométrie plane. Enfin, l'expérimentation a été réalisée hors classe, donc dans des conditions nécessairement différentes de celles de la classe, avec beaucoup moins de contraintes.

Notre recherche était cependant exploratoire : elle nous permet avant tout de dégager des pistes pour concevoir l'accueil de l'élève dyspraxique en classe avec la possibilité d'un enseignement de la géométrie plane. Par ailleurs, nous pensons que nos résultats peuvent avoir des retombées sur l'enseignement ordinaire, à l'école primaire et en début de collège, pour tous les élèves, qu'ils soient dyspraxiques ou non. Cela concerne d'une part la prise en compte, dès l'école primaire, de points aveugles de l'enseignement relatifs à des apprentissages cachés en géométrie, et d'autre part, la remise en cause de la doxa actuelle en classe de sixième, relative à l'emploi du langage géométrique et à la place des instruments.

Possibilité d'un enseignement de la géométrie aux élèves dyspraxiques

Les résultats positifs obtenus dans l'expérimentation hors classe, relativement à une entrée dans le travail géométrique de l'élève M, légitiment la proposition d'une expérimentation plus large, avec l'introduction en classe du dispositif de travail que nous avons élaboré, dans le cadre de la scolarisation de l'élève dyspraxique, qu'il soit inclus en milieu ordinaire ou

scolarisé en milieu spécialisé. Nous pensons d'ailleurs que ces modalités de travail seront tout autant bénéfiques pour les élèves ordinaires, et d'autant plus pour ceux qui éprouvent des difficultés dans des activités d'apprentissage nécessitant des manipulations. Nous imaginons donc une généralisation de cette façon de travailler à la classe entière.
Concernant l'enseignant, cela nous amènera à déterminer ce qui doit lui être transmis pour qu'il puisse intégrer, dans sa façon d'enseigner la géométrie, les modalités de fonctionnement que nous avons mises en œuvre. Il nous faudra aussi envisager les adaptations nécessaires pour passer d'un travail tel qu'il a été réalisé hors classe à un travail en classe, en définissant la part d'intervention individuelle de l'enseignant auprès d'une dyade et sa part d'intervention collective auprès de la classe et en précisant aussi les critères à suivre pour répartir les élèves de la classe en dyade afin qu'ils se sentent dans une position égale face au travail géométrique. Une autre piste qu'un fonctionnement de travail en dyade pourrait être aussi envisagée dans l'environnement numérique si un logiciel capable de décoder des instructions orales, formulées en langage technique géométrique, pour les convertir en choix d'instruments virtuels, positionnements et tracés pouvait être conçu. Il faudrait alors que ce logiciel puisse aussi exécuter ce qui est le moins probable tout en se conformant aux instructions données et que les possibilités de construction avec les instruments virtuels ne conduisent pas aux mauvaises représentations des concepts géométriques que nous avons pointées avec Mathenpoche.
Concernant la formation, les résultats de notre recherche fournissent des éléments d'information à destination des professionnels qui interviennent auprès des élèves dyspraxiques : enseignants, auxiliaires de vie scolaire, médecins scolaires, ergothérapeutes et autres rééducateurs. Dans le cadre d'une inclusion d'un élève dyspraxique en milieu ordinaire, il reste alors à concevoir un dispositif de formation, d'une part pour les Auxiliaires de Vie Scolaire, afin de leur permettre d'acquérir des compétences relatives à leur fonction d'aide, d'autre part pour les enseignants, confrontés à des élèves pour qui les « méthodes classiques » d'enseignement par la manipulation ne conviennent pas, afin que ces élèves soient conduits, malgré tout, à des apprentissages géométriques. Il nous semble, par ailleurs, que les modalités de fonctionnement que nous avons proposées pour l'enseignement de la géométrie plane pourraient s'étendre à d'autres domaines des mathématiques, dans lesquels les situations d'apprentissage s'appuient aussi sur des manipulations de matériel, et pourquoi pas s'étendre aussi à d'autres disciplines. De nouvelles questions se posent alors sur les adaptations à réaliser sur le cadre théorique que nous avons élaboré et qui reste pour le moment, dans son aboutissement, spécifique du savoir géométrique. Pour l'enseignement de la numération par exemple, cela nous conduirait à étudier s'il est possible de dissocier les apprentissages numériques des actions de manipulation comme nous l'avons réalisé pour les apprentissages géométriques. Si c'est le cas, nous pourrions envisager des adaptations du cadre théorique en caractérisant un langage technique propre à la construction du nombre, les gestes mathématiques associés, ainsi que les catégories d'aide.

Prise en compte d'apprentissages cachés en géométrie

Dans nos analyses, nous avons relevé des apprentissages géométriques non pris en compte dans l'enseignement actuel. Nous avons en effet mis en évidence un manque de connaissances géométriques compromettant la réussite des constructions instrumentées, pour certaines dans une finalité graphique, pour d'autres dans une finalité géométrique. Le moyen de prendre en charge ces connaissances ignorées de l'enseignement primaire est étudié depuis plusieurs années par un groupe de recherche du Nord de la France (Perrin et Godin, 2014). Ce groupe a identifié les connaissances suivantes :

- une droite peut toujours se prolonger ;
- il faut un segment ou deux points pour définir une droite ;

- il faut un support rectiligne pour reporter une longueur à partir d'un point jusqu'à un autre point sinon il faut un compas qui donne tous les points à une distance fixée d'un point donné ;
- il faut deux lignes qui se croisent pour déterminer un point.

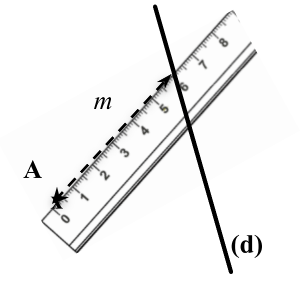
Dans nos observations, le manque n'est pas comblé par un apport d'aide géométrique de la part de l'enseignant. Ainsi, nous avons observé en classe que certaines difficultés manipulatoires étaient traitées grâce à une aide manipulatoire associée à une aide technico-figurale, avec l'introduction d'une nouvelle étape de tracé. Cependant, les connaissances géométriques sur lesquelles s'appuie cet aménagement de la technique de construction initiale n'ont jamais été explicitées aux élèves : ce qui leur est transmis, ce sur quoi l'enseignant insiste oralement, n'est qu'un savoir-faire pratique, à automatiser, qui vise la facilitation de la manipulation dans une finalité graphique de la construction (elle doit être propre et précise). En conséquence, les propriétés géométriques utilisées dans l'action restent ignorées des élèves. Par exemple, le fait que n'importe quel segment d'une droite permet de tracer la droite entière par prolongement peut être utilisé dans différents cas de tracé pour faciliter l'utilisation de l'équerre :

1. Sachant qu'il n'est pas facile de tracer le long d'un côté de l'équerre en démarrant d'un sommet, plutôt que de tracer en une étape une demi-droite perpendiculaire à une droite donnée en un point A de cette droite une fois l'équerre positionnée, on trace d'abord un segment le long du côté de l'angle droit de l'équerre sans prendre comme extrémité le point A (situé au niveau du sommet de l'angle droit de l'équerre) et ensuite, on effectue un prolongement du segment en allant jusqu'au point A.
2. Lorsqu'un positionnement correct de l'équerre conduit l'élève à tracer une demi-droite d'origine A perpendiculaire à la direction d'un segment donné [AB] dans une position inconfortable (mains qui se croisent) ou alors que le tracé est rendu impossible par des contraintes matérielles (l'équerre ne peut être stabilisée là où elle doit être), plutôt que de tracer malgré tout, on prolonge d'abord le segment [AB] du côté du point A pour pouvoir y appuyer un côté de l'angle droit de l'équerre.

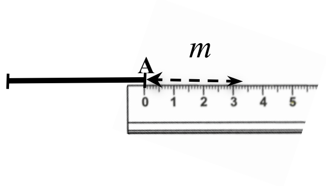
Nous faisons l'hypothèse que, dans ces exemples, une explicitation de la propriété géométrique sous-jacente, c'est-à-dire l'apport d'une aide géométrique plutôt que celui d'une aide focalisée sur les aspects manipulatoires de la construction, permettrait de mieux répondre aux difficultés manipulatoires auxquelles les élèves sont parfois confrontés. Quoi qu'il en soit, cela aurait l'avantage de ne pas les détourner d'un enjeu d'apprentissage géométrique.

La persistance des élèves à réaliser certaines actions instrumentées par tâtonnement, probablement sans en prendre conscience, montre aussi que ces connaissances sont ignorées. Par exemple, le fait qu'un point puisse être défini par une intersection de deux lignes ou par un report de longueur sur une demi-droite permet d'expliciter les raisons qui font que certaines techniques de construction à la règle graduée sont qualifiées de « tâtonnées » :

1. Lorsqu'il s'agit de construire un point B à la distance *m* d'un point A sur une droite (d) ne contenant pas A, faire pivoter la règle autour du point A, avec la graduation zéro sur ce point, jusqu'à ce que la graduation *m* de la règle atteigne la droite (d) ne convient pas (voir figure ci-contre), car le point B n'est défini ni comme l'intersection de deux lignes, ni par un report de longueur sur une demi-droite d'origine A. Dans ce cas de figure, il faut tracer une ligne sur laquelle se situe le point B à partir des données en utilisant une propriété géométrique enseignée : le point B se situe sur le cercle de centre A et de rayon *m*.



2. Lorsqu'il s'agit de construire un point B à une distance *m* d'un point A par report de longueur sur une demi-droite d'origine A, que ce soit pour prolonger un segment par un segment de longueur *m* ou pour tracer un segment de longueur *m* perpendiculaire à un segment donné en A, orienter la règle graduée dans une direction prise au jugé, avec la graduation zéro sur un point A ne convient pas car la direction de la demi-droite d'origine A est obtenue de façon visuelle. Dans ce cas de figure, il est impératif de commencer par tracer la demi-droite d'origine A de façon instrumentée (prolongement du segment, construction d'une demi-perpendiculaire à l'équerre selon le cas de figure).



Exemple d'une orientation de la règle prise au jugé, sans prolongement préalable du segment

Nous faisons l'hypothèse que, dans ces exemples, une explicitation de ce que signifie « tâtonner », par un apport d'aide géométrique en formulant les connaissances géométriques en jeu, permettrait aux élèves de mieux identifier les techniques de construction instrumentée non valides dans une finalité géométrique, et ainsi de les abandonner.

Intérêt de l'introduction du langage technique géométrique dans l'enseignement

Les résultats de notre expérimentation nous permettent de remettre en cause l'exécution de constructions instrumentées comme seul accès possible à des apprentissages géométriques. En outre, nous avons vérifié l'intérêt de l'introduction dans l'enseignement du langage technique géométrique, accompagné de gestes mathématiques, à l'échelle d'une classe de sixième et sur des types de tâches ciblés du thème de la symétrie axiale, puisque les résultats au test d'évaluation des deux élèves qui se sont approprié ce langage ont été meilleurs que ceux du reste de la classe. Cela nous conduit donc aussi à remettre en cause les présupposés partagés par les enseignants, relatifs au bannissement de ce langage au profit du langage géométrique qui, lui, est considéré comme devant être enseigné. En effet, nous pensons que pour réduire le saut cognitif entre l'action instrumentée et son expression dans un langage géométrique, un saut qui peut poser problèmes à certaines catégories d'élèves, l'utilisation du langage technique géométrique peut être une étape intermédiaire pour tous les élèves. Son appropriation va aussi de pair avec la différenciation que nous avons faite entre les actions élémentaires liées aux aspects pratiques de la manipulation et celles liées à la conceptualisation. Ainsi, c'est sur les composantes technico-figurale et sémiotiques que l'enseignement doit être centré. Dans la composante technico-figurale, le langage technique géométrique est porteur de tout ce que les instruments transportent, matérialisent et réalisent comme propriétés géométriques, de même que les gestes mimétiques et iconiques : ils constituent donc des *signes pivots* (Bartolini Bussi et Mariotti, 2008) en faisant à la fois référence au contexte de l'action instrumentée et au contexte de la géométrie. Ils sont ainsi susceptibles de mener progressivement les élèves vers l'abstraction et la pratique du raisonnement géométrique. De nouvelles recherches sont alors nécessaires pour étudier quels éléments du langage technique géométrique peuvent servir dans l'enseignement ordinaire de signes pivots entre la géométrie instrumentée et la géométrie théorique.

Ainsi, notre recherche, tout en contribuant à déterminer des voies d'accès à la géométrie pour l'élève dyspraxique, concourt non seulement à révéler des phénomènes jusqu'à présent non visibles dans l'enseignement ordinaire, mais aussi à prendre en compte la diversité des élèves dans son enseignement, que ce soit prenant en compte les élèves maladroits qu'en tenant compte de ceux qui ont des difficultés à passer de l'action instrumentée à sa représentation langagière abstraite.

Bibliographie

ABRAHAMSON, D., & LINDGREN, R. (2014). Embodiment and embodied design. In R. K. Sawyer (Ed.), The Cambridge handbook of the learning sciences (2nd ed.), 358-376. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

APMEP. (1912). *Brochure APMEP,* 5.

APMEP. (1913). *Brochure APMEP,* 10.

APMEP. (1914). *Brochure APMEP,* 14.

ALIBALI, M. & GOLDIN-MEAWDOW, S. (1993). Gesture-Speech Mismatch and Mechanisms of Learning: What the Hands Reveal about a Child's State of Mind. Cognitive psychology 25, 468-523.

ALIBALI M.W., KITA S., YOUNG A.J. (2000). *Gesture and the process of speech production: We think, therefore we gesture.* Language and cognitive processes, 15(6), 593-613 Psychology Press Ltd.

ARSAC, G. (1989). La construction du concept de figure chez les élèves de 12 ans, pp. 85-92, *Actes de la 13ème conférence PME, Paris, Artigue M., Rogalski J. et Vergnaud G. (eds).*

ARZARELLO, F., FERRATA, F., ROBUTTI, O., PAOLA, D. and SABENA, C. (2005). Shaping a multi-dimensional analysis of signs. *Proceedings of the PME29 Conference, **1**, 127-138.*

ARZARELLO, F. (2006). Semiosis as a mutimodal process, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, 267-299.

ARZARELLO, F., ROBUTTI, O. and SABENA, C. (2007). Ostensives through the lenses of two theoretical frameworks. *European Research in Mathematics Education V, Proceedings of CERME 5.*

ASSUDE, T. (2003). Travaux pratiques au Collège ? Conditions et contraintes d'émergence et de vie d'un dispositif. In Bridenne Michel (dir.). *Actes des journées sur les "Nouveaux dispositifs d'enseignement en mathématiques dans les collèges et les lycées".* Dijon : Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (Irem) de Dijon. 47-63.

BARTOLINI BUSSI, M.G. et MARIOTTI, M.A. (2008). *Semiotic mediation in the mathematics classroom : artifacts and signs after a Vygotskian perspective,* in : Handbook of International Research in Mathematics Education, second revised edition, L. English, M. Bartolini Bussi, G. Jones, R. Lesh, and D. Tirosh, eds., Lawrence Erlbaum, Mahwah, NJ., 746-805.

BARTOLINI BUSSI, M.A. (2013), Bambini Che Contano: A Long Term Program For Preschool Teachers Development, *Proc. CERME 8*.

BAUDRIT, A. (2007). Relations d'aide entre élèves à l'école. De boeck.

BAUTIER, T. (1986). *Les activités expérimentales introductives à la symétrie orthogonale en collège.* Actes de la 4ème école d'été de la didactique des mathématiques, IREM de Paris VII.

BERGERY, C-L. (1837). *Géométrie des écoles primaires, comprenant le dessin linéaire exact, les projections, le lever des plans et de bâtimens, l'arpentage et le partage des propriétés.* Troisième édition, Metz : P. Wittersheim.

BOREL, E. (1904) *Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire*, conférence du 3 mars 1904 au musée pédagogique, Revue générale des sciences pures et appliquées, A. Colin, Paris (15), 431-440.

BOSCH, M. et CHEVALLARD, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10(1)*, 77-123.

CHARRIER, C. (1927). *Pédagogie vécue = cours complet et pratique,* 8ème édition, Paris Fernand Nathan Editeur.

CHESNAIS, A. (2009). *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents: les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*. Thèse de l'Université Paris Diderot, Laboratoire de Didactique André Revuz.

CHURCH, R.B., and GOLDIN-MEADOW, S. (1986). The mismatch between gesture and speech as an index of transitional knowledge. *Cognition, 23*, 43-71.

CLOPEAU G.-H. et POLLE R. (1969). *Mathématique classe de sixième,* collection P.Vissio, Delagrave.

CROUAIL, A. (2009). Rééduquer dyscalculie et dyspraxie. Méthode pratique pour l'enseignement des mathématiques, Ed. Masson.

DELFAUD M. et MILLET A. (1930). *Arithmétique, cours élémentaire 1ère et 2ème années*. Hachette.

D'ENFERT R. (2003). *Inventer une géométrie pour l'école primaire au XIXème siècle*. Revue Tréma de l'IUFM de Montpellier, n°22, septembre 2003, 41-49.

D'ENFERT R. (2006). *L'enseignement mathématique à l'école primaire de la Troisième République aux années 1960 : enjeux sociaux et culturels d'une scolarisation « de masse ».* SMF – Gazette – 108 Avril 2006.

DUVAL, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 1, 57-74. Irem de Strasbourg.

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, 37-65. Irem de Strasbourg.

DUVAL, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères IREM,* 17, 121-138.

DUVAL, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels,* Peter Lang, Bern.

DUVAL, R. (2001). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics, Paper presented at the Semiotics Discussion Group of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Utrecht, Freudenthal institute. The Netherlands.

DUVAL, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53. IREM de Strasbourg.

ERNEST, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity : the case of number, *Educational Studies in Mathematics*, (61), 67-101.

GARNIER, C., BEDNARZ, N. et ULANOVSKAYA, I. (1991). Après Vygotski et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecole russe et occidentale. De Boeck Université.

GISPERT H. (2006). *L'expérimentation en mathématiques : une question neuve ? Un retour sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques.* XXXIIIème colloque COPIRELEM 2006,13-35.

GOBERT, S. (2001). *Questions de didactique liées aux rapports entre la géométrie et l'espace sensible, dans le cadre de l'enseignement à l'école élémentaire. Thèse* de l'Université Paris Diderot, Laboratoire de Didactique André Revuz.

GOLDIN-MEADOW, S. (2003). Hearing gestures: How our hands help us think. Chicago : Chicago University Press.

GRENIER, D. et LABORDE, C. (1987). Transformations géométriques : le cas de la symétrie orthogonale. In *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques. Actes du Colloque de Sèvres.* Grenoble : La Pensée Sauvage - Editions.

GRENIER, D. (1988). *Construction et étude d'un fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième.* Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.

HAUCHECORNE, B. (2003). *Les Mots & les Maths. Dictionnaire historique et étymologique du vocabulaire mathématique*. Ellipses.

KAHANE, J.P. (2002). *L'enseignement des sciences mathématiques. Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques.* Chapitre 3 : La géométrie. 87-169. Paris : Odile Jacob.

KENDON, A. (1988). The significance of gesture: how it is achieved. *Papers in Pragmatics, 2, 60-83.*

KITA, S. (2000). How representational gestures help speaking. In D. McNeill (Ed), *Language and gesture,*162-185. Cambridge : Cambridge University Press.

LABORDE, C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique : deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique.* Thèse de doctorat. Université scientifique et médicale institut national polytechnique de Grenoble.

LABORDE, C. (1988). *Problèmes de l'enseignement de la géométrie au collège.* Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 1, 75-93 IREM de Strasbourg.

LABORDE, C. (1994). Enseigner la géométrie : permanences et révolutions. *APMEP,* 396.

LABORDE, C. et CAPPONI, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1), 165-210.

LEFORT, B. (1982). L'emploi des outils au cours de tâches d'entretien et la loi de Zipf-Mandelbrot. Le Travail Humain, T.45, n°2, 307-316.

LEYSSENNE, P. (1887). Article « Géométrie » *in* F.Buisson (dir.), *dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, F. Buisson,* 1ère partie, tome 1, 1162-1166.

LEYSSENNE, P. (1888). La deuxième année d'arithmétique. Cours supérieur. Arithmétique et tenue des Livres. Géométrie et Dessin linéaire. 3000 problèmes et Exercices. Quarante-troisième édition. Armand Colin & Cie Éditeurs. Paris.

MARTIN, P. & VELAY, J.L. (2012). Does computer improve drawing a geometrical figure in 10 years-old children ? International Journal of Technology and Design Education, 22(1), 13-23

MCNEILL, D. (1992). Hand and Mind : What gestures reveal about thought. Chicago: Chicago University Press.

MARGOLINAS, C., WOZNIAK, F., CANIVENC, B., DE REDON, M-C., et RIVIERE, O. (2007). Les mathématiques à l'école ? Plus complexe qu'il n'y paraît ! Le cas de l'énumération de la maternelle... au lycée, *APMEP*, 471.

MAZEAU, M. (2005). *Neuropsychologie et troubles des apprentissages. Du symptôme à la rééducation.* MASSON.

MAZEAU, M. (2008). *Conduite du bilan neuropsychologique chez l'enfant.* Elsevier Masson.

MAZEAU, M. et LE LOSTEC, C. (2010). *L'enfant dyspraxique et les apprentissages. Coordonner les actions thérapeutiques et scolaires.* Elsevier Masson.

MAZEAU, M. et LAPORTE, P. (2013). *Fonctions cognitives chez l'enfant.* INSERM.

MAZEAU, M. et POUHET, A. (2014). *Neuropsychologie et troubles des apprentissages chez l'enfant. Du développement typique aux « dys-».* 2ème édition. Elsevier Masson.

NOËL, M-P. (2007). *Bilan neuropsychologique de l'enfant.* Editions Mardaga. Collection : PSY - Évaluation, mesure, diagnostic dirigée par Jacques Grégoire.

OFFRE, B., PERRIN-GLORIAN, M.-J. et VERBAERE, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2 *Petit x,* 72, 6-39 et *Grand N,* 77, 7-34.

PARZYSZ, B. (1989). *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir.* Thèse de Doctorat, Université Paris 7.

PERRIN-GLORIAN, M-J. et SALIN M-H. (2010). *Didactique de la géométrie. Peut-on commencer à faire le point ?* Actes du séminaire national de didactique des mathématiques de 2009. IREM Paris, ARDM, Paris, 47-81.

PERRIN-GLORIAN, M-J. et GODIN, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments matériels à leur caractérisation par des énoncés. Math-Ecole n°222.

PIAGET, J. et INHELDER, B. (1966). *La psychologie de l'enfant*. PUF.

PIERCE, C.S. (1931/1958). *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, 8 volumes, vols. 1-6, eds. Charles Hartshorne and Paul Weiss, vols. 7-8, ed. Arthur W. Burks. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

PETITFOUR, E. (2014). Enseignement de la géométrie à des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux. XLème Colloque COPIRELEM.

POUHET, A. (2011). S'adapter en classe à tous les élèves dys. Dyslexies, dyscalculies, dysphasies, dyspraxies, TDA/H ... SCÉREN. CRDP de Poitou-Charentes Poitiers.

POITOU, J-P. (1992). Nouvelles technologies et élévation des qualifications : à propos du rôle de la visuomotricité et de la motricité graphique dans l'activité cognitive globale du technicien de bureau d'étude. Intellectica, 13-14, 185-217.

RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.

RADFORD, L. (2002). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectivation of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics,* 22(2), 14-23.

RADFORD, L., DEMERS, S., GUZMAN, J. and CERULLI, M. (2003) Calculators, graphs, gestures, and the production meaning, *Proceedings of the PME27 Conference,* **4**, 55-62.

RADFORD, L. (2004). La généralisation mathématique comme processus sémiotique. In G. Arrigo (ed.), Atti del Convegno di didattica della matemática 2004, Alta Scuola Pedagogica. Locarno: Suisse, 11-27.

RADFORD, L. (2006). Elements of a Cultural Theory of Objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, 103-129.

RADFORD, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. Educational Studies in Mathematics, 70(3), 111-126.

ROBERT, A. et VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. Cahiers du laboratoire de didactique André Revuz n°10. Mai 2014.

RISS, L. (1999). *Évaluation de la stratégie du regard chez l'enfant I.M.C. ancien prématuré par photo-oculographie.* Thèse doctorat médecine. Nancy.

TOULLEC-THERY, M. et BRISSIAUD, M. (2012). *Scolarisation d'un élève en situation de handicap : le cas d'un accompagnement délicat effectué par un Auxiliaire de vie scolaire (AVS).* La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation, n°57, 139-153. Editions de l'INS HEA.

VALENZENO, L., ALIBALI, M.W. et KLATZY, R. (2003). *Teachers gestures facilitate students learning: A lesson in symmetry.* Contemporary Educational Psychology 28.

VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10(2.3)*, 133-170.

VINTÉJOUX, F. (1887). « L'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie à l'école primaire », *Revue pédagogique*, nouvelle série, tome 10, n°3, 15 mars 1887, pp. 223-232 (Extrait). Publié dans R. d'Enfert, *L'enseignement mathématique à l'école primaire, de la Révolution à nos jours. Textes officiels. Tome 1 : 1791 - 1914,* Paris, INRP, 2003 (avec la collaboration de H. Gispert et J. Hélayel), 240 -248.

VYGOTSKI, L.S. (1931/1978). *Mind in Society. The Developoment of Higher Psychological Processes.* Edition M.Cole et al., Cambridge, Massachusetts : Harvard University Press.

VYGOTSKI, L.S. (1993). *Collected works* (vol.2). New York : Plenum Press.

Textes des programmes et instructions officielles

1882. Arrêté du 27 juillet 1882 réglant l'organisation pédagogique et le plan d'études des écoles primaires publiques.

1923. Arrêté du 23 février 1923. Programmes des écoles primaires élémentaires.

1905. Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques dans les lycées et collèges de garçons. Voir B. Belhoste, *Les Sciences dans l'enseignement secondaire français. Textes officiels. Tome 1 : 1789-1914*, Paris, INRP-Economica, 1995, p. 671-677.

1912. Arrêté du 4 mai 1912. Programmes de mathématiques de cinquième et quatrième.

1945. Arrêté du 17 octobre 1945. Programmes des écoles primaires élémentaires.

1945. Arrêté du 15 septembre 1945. Programmes de mathématiques de sixième.

1957. Arrêté du 12 août 1957. Programmes de mathématiques dans les classes de 6^{e} et de 5^{e}.

1968. Arrêté du 29 juillet 1968. Programmes de mathématiques de sixième.

1970. Arrêté du 2 janvier 1970. B.O. n°5 du 29 janvier 1970. Programme de mathématiques de l'enseignement élémentaire.

1977. Arrêté du 17 mars 1977, B.O. n°11 du 24 mars 1977, p.764 et Circulaire n°77-157 du 29 avril 1977, B.O. n°22 bis du 9 juin 1977, p. 1568. Objectifs, programmes et instructions. Mathématiques en classes de sixième et cinquième.

1980. Arrêté du 16 juillet 1980. B.O. n°31 du 11 septembre 1980. Objectifs, programmes et instructions pour le cycle moyen de l'école élémentaire.

1985. Arrêté du 15 mai 1985. Programmes et instructions à l'école élémentaire.

1985. Compléments aux programmes et instructions à l'école élémentaire du 15 mai 1985.

1985. Arrêté du 14 novembre 1985, B.O. n°44 du 12 décembre 1985. Programmes des classes de 6^{e}, 5^{e}, 4^{e} et 3^{e} des collèges.

2002. B.O. Hors série n°1 du 14 février 2002. Programmes d'enseignement de l'école primaire.

2002. Documents d'application des programmes. Mathématiques, cycle des approfondissements (cycle 3). Ministère de la Jeunesse, de l'Éducation nationale et de la Recherche. Direction de l'enseignement scolaire. CNDP.

2002. Les nouveaux programmes de l'école primaire. Mathématiques. Document d'accompagnement. Articulation école collège. Direction de l'enseignement scolaire. Bureau du contenu des enseignements.

2008. B.O. Hors série n°3 du 19 juin 2008. Programmes de l'école primaire.

2008. B.O. Spécial n°6 du 28 août 2008. Programmes du collège.